



ریاضیات ویژه تیزہوشان

ریاضے ششم

Dr. Ali Reza Noorediny

PhD in pure mathematics





گروه علمی درس آموز

مرجع تخصصی تولید محتوای آموزشی

«ریاضیات» & «هوش و استعداد تحلیلی»

«اهداف مجموعه ما»

ثبت بهترین سابقه تحصیلی و عملکرد برای دانش آموزان کشور (نهایی ۲۰)



کسب رتبه‌های برتر کنکور و ورودی سمپاد و نمونه

در ۴ سطح و زمینه گوناگون:

آموزش مفهومی کتاب و آمادگی نهایی؛

آموزش نکته و تست پیشرفته کنکور؛

آموزش ریاضیات تیزهوشان؛

۵:


آموزش هوش و استعداد تحلیلی



(لیست کامل در انتهای فایل)

Up to date

درس آموز؛ (منحصر به فرد)

جزئیات این مجموعه

سطح پیشرفته ریاضیات 
جهت آمادگی تمصیل در مدارس سمپاد و نمونه

سطح پیشرفته‌تر (تکمیلی) 
ویژه کسب نمره کامل  100% در آزمون‌های ورودی

طرح و تشریح 
صدها مثال و تست متوسط، دشوار و دشوارتر

بانک تمرین تست 
شامل صدها تست متوسط و دشوار (پاسخ‌نامه تشریحی جداگانه دارد).

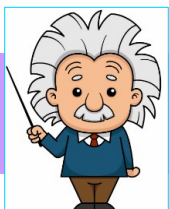
ریاضی تیزهوشان

(بسیار پیشرفته)

هسته اصلی این پک آموزشی، یک درسنامه دقیق و بسیار پیشرفته، نکات و تکنیک‌های ضروری با پوشش کامل از ممتوای مورد نیاز آزمون‌ها است.

پوشش آخرین آزمون‌های سمپاد و نمونه کشوری

Up to date



فهرست

۲	عدد و الگو	۱
۴۰	کسر و مماسبات	۲
۷۹	عددهای اعشاری	۳

۴	تقارن	۱۰۶
۵	اندازه گیری	۱۱۳
۶	تناسب و درصد	۱۸۳
۷	روش‌های تقریب	۲۰۸

ششم ریاضی تیزهوشان



عدد نویسی و الگو



صفحه	فهرست
۳	الگوهای عددی
۱۲	عدد نویسی
۱۵	بخش پذیری
۲۱	عددهای صحیح
۲۳	قدری پیشرفته‌تر
۳۴	سؤالات تشریحی
۳۵	سؤالات چهار گزینه‌ای



۱ الگوهای عددی

معرفی الگو با بیان یک مثال:

- مثال:** در پارکینگ یک کتابخانه، تعدادی دوچرخه قرار دارد. ارتباط بین تعداد دوچرخه و تعداد چرخ آن‌ها چنین است:
- یک دوچرخه دارای ۲ چرخ، دو دوچرخه دارای ۴ چرخ و ... خواهد بود:

تعداد دوچرخه	۱	۲	۳	۴	۵
تعداد چرخها	۲	۴	۶	۸	۱۰

- مشاهده می‌کنید: تعداد چرخ‌ها همیشه دو برابر تعداد دوچرخه‌ها است. بنابراین:
- اگر تعداد دوچرخه‌ها برابر ۱۰ باشد، تعداد چرخ‌ها $2 \times 10 = 20$ است.
- اگر تعداد دوچرخه‌ها را با \square نشان دهیم، الگوی تعداد چرخ‌ها چنین است:

$$2 \times \square$$

توجه کنید:

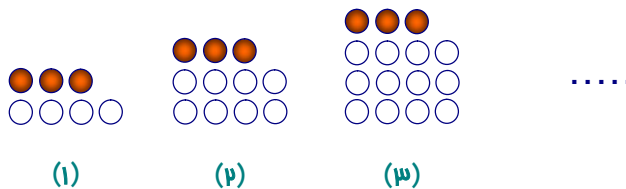
بهتر است تعداد دوچرخه‌ها را با حرف n نشان دهیم تا الگوی تعداد چرخ‌ها به صورت $2 \times n$ نوشته شود.

نکته ۱:

در شکل‌های مشابه و منظم، اگر بین شماره شکل و تعداد اجزای آن ارتباط برقرار کنیم، یک فرمول به دست می‌آید که «الگو» نام دارد. همواره سعی می‌کنیم:

برای شکل شماره n یک الگو بنویسیم!

- مثال:** ارتباط بین شماره شکل و تعداد گوی‌های زیر را معلوم کرده و به سؤالات پاسخ دهید:



- (الف) در شکل یازدهم چند گوی وجود دارد؟
 (ب) الگوی کلی تعداد گوی‌ها چیست؟



پاسخ

توجه کنید:

- در شکل اول؛ یک ردیف ۴ تایی بعلاوه ۳ گوی در بالا دیده می‌شود و در کل $۴ \times ۱ + ۳ = ۷$ گوی وجود دارد.
 - در شکل دوم؛ دو ردیف ۴ تایی و ۳ گوی هم در بالا دیده می‌شود. پس در کل $۴ \times ۲ + ۳ = ۸ + ۳ = ۱۱$ گوی وجود دارد.
 - در شکل سوم؛ سه ردیف ۴ تایی و ۳ گوی در بالا دیده می‌شود. پس در کل $۴ \times ۳ + ۳ = ۱۲ + ۳ = ۱۵$ گوی وجود دارد.
- الف)** با توجه به بررسی قبل؛ در شکل یازدهم باید تعداد گوی‌ها به صورت زیر باشد:

$$۴ \times ۱۱ + ۳ = ۴۴ + ۳ = ۴۷$$

ب) باید الگو را بر حسب n بنویسیم:

$$۴ \times n + ۳$$

--- ---

تست: با توجه به الگوی روبه‌رو:

...

عدد بیست و نهم الگو کدام است؟

۹۸ **۴**

۹۷ **۳**

۸۹ **۲**

۸۷ **۱**

گزینه **۲**

با کمی دقت می‌فهمیم که نظمی در عددها وجود دارد:

- اولین عدد $۵ = ۳ + ۲$ است.
- دومین عدد $۸ = ۶ + ۲$ یا $۳ \times ۲ + ۲$ است.
- سومین عدد $۱۱ = ۹ + ۲$ یا $۳ \times ۳ + ۲$ است.

چون این نظم در مورد عدد چهارم هم درست است، پس الگوی زیر به دست می‌آید:

$$۳ \times n + ۲$$

حالا جای n عدد ۲۹ را قرار می‌دهیم تا عدد بیست و نهم معلوم گردد:

$$۳ \times ۲۹ + ۲ = ۸۷ + ۲ = ۸۹$$

--- ---

نکته ۲:

گاهی در یک الگو، هر عدد با توجه به عدد قبل از خود مشخص می‌شود!

نمونه‌های بعدی را ببینید:

تست: با توجه به الگوی زیر، عدد بعدی کدام است؟

...

۶۲ **۴**

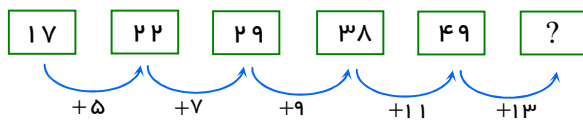
۶۵ **۳**

۶۰ **۲**

۵۵ **۱**

گزینه ۴

با کمی دقت متوجه نظم عددها می‌شویم:



پس باید عدد ۴۹ با ۱۳ جمع گردد:

$$49 + 13 = 62$$

--- ---

تست: با توجه به الگوی عددی، عدد بعدی چیست؟



۱۷۵ ④

۷۱۵ ③

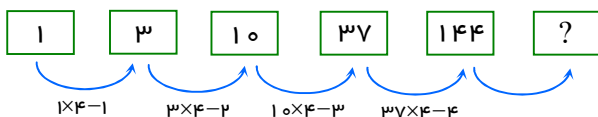
۵۷۱ ②

۱۵۳ ①

گزینه ۲

به عددها از چپ به راست نگاه کنید:

- در اولین مرحله، عدد ۱ در ۴ ضرب شده و از آن ۱ واحد کم شده است: $1 \times 4 - 1 = 4 - 1 = 3$
- در دومین مرحله، عدد ۳ در ۴ ضرب شده ولی از آن ۲ واحد کم شده است: $3 \times 4 - 2 = 12 - 2 = 10$
- در سومین مرحله، عدد ۱۰ در ۴ ضرب شده و از آن ۳ واحد کم شده است: $10 \times 4 - 3 = 40 - 3 = 37$
- در مرحله‌ی بعدی هم می‌پسندید نظم بالا ادامه دارد:



پس در مرحله‌ی آخر باید عدد ۱۴۴ در ۴ ضرب شده و عدد ۵ از آن کم شود:

$$144 \times 4 - 5 = 576 - 5 = 571$$

--- ---

در ادامه چند نوع الگوی استاندارد (یعنی: معروف و پر تکرار) را می‌آوریم:

نکته ۳:

زوج و فرد:

عددهای زوج بر ۲ بخش‌پذیرند. رقم یکان این عددها ۰ یا ۲ یا ۴ یا ۶ یا ۸ است. بویژه:

الگوی عددهای زوج به صورت $2 \times n$ است!

بقیه عددهای طبیعی فرد هستند و چون با عددهای زوج در عدد یک تفاوت دارند:

الگوی عددهای فرد به صورت $2 \times n - 1$ است!



توجه کنید:

حاصل جمع دو عدد زوج همیشه عددی زوج خواهد شد. نمونه‌هایی ببینید:

$$۲ + ۴ = ۶ \quad \text{و} \quad ۱۰ + ۶ = ۱۶$$

همچنین: حاصل جمع هر دو عدد فرد، باز هم زوج خواهد بود:

$$۷ + ۵ = ۱۲ \quad \text{و} \quad ۳ + ۷ = ۱۰$$

اگر یک عدد زوج با یک عدد فرد جمع شود، حاصل عددی فرد خواهد بود. چند نمونه:

$$۹ + ۱۴ = ۲۳ \quad \text{و} \quad ۷ + ۱۲ = ۱۹$$

بعلاوه: خاصیت تفریق هم مانند جمع است.

اگر دو عدد فرد باشند، ضرب آن‌ها هم فرد است. ولی اگر حتی یکی از عددها زوج باشد، ضرب آن‌ها زوج است. چند نمونه:

$$۹ \times ۵ = ۴۵ \quad \text{و} \quad ۶ \times ۳ = ۱۸ \quad \text{و} \quad ۴ \times ۴۲ = ۱۶۸$$

مثال: جاهای خالی را با کلمه مناسب کامل کنید:

(الف) حاصل جمع هر عدد با خودش است.

(ب) عدد ۳۹ را با عددی جمع کرده و حاصل زوج شده است. آن عدد بوده است.

پاسخ

توجه کنید:

(الف) چه عدد زوج و چه فرد باشد، جمع آن با خودش همیشه زوج است.

(ب) فرد: چون ۳۹ فرد است، باید با عدد فرد جمع شود تا حاصل زوج شود.

تست: اگر ∇ نشان دهنده یک عدد فرد باشد، کدام یک از عددهای زیر حتماً زوج است؟

④ $\nabla \times \nabla \times \nabla$

③ $۳ \times \nabla + \nabla$

② $۲ \times \nabla - ۱$

① $\frac{\nabla}{۲}$

گزینه ۳

چون عددهای ∇ و ۳ هر دو فرد هستند، حاصل ضرب $۳ \times \nabla$ نیز فرد است. در نتیجه عبارت $۳ \times \nabla + \nabla$ که جمع دو عدد فرد است، عددی زوج خواهد شد.

نکته ۴:

الگوی مضرب‌های هر عدد، مشابه الگوی عددهای زوج (مضرب ۲) نوشته می‌شود. مثلاً:

الگوی عددهای مضرب ۳، یعنی عددهایی که بر ۳ بخش‌پذیر هستند، به صورت $۳ \times n$ است.

الگوی مضرب‌های ۴، یعنی عددهایی که بر ۴ بخش‌پذیر هستند، به صورت $۴ \times n$ است.

به همین ترتیب:

الگوی عددهای مضرب ۷، به صورت $۷ \times n$ است.



مثال: سه عدد بعدی در زیر را بنویسید:

....., , , ۲۴ , ۱۶ , ۸

الف) چه الگویی برای عددها در این رشته وجود دارد؟

ب) عدد صدم در این رشته چیست؟

پاسخ

چون عددها ۸ تا ۸ تا زیاد شده‌اند می‌نویسیم:

۸ , ۱۶ , ۲۴ , ۳۲ , ۴۰ , ۴۸

الف) این عددها را می‌توان به صورت زیر نوشت:

۸×۱ , ۸×۲ , ۸×۳ , ۸×۴ , ۸×۵ , ۸×۶

پس: الگوی عددها $۸ \times n$ خواهد شد.

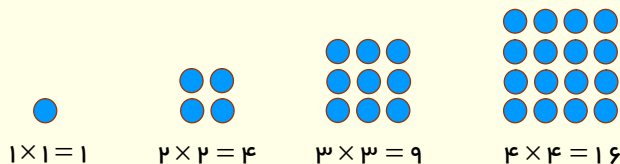
ب) برای به دست آوردن عدد صدم، جای n در الگو عدد ۱۰۰ را قرار می‌دهیم:

$$۸ \times ۱۰۰ = ۸۰۰$$

نکته ۵:

الگوی مربعی:

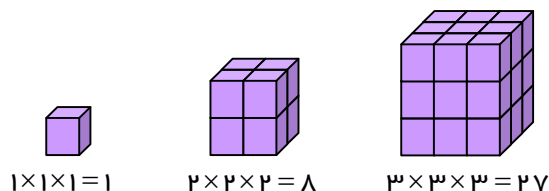
الگوی این عددها به صورت زیر است:



پس در الگوی مربعی، شماره‌ی هر شکل در خودش ضرب می‌شود: $n \times n$.

توجه کنید:

الگوی مشابهی را می‌توان با شکل‌ها و محاسبه ضربی زیر بیان کرد:



به عددهای بالا، «الگوی مکعبی» گفته می‌شود. (هر شماره، سه بار در خودش ضرب می‌شود!)

تست: کدام دسته از عددهای زیر همگی مربعی هستند؟

۲۵, ۴۹, ۵۶ **۲**

۲۵, ۴۲, ۳۶ **۱**

۱۵, ۴۹, ۸۱ **۴**

۹, ۶۴, ۸۱ **۳**

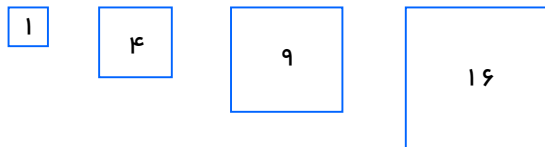
گزینه ۳

فقط در مورد سوم تمام عددها از ضرب یک عدد در خودش به دست می آیند:

$$۳ \times ۳ = ۹ \quad \text{و} \quad ۸ \times ۸ = ۶۴ \quad \text{و} \quad ۹ \times ۹ = ۸۱$$

--- ---

تست: با توجه به الگو، مساحت پنجاهمین مربع چیست؟ (آزمون تیزهوشان)



- ۱ ۲۵۵۰
- ۲ ۲۰۰۰
- ۳ ۲۵۵۳
- ۴ ۲۵۰۰

گزینه ۴

مساحت در شکل اول $۱ \times ۱ = ۱$ ، در شکل دوم $۲ \times ۲ = ۴$ و در شکل سوم $۳ \times ۳ = ۹$ است. پس عددها مربعی بوده و مساحت در شکل پنجاهم چنین است:

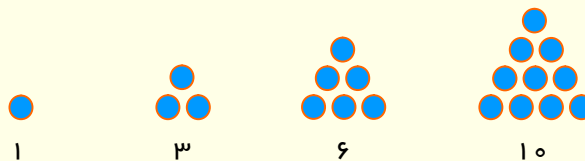
$$۵۰ \times ۵۰ = ۲۵۰۰$$

--- ---

نکته ۶:

الگوی مثلثی:

الگوی این عددها به صورت زیر است:



چنان که می بینید: در الگوی مثلثی، اولین عدد ۱، دومین عدد $۱ + ۲ = ۳$ ، سومین عدد $۱ + ۲ + ۳ = ۶$ و ... است.

توجه کنید: (مهم)

جمع های منظم مانند نمونه زیر حساب می شوند:

$$۱ + ۲ + ۳ + ۴ + ۵ + ۶ = \frac{۶ \times ۷}{۲} = ۴۲ \div ۲ = ۲۱$$

یعنی:

«عدد آخر» را در «یک عدد بیشتر از آن» ضرب کرده و جواب بر ۲ تقسیم می شود. پس عددهای مثلثی را از این روش می توان حساب کرد: مثلاً عدد بیستم مثلثی:

$$(۲۰ \times ۲۱) \div ۲ = ۴۲۰ \div ۲ = ۲۱۰$$



نتیجه:

اگر یک عدد مثلثی در عدد ۲ ضرب شود، حاصل آن را می‌توان به صورت ضرب دو عدد پشت سرهم نوشت!

تست: کدام عدد مثلثی است؟

۳۱ ④

۲۳ ③

۱۸ ②

۲۱ ①

گزینه ۱

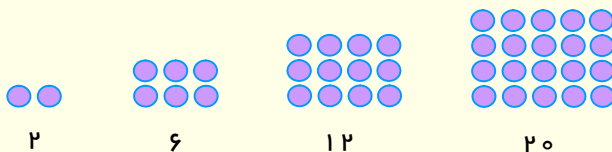
توجه کنید: دو برابر عدد ۲۱ برابر $2 \times 21 = 42$ است و آن را می‌توان به صورت 6×7 نوشت. دو برابر ۱۸ مساوی ۳۶، دو برابر ۲۳ مساوی ۴۶ و دو برابر ۳۱ مساوی ۶۲ است. هیچکدام از سه عدد ۳۶ و ۴۶ و ۶۲ را به صورت ضرب دو عدد پشت سرهم نمی‌توان نوشت!



نکته ۷:

الگوی مستطیلی:

شکل مربوط به این الگو به صورت زیر است:



طبق شکل: در این الگو، اولین عدد $1 \times 2 = 2$ ، دومین عدد $2 \times 3 = 6$ ، سومین عدد $3 \times 4 = 12$ و ... است.

توجه کنید:

بنابراین در الگوی مستطیلی:

«شماره» را در «یک عدد بیشتر از آن» ضرب می‌کنیم. (یعنی: عددهای مستطیلی به صورت ضرب دو عدد پشت سرهم هستند.)

سؤال:

چه ارتباطی بین الگوی مثلثی و الگوی مستطیلی وجود دارد؟

تست: اختلاف عددهای دهم در الگوهای مربعی و مستطیلی کدام است؟

۴۵ ④

۲۰ ③

۱۰ ②

۵ ①

گزینه ۲

عدد دهم در الگوی مربعی $10 \times 10 = 100$ و در الگوی مستطیلی $10 \times 11 = 110$ است. جواب: $110 - 100 = 10$

$110 - 100 = 10$



نکته ۸:

الگوی مسابی:

در این الگو فاصله‌ی عددها همیشه یکسان است. مانند:

$$2, 7, 12, 17, 22, \dots$$

$$+5 \quad +5 \quad +5 \quad +5$$

می‌بینید که در الگوی بالا فاصله‌ی عددها همیشه برابر $+5$ است. روش حساب کردن الگوی حسابی:

▪ از شماره n ، عدد ۱ را کم کرده و در فاصله‌ی عددها ضرب می‌کنیم:

$$\text{فاصله} \times (n-1)$$

▪ جواب مرحله‌ی قبل را با اولین عدد جمع می‌کنیم.

مثلاً در الگوی $2, 7, 12, 17, 22, \dots$ ، عدد بیست و هفتم برابر است با:

$$130 + 2 = 132 \Rightarrow 130 = 26 \times 5 = (27-1) \times 5$$

تست: در الگوی عددی زیر، عدد صد و سی و یکم کدام است؟

$$11 \rightarrow 15 \rightarrow 19 \rightarrow 23 \rightarrow \dots$$

۵۲۱ **۴**

۵۳۱ **۳**

۵۳۴ **۲**

۵۲۴ **۱**

گزینه ۳

چون فاصله‌ی عددها همیشه برابر ۴ است، طبق روش بالا:

• حاصل $131 - 1 = 130$ را در فاصله ضرب می‌کنیم:

$$130 \times 4 = 520$$

• جواب را با اولین عدد جمع می‌کنیم:

$$520 + 11 = 531$$



به مطلبی مفید و کاربردی مربوط به الگوی حسابی توجه کنید:

نکته ۹:

تعداد عددها:

وقتی تعدادی عدد با فاصله‌ی یکسان (الگوی حسابی) داشته باشیم، برای محاسبه‌ی تعداد آن‌ها:

۱) اختلاف اولین و آخرین عددها را حساب کرده و جواب را بر فاصله‌ی دو به دو آن‌ها تقسیم کنید.

۲) حاصل مرحله‌ی قبل را با عدد ۱ جمع کنید.



مثلاً در الگوی ۹۲, ... , ۱۷, ۱۴, ۱, تعداد عددها برابر است با:

$$\text{تعداد: } \frac{92-11}{3} = \frac{81}{3} = 27 \xrightarrow{+1} 27+1=28$$

سؤال:

تعداد عددهای متوالی ۵۱, ... , ۲۱, ۲۰, ۱۹ را طبق نکته‌ی قبل حساب کرده و قاعده‌ی مربوطه را به زبان ساده بیان کنید.

تست: از ۳۸۶ تا ۵۳۸ چند عدد فرد وجود دارد؟

۷۷ **4**

۷۶ **3**

۷۵ **2**

۷۴ **1**

گزینه ۲

عددهای مورد نظر به صورت زیر هستند:

$$387, 389, 391, \dots, 537$$

چون فاصله‌ی دو به دو عددها برابر ۲ است، طبق روش بالا:

$$\frac{537-387}{2} = \frac{150}{2} = 75 \xrightarrow{+1} 76$$

--- **2** ---

تست: اگر عددهای ۹۰ تا ۲۰۰ را پشت سر هم و بدون فاصله بنویسیم، عدد حاصل چند رقمی است؟

۳۲۳ **4**

۲۳۳ **3**

۲۲۰ **2**

۳۲۰ **1**

گزینه ۴

به تعداد عددهای نوشته شده نیاز داریم که دو نوع هستند:

۱) عددهای از ۹۰ تا ۹۹ که دو رقمی هستند. تعداد: $10 = (99 - 90) + 1$. تعداد رقم‌ها:

$$10 \times 2 = 20$$

۲) عددهای از ۱۰۰ تا ۲۰۰ که سه رقمی هستند. تعداد: $101 = (200 - 100) + 1$. تعداد رقم‌ها:

$$101 \times 3 = 303$$

پس در کل $20 + 303 = 323$ رقم نوشته خواهد شد.

--- **4** ---



عدد نویسی

برای خواندن عددهای بزرگ با حروف، ارقام را از سمت راست «سه رقم سه رقم» جدا کرده، به ارزش مکانی رقم‌ها توجه کرده و عدد را می‌خوانیم:



حتی می‌توانیم رقم‌ها را در جدول ارزش مکانی قرار دهیم:

میلیارد			میلیون			هزار					
ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی
	۲	۱	۰	۳	۵	۴	۹	۴	۰	۹	۶

اکنون می‌توانیم این عدد را با حروف بنویسیم:

بیست و یک میلیارد و سی و پنج میلیون و چهارصد و نود و چهار هزار و نود و شش.

نکته ۱۰:

مقایسه عددها:

این کار در دو مرحله انجام می‌شود:

- عددی که تعداد رقم‌های بیشتری دارد، بزرگ‌تر است.
- اگر تعداد ارقام برابر باشد، رقم‌ها را یکی یکی از چپ به راست مقایسه می‌کنیم. در اولین جایی که رقم‌های دو عدد تفاوت کند، عدد بزرگ‌تر معلوم می‌شود.

مثال: عددهای زیر را با هم مقایسه کرده و بین آن‌ها علامت $<$ $=$ $>$ قرار دهید:

الف) چهار میلیارد و نود و پنج میلیون و هفتصد و سی هزار ۴۵۰۷۹۰۱۲۰۱۳

ب) ۲۳۳۲۰۲۲۰۰۹ ۲۳۳۲۰۲۳۰۰۲

پاسخ

الف) عدد سمت راست دارای ۱۰ رقم و عدد سمت چپ دارای ۱۱ رقم است و بنابراین:

$$۴۵,۰۷۹,۰۱۲,۰۱۳ > ۴,۰۹۵,۷۳۰,۰۰۰$$

ب) این دو عدد تعداد ارقام برابر دارند و بنابراین باید رقم‌ها از سمت چپ با هم مقایسه شوند:

$$۲,۳۳۲,۰۲۲,۰۰۹ < ۲,۳۳۲,۰۲۳,۰۰۲$$

رقم هزارگان در عدد سمت راست برابر ۳ ولی رقم هزارگان در عدد سمت چپ برابر ۲ است.



نکته ۱۱:

نوشتن بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد (وقتی تکرار رقم‌ها آزاد باشد):

- برای نوشتن بزرگ‌ترین عدد، از رقم ۹ استفاده می‌کنیم، مگر این‌که عدد خواسته شده شرط دیگری داشته باشد.
- برای نوشتن کوچک‌ترین عدد، از رقم‌های ۰ و ۱ استفاده می‌کنیم و اگر شرطی داده شده بود، آن را رعایت می‌کنیم.

تست: تفاوت بزرگ‌ترین عدد سه رقمی مضرب ۵ و کوچک‌ترین عدد چهار رقمی فرد کدام است؟

- ۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۲ ۴) ۴

گزینه ۱

بزرگ‌ترین عدد سه رقمی مضرب ۵ برابر ۹۹۵ و کوچک‌ترین عدد چهار رقمی فرد برابر ۱۰۰۱ است. اختلافشان:

$$1001 - 995 = 6$$



نکته ۱۲:

نوشتن بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد (وقتی تکرار رقم‌ها آزاد نباشد):

- بزرگ‌ترین عدد: از سمت چپ با رقم ۹ شروع کرده و برای رقم‌های بعدی ۸ و ۷ ... استفاده می‌کنیم و اگر شرطی داشتیم، رعایت می‌کنیم.
- کوچک‌ترین عدد: از رقم‌های ۰ و ۱ شروع کرده و برای رقم‌های بعدی ۲ و ۳ ... استفاده می‌کنیم و اگر شرطی داده شده بود، آن را رعایت می‌کنیم.

مورد بعد را ببینید:

مثال: بزرگ‌ترین عدد ده رقمی با شرایط خواسته شده زیر را بنویسید:

فرد باشد، رقم تکراری نداشته باشد، از پنج میلیارد کوچک‌تر باشد.

پاسخ

باید رقم سمت چپ ۴ باشد و رقم سمت راست فرد باشد:

میلیارد			میلیون			هزار		
ص	د	ی	ص	د	ی	ص	د	ی
		۴	۹	۸	۷	۶	۵	۳
						۲	۰	۱



توجه کنید:

- رقم‌ها را به ترتیب از بزرگ به کوچک می‌نویسیم.
- چون رقم ۴ در سمت چپ به کار رفته است، بعد از رقم ۵ نباید تکرار شود. پس عدد مورد نظر ۱,۲۰۱,۶۵۳,۹۸۷,۴ است.



تست: با جایجا کردن رقم‌های عدد ۸۲۵۰۳، کوچک‌ترین عدد پنج رقمی فرد و بزرگ‌ترین عدد زوج پنج رقمی را نوشته‌ایم.

جمع این دو عدد کدام است؟

۹۹۷۰۷ **۴**

۹۹۷۰۵ **۳**

۱۰۳۷۰۷ **۲**

۱۰۵۷۰۵ **۱**

گزینه ۱

کوچک‌ترین عدد فرد: ۲۰۳۸۵

بزرگ‌ترین عدد زوج: ۸۵۳۲۰

جمع این دو عدد برابر $۱۰۵۷۰۵ = ۸۵۳۲۰ + ۲۰۳۸۵$ است.





بخش پذیری

مفهوم بخش پذیری:

نکته ۱۳:

عدد ۱۲ بر ۴ بخش پذیر است، زیرا اگر ۱۲ را بر ۴ تقسیم کنید، باقی مانده صفر می شود. به بیان دیگر:
عدد ۱۲ را می توان به صورت ۳×۴ نوشت: $۱۲ = ۳ \times ۴$ ولی:
عدد ۱۲ بر ۵ بخش پذیر نیست، زیرا اگر آن را بر ۵ تقسیم کنیم، باقی مانده خواهیم داشت.

در ادامه، قوانین بخش پذیری مهم را خواهیم دید:

بخش پذیری بر ۲:

همان طور که در بخش اول دیدیم، عددهای زوج بر ۲ بخش پذیر هستند. بنابراین:

عددی بر ۲ بخش پذیر است که رقم یکان آن ۰، ۲، ۴، ۶ یا ۸ باشد!

بخش پذیری بر ۵:

مضرب های ۵ به صورت $۵ \times n$ هستند:

۵، ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۵، ...

مشاهده می کنید که:

عددی بر ۵ بخش پذیر است که رقم یکان آن ۰ یا ۵ باشد!

بخش پذیری بر ۳ و ۹:

بخش پذیری بر این دو عدد شبیه یکدیگر است:

- یک عدد وقتی بر ۳ بخش پذیر است که جمع رقم های آن بر ۳ بخش پذیر باشد و
- یک عدد وقتی بر ۹ بخش پذیر است که جمع رقم های آن بر ۹ بخش پذیر باشد.

مثلاً:

عدد ۲۴ بر ۳ و عدد ۴۷۷ بر ۹ بخش پذیر است، زیرا:

$$۴ + ۷ + ۷ = ۱۸ \quad \text{و} \quad ۲ + ۴ = ۶$$

مثال: به موارد زیر پاسخ دهید:

- (الف) کوچک ترین عدد سه رقمی که بر ۳ بخش پذیر باشد، چیست؟
(ب) بزرگ ترین عدد بخش پذیر بر ۵ را بنویسید که از ۲۰۰ کوچک تر باشد.

پاسخ ✓

الف) شروع عددهای سه رقمی به صورت ۱۰۰ و ۱۰۱ و ۱۰۲ است که اولین عدد بخش پذیر بر ۳ عدد ۱۰۲ است.
ب) عددهای کوچک تر از ۲۰۰ به صورت ۱۹۹ و ۱۹۸ و ... هستند که اولین عدد بخش پذیر بر ۵ در بین آنها ۱۹۵ است.

--- ❖ ---

تست: عدد سه رقمی ۵ □ ۲ بر ۳ بخش پذیر است. اختلاف بزرگ ترین و کوچک ترین عدد مورد قبول کدام است؟

۶۰ ④

۵۰ ③

۵۵ ②

۶۵ ①

گزینه ۴ ✓

چون $7 = 5 + 2$ است، کمترین و بیشترین عددها که در جای خالی می توان قرار داد به ترتیب ۲ و ۸ است. پس: کوچک ترین عدد ۲۲۵ و بزرگ ترین عدد ۲۸۵ بوده و اختلاف آنها برابر $285 - 225 = 60$ است.

--- ❖ ---

بخش پذیری بر ۱۱

از سمت راست عدد داده شده شروع می کنیم:

- **مرحله ۱:** رقم های اول و سوم و پنجم و ... را با هم جمع می کنیم. سپس:
- **مرحله ۲:** رقم های دوم و چهارم و ششم و ... را با هم جمع می کنیم.
- دو عدد به دست آمده در دو مرحله ی بالا را از هم کم می کنیم. اگر جواب بر ۱۱ بخش پذیر باشد، عدد اولیه هم بر ۱۱ بخش پذیر است.

مثال: بخش پذیری عدد ۱۳۱۷۷ بر ۱۱ را بررسی کرده و باقی مانده تقسیم آن بر ۱۱ را به دست آورید.

پاسخ ✓

مرحله ۱: رقم های مشخص شده: ۱ ۳ ۱ ۷ ۷ جمع می شوند:

$$7 + 1 + 1 = 9$$

مرحله ۲: رقم های مشخص شده: ۱ ۳ ۱ ۷ ۷ جمع می شوند:

$$7 + 3 = 10$$

چون $10 - 9 = 1$ بر ۱۱ بخش پذیر نیست، پس عدد ۱۳۱۷۷ هم بر ۱۱ بخش پذیر نبوده و باقی مانده برابر ۱ است.

--- ❖ ---

به یک تکنیک مهم توجه کنید:

نکته ۱۴

بخش پذیری بر عدد ۶

چون اولاً: $6 = 2 \times 3$ است و ثانیاً: عددهای ۲ و ۳ مقسوم علیه مشترک غیر از ۱ ندارند:

یک عدد فقط وقتی بر ۶ بخش پذیر است که هم بر ۲ و هم بر ۳ بخش پذیر باشد!



به صورت مشابه:

چند مورد دیگر بیان می‌شوند:

- چون $12 = 3 \times 4$ است و عددهای ۳ و ۴ مقسوم علیه مشترک غیر از ۱ ندارند، یک عدد فقط وقتی بر ۱۲ بخش پذیر است که هم بر ۳ و هم بر ۴ بخش پذیر باشد!
- یک عدد فقط وقتی بر ۱۰ بخش پذیر است که هم بر ۲ و هم بر ۵ بخش پذیر باشد، یعنی باید رقم یکان آن صفر باشد. مانند:

۱۰, ۵۰, ۲۱۰, ...

- یک عدد فقط وقتی بر ۱۵ بخش پذیر است که هم بر ۳ و هم بر ۵ بخش پذیر باشد!
 - یک عدد فقط وقتی بر ۱۸ بخش پذیر است که هم بر ۲ و هم بر ۹ بخش پذیر باشد!
- ولی **نادرست** است بگوئیم:

یک عدد فقط وقتی بر ۱۸ بخش پذیر است که هم بر ۳ و هم بر ۶ بخش پذیر باشد!
چون: عددهای ۳ و ۶ مقسوم علیه مشترک غیر از ۱ دارند. (عدد ۳)

تست: کدام عبارت صحیح است؟ (آزمون نمونه دولتی)

- ① عددی بر ۱۸ بخش پذیر است که هم بر ۳ و هم بر ۶ بخش پذیر باشد.
- ② عددی بر ۱۲ بخش پذیر است که هم بر ۳ و هم بر ۴ بخش پذیر باشد.
- ③ عددی بر ۱۲ بخش پذیر است که هم بر ۲ و هم بر ۶ بخش پذیر باشد.
- ④ عددی بر ۸ بخش پذیر است که هم بر ۲ و هم بر ۴ بخش پذیر باشد.

گزینه ۲

توجه کنید: در گزینه‌ی دوم دو شرط لازم درست هستند:

- عدد ۱۲ همان 3×4 است.
 - عددهای ۳ و ۴ مقسوم علیه مشترک غیر از ۱ ندارند.
- پس عبارت داده شده در گزینه‌ی ۲ صحیح است. در گزینه‌های دیگر، عددها مقسوم علیه مشترک غیر از ۱ دارند و همه نادرستند.



در ادامه، چند قانون دیگر بخش پذیری را می‌آوریم:

بخش پذیری بر ۴:

فقط به یکان و دهگان عدد نگاه می‌کنیم. باید حاصل:

$$\text{یکان} + (\text{دهگان}) \times 2$$

بر ۴ بخش پذیر باشد. مثلاً: عدد ۳۷۵۶ بر ۴ بخش پذیر است، زیرا:

$$\text{حاصل } 16 = 10 + 6 = 2 \times 5 + 6 \text{ بر عدد } 4 \text{ بخش پذیر است.}$$



بخش پذیری بر ۸:

فقط به یکان و دهگان و صدگان عدد نگاه می‌کنیم. باید حاصل:

$$\text{یکان} + ۲ \times (\text{دهگان}) + ۴ \times (\text{صدگان})$$

بر ۸ بخش پذیر باشد. مثلاً: عدد ۳۷۵۶ بر ۸ بخش پذیر نیست، زیرا:

$$\text{حاصل } ۴۴ = ۶ + ۱۰ + ۲۸ = ۶ + ۲ \times ۵ + ۴ \times ۷ \text{ بر عدد ۸ بخش پذیر نیست.}$$

تست: افراد شرکت کننده در یک همایش به تعداد برابر در ۸ ساختمان جای داده شده‌اند. تعداد کل این افراد کدام عدد بوده است؟

۱۵۵۶ **۴**

۳۴۲ **۳**

۷۷۶ **۲**

۵۲۶ **۱**

گزینه ۲

باید تعداد افراد بر ۸ بخش پذیر باشد. تمام عددها را بررسی می‌کنیم:

گزینه ۱: $۴ \times ۵ + ۲ \times ۲ + ۶ = ۳۰$

گزینه ۲: $۴ \times ۷ + ۲ \times ۷ + ۶ = ۴۸$

گزینه ۳: $۴ \times ۳ + ۲ \times ۴ + ۲ = ۲۲$

گزینه ۴: $۴ \times ۵ + ۲ \times ۵ + ۶ = ۳۶$

فقط عدد ۴۸ قابل قبول است.



چند مورد دیگر:

بخش پذیری بر ۷: در دو مرحله:

- رقم یکان عدد را حذف می‌کنیم.
 - یکان حذف شده را در ۲ ضرب کرده و از عدد مرحله‌ی قبل کم می‌کنیم.
- این کار را آنقدر ادامه می‌دهیم تا عدد کوچکی داشته باشیم و بخش پذیری مشخص گردد. مثلاً: عدد ۴۷۶ بر ۷ بخش پذیر است، زیرا:

$$\text{با حذف یکان، عدد ۴۷ را داریم و } ۳۵ = ۴۷ - ۶ \times ۲ \text{ بر ۷ بخش پذیر است.}$$

بخش پذیری بر ۱۳: در دو مرحله:

- رقم یکان عدد را حذف می‌کنیم.
 - یکان حذف شده را در ۴ ضرب کرده و با عدد مرحله‌ی قبل جمع می‌کنیم.
- این کار را آنقدر ادامه می‌دهیم تا عدد کوچکی داشته باشیم و بخش پذیری مشخص گردد. مثلاً: عدد ۴۷۶ بر ۱۳ بخش پذیر نیست، زیرا:

$$\text{با حذف یکان، عدد ۴۷ را داریم و } ۷۱ = ۴۷ + ۶ \times ۴$$

$$\text{با حذف یکان، عدد ۷ را داریم و حاصل } ۱۱ = ۷ + ۱ \times ۴ \text{ بر ۱۳ بخش پذیر نیست.}$$



دو مورد بعدی اهمیت کمتری دارند، می‌توانید از آن‌ها عبور کنید:

بخش پذیری بر ۱۷: در دو مرحله:

- رقم یکان عدد را حذف می‌کنیم.
 - یکان حذف شده را در ۵ ضرب کرده و از عدد مرحله‌ی قبل کم می‌کنیم.
- این کار را آن قدر ادامه می‌دهیم تا عدد کوچکی داشته باشیم و بخش‌پذیری مشخص گردد. مثلاً عدد ۱۳۹۴ بر ۱۷ بخش‌پذیر است، زیرا:

طبق روش بالا: $139 - 4 \times 5 = 119$ و 119 بر ۱۷ بخش‌پذیر است.

بخش پذیری بر ۱۹: در دو مرحله:

- رقم یکان عدد را حذف می‌کنیم.
 - یکان حذف شده را در ۲ ضرب کرده و با عدد مرحله‌ی قبل جمع می‌کنیم.
- مثلاً عدد ۲۲۸ بر ۱۹ بخش‌پذیر است، زیرا:
- طبق روش بالا: $22 + 8 \times 2 = 38$ و این عدد بر ۱۹ بخش‌پذیر است.

تست: حاصل ضرب خارج‌قسمت در باقی‌مانده‌ی تقسیم کدام عدد بر ۷، برابر با صفر خواهد بود؟

۴۴۹ **④**

۵۹۵ **③**

۳۹۳ **②**

۴۵۷ **①**

گزینه ۳

توجه کنید؛ چون خارج قسمت صفر نمی‌شود، باید باقی مانده تقسیم صفر باشد تا ضرب آن‌ها صفر شود. یعنی؛ باید عدد بر ۷ بخش‌پذیر باشد. روش بخش‌پذیری بر ۷ را در مورد هر گزینه امتحان می‌کنیم:

$$45 - 2 \times 7 = 31$$

$$39 - 2 \times 3 = 33$$

$$59 - 2 \times 5 = 49$$

$$44 - 2 \times 9 = 26$$

چون عدد ۴۹ بر ۷ بخش‌پذیر است، فقط عدد ۵۹۵ بر ۷ بخش‌پذیر است.

--- **?** ---

تست: عدد چهار رقمی 137Δ بر ۱۴ بخش‌پذیر است. اگر یکان را در ۵ ضرب کنیم، حاصل کدام است؟

۱۰ **④**

۳۰ **③**

۲۰ **②**

۵ **①**

گزینه ۴

$$\begin{array}{r} 137 \overline{) 137} \\ - 7 \quad 19 \\ \hline 67 \\ - 63 \\ \hline 4 \end{array}$$

چون $14 = 2 \times 7$ است، باید اولاً رقم Δ زوج باشد و ثانیاً عدد بر ۷ بخش‌پذیر باشد، یعنی لازم است $137 - 2 \times \Delta$ بر ۷ بخش‌پذیر باشد. عدد ۱۳۷ را بر ۷ تقسیم می‌کنیم:

چون باقی‌مانده تقسیم برابر ۴ است، باید $2 \times \Delta = 4$ باشد تا عبارت $137 - 2 \times \Delta$ بر ۷ بخش‌پذیر شود.

$$2 \times \Delta = 4 \Rightarrow \Delta = 2$$

حالا آن را در ۵ ضرب می‌کنیم: $2 \times 5 = 10$

--- **?** ---



تست: بزرگ‌ترین عدد چهار رقمی که همزمان بر ۱۵ و ۱۲ بخش پذیر باشد، کدام است؟

۹۹۹۰ **4**

۹۹۹۲ **3**

۹۹۶۰ **2**

۹۹۳۰ **1**

گزینه ۲

باید عدد مربوطه بر ۳ و ۴ و ۵ بخش پذیر باشد. پس باید عددهای زیر را به ترتیب بررسی کنیم تا اولین مورد را بیابیم:

۹۹۹۵ و ۹۹۹۰ و ۹۹۸۵ و ۹۹۸۰ و ۹۹۷۵ و ۹۹۷۰ و ۹۹۶۵ و ...

اولین عدد بر ۳ بخش پذیر نیست؛ دومین عدد بر ۴ بخش پذیر نیست؛ سومین عدد بر ۵ بخش پذیر نیست و ...

با ادامه، اولین عددی که قابل قبول است، عدد ۹۹۶۰ خواهد بود.

--- **?** ---

تست: عدد سه رقمی Δ بر ۱۵ و عدد دو رقمی \diamond بر ۹ بخش پذیر است. حاصل $\Delta \times \diamond$ کدام است؟

۱۰ **4**

۰ **3**

۲۰ **2**

۳۰ **1**

گزینه ۱

(الف) عدد سه رقمی Δ باید بر ۳ و ۵ بخش پذیر باشد؛ پس Δ می‌تواند ۰ یا ۵ باشد که فقط اگر $\Delta = ۵$ باشد، بر ۳ هم برقرار می‌شود.

(ب) عدد دو رقمی \diamond باید بر ۳ و ۴ بخش پذیر باشد؛ با آزمون عددهای ۰، ۳، ۶ و ۹ جای \diamond ، فقط $\diamond = ۶$ قابل قبول می‌شود.
جواب:

$$\Delta \times \diamond = ۵ \times ۶ = ۳۰$$

--- **?** ---



عددهای صحیح

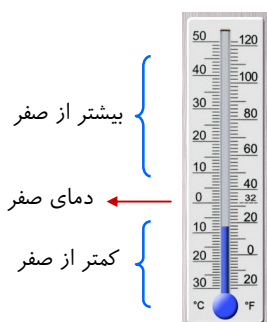
یادآوری:

عددهای $1, 2, 3, 4, \dots$ که معمولاً برای شمارش به کار می‌بریم، «طبیعی» و در حالتی کمی گسترده‌تر، عددهای زیر را «حسابی» گویند:

$$0, 1, 2, 3, 4, \dots$$

در ادامه، گسترش بیشتر این عددها را خواهیم دید.

به دماسنج روبه‌رو نگاه کنید:



- وقتی هوا بسیار سرد است، دمای هوا آنقدر پایین می‌آید که آب یخ می‌زند. اندازه دمای هوا در این حالت برابر صفر است.
- در بعضی شهرها، دمای هوا از این هم سردتر می‌شود. دمای هوا وقتی از صفر هم پایین‌تر باشد با -1 ، -2 ، -3 و ... نشان داده می‌شود.

نکته ۱۵:

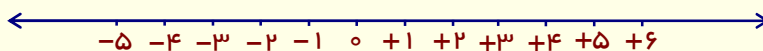
عددهای صحیح:

عددهای صحیح توسط عددهای طبیعی که مثبت هستند و عدد صفر و عددهای منفی به صورت زیر تشکیل می‌شوند:

$$\dots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, \dots$$

بویژه:

عددهای صحیح را روی محور هم می‌توان نمایش داد:



توجه کنید: (مهم)

روی محور عددهای صحیح:

- هر قدر به سمت چپ برویم عددها کوچک‌تر و
 - هر قدر به سمت راست برویم، عددها بزرگ‌تر می‌شوند.
- به عنوان نمونه:

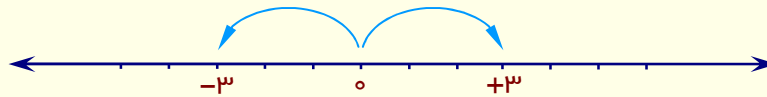
$$-2 < +3 \quad \text{و} \quad -5 < +1 \quad \text{و} \quad -4 < -1$$



نکته ۱۶:

قرینه اعداد:

به دو عدد -۳ و $+۳$ روی محور نگاه کنید. این دو عدد به فاصله یکسان از عدد صفر در سمت چپ و راست آن قرار دارند:



به همین دلیل، عددهای -۳ و $+۳$ قرینه یکدیگر هستند.

مثال: هر مورد را کامل کنید:

- الف) بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی برابر است.
- ب) کوچک‌ترین عدد صحیح مثبت برابر است.
- پ) قرینه -۷۱ برابر است.
- ت) کوچک‌ترین عدد صحیح منفی برابر است.

پاسخ

به آسانی می‌نویسیم:

الف) -۱ ب) $+۱$ پ) $+۷۱$

ت) چون روی محور هر قدر به سمت چپ برویم، عددهای کوچک‌تری خواهیم داشت، پس کوچک‌ترین عدد منفی وجود ندارد.





قدری پیشرفته‌تر

در بخش پایانی، چند نکته‌ی تکمیلی بیان شده و برخی تست‌های قوی‌تر آزمون‌های تیزهوشان را بررسی می‌کنیم.

نکته ۱۷:

هرگاه حاصل جمع دو عدد برابر \diamond و حاصل تفریق همان دو عدد برابر Δ را بدانیم و خود آن دو عدد را نیاز داشته باشیم؛ چنین عمل می‌کنیم:

▪ اگر \diamond و Δ را با هم جمع کرده و بر ۲ تقسیم کنیم، عدد بزرگ‌تر به دست می‌آید.

$$\text{عدد بزرگ‌تر} = (\diamond + \Delta) \div 2$$

▪ اگر \diamond و Δ را از هم کم کرده و بر ۲ تقسیم کنیم، عدد کوچک‌تر به دست می‌آید.

$$\text{عدد کوچک‌تر} = (\diamond - \Delta) \div 2$$

تست: حاصل جمع دو عدد ۵۲۴ و حاصل تفریق آن‌ها ۲۳۸ است. عدد بزرگ‌تر بر و عدد کوچک‌تر بر بخش‌پذیر است.

② به ترتیب: ۳ و ۱۱

① به ترتیب: ۹ و ۱۱

④ به ترتیب: ۳ و ۹

③ به ترتیب: ۳ و ۳

گزینه ۲

دو عدد را مشخص می‌کنیم:

$$\text{عدد بزرگ‌تر} = (524 + 238) \div 2 = 762 \div 2 = 381$$

$$\text{عدد کوچک‌تر} = (524 - 238) \div 2 = 286 \div 2 = 143$$

در عدد بزرگ‌تر، جمع رقم‌ها برابر $1 + 8 + 3 = 12$ بوده و عدد پر ۳ بخش‌پذیر است. عدد کوچک‌تر پر ۳ یا ۹ بخش‌پذیر نیست، ولی پر ۱۱ بخش‌پذیر هست:

$$\underline{143} \rightarrow \begin{cases} 1 + 3 = 4 \\ 4 \end{cases} \quad \text{و} \quad 4 - 4 = 0$$

--- \diamond ---

توجه کنید:

عدد صفر بر تمام عددها بخش‌پذیر است.

تست: مجموع سه عدد ۵۵ است. اگر عدد اول ۱۵ باشد و اختلاف و مجموع عدد دوم و سوم به ترتیب ۸ و ۴۰ باشد، حاصل ضرب آن سه عدد چقدر است؟ (آزمون تیزهوشان)

④ ۵۷۶۰

③ ۸۲۵

② ۶۰۰۰

① ۴۸۰

گزینه ۴

مانند بالا، دو عدد دوم و سوم معلوم می‌شوند:



$$\text{عدد بزرگتر} = (40 + 8) \div 2 = 48 \div 2 = 24$$

$$\text{عدد کوچکتر} = (40 - 8) \div 2 = 32 \div 2 = 16$$

پس ضرب سه عدد برابر است با:

$$15 \times 24 \times 16 = 360 \times 16 = 5760$$



نکته ۱۸:

مقلوب عدد:

به عدد ۳۷ نگاه کنید: اگر رقم‌ها جابجا شوند عدد ۷۳ به دست می‌آید که مقلوب عدد ۳۷ است.

خاصیت مقلوب:

حاصل تفریق $37 - 73 = 99$ بر ۹ بخش پذیر است. این مطلب همیشه درست است:

اختلاف یک عدد دو رقمی و مقلوبش همیشه بر ۹ بخش پذیر است!

به صورت مشابه:

«اختلاف یک عدد سه رقمی و مقلوبش همیشه بر ۹۹ بخش پذیر است.» مثلاً:

مقلوب عدد ۸۴۲ برابر ۲۴۸ بوده و اختلافشان $842 - 248 = 594$ بر ۹۹ بخش پذیر است.

تست: عمر درخت (۱) عددی دو رقمی است و اگر جای یکان و دهگان آن عوض شود، عمر درخت (۲) به دست می‌آید. اختلاف

عمر این دو درخت، کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

۱۸ ④

۷۲ ③

۷۹ ②

۶۳ ①

گزینه ۲

چون عمر دو درخت عددی دو رقمی و مقلوب همدیگر هستند، باید اختلافشان بر ۹ بخش پذیر باشد و بنابراین عدد ۷۹ نمی‌تواند جواب باشد.



نکته ۱۹:

الگوی فیبوناچی:

این الگو با دو عدد ۱ شروع می‌شود. ۱، ۱، ... سپس:

هر دو عدد از الگو با هم جمع می‌شوند تا عدد بعدی الگو به دست آید!

$$1 + 1 = 2 \Rightarrow \text{عدد سوم} = 2$$

۱، ۱، ۲، ...

$$1 + 2 = 3 \Rightarrow \text{عدد چهارم} = 3$$

۱، ۱، ۲، ۳، ...

$$2 + 3 = 5 \Rightarrow \text{عدد پنجم} = 5$$

۱، ۱، ۲، ۳، ۵، ...

$$3 + 5 = 8 \Rightarrow \text{عدد ششم} = 8$$

۱، ۱، ۲، ۳، ۵، ۸، ...



تست: در الگوی زیر، حاصل $\Delta - \nabla$ چیست؟

- ۱ ۱۴۴ ۲ ۱۲۳ ۳ ۱۰۰ ۴ ۱۱۰

گزینه ۴

با قدری توجه می‌فهمید که هر عدد از جمع دو عدد قبلی خود به دست آمده است، یعنی الگوی فیبوناچی. پس:

$$\nabla = ۱۳ + ۲۱ = ۳۴ \quad \text{و} \quad \Delta = ۵۵ + ۸۹ = ۱۴۴$$

در نتیجه:

$$\Delta - \nabla = ۱۴۴ - ۳۴ = ۱۱۰$$

--- ---

نکته ۲۰:

عدد اول: به عددی گفته می‌شود که از ۱ بزرگ‌تر است و:

غیر از عدد ۱ و خودش، بر هیچ عددی بخش پذیر نباشد!

مانند عددهای ۲ و ۳ و ۵ و ۷ و ... توجه کنید:

- عددهای اول تمام نمی‌شوند و تا بی‌نهایت ادامه دارند.
- تنها عددی که هم اول و هم زوج است، عدد ۲ می‌باشد. بقیه عددهای اول، همگی فرد هستند.

توجه کنید:

- عدد اول ۱۳ فقط دو مقسوم علیه ۱ و ۱۳ را دارد. در کل:
- هر عدد اول فقط دو مقسوم علیه دارد: عدد ۱ و خودش.
- عدد $۳۵ = ۵ \times ۷$ را در نظر بگیرید. چون هر دوی ۵ و ۷ اول هستند، مقسوم علیه‌های عدد ۳۵ فقط عددهای ۱ و ۵ و ۷ و ۵×۷ هستند؛ یعنی تمام ترکیب‌های ضرب مختلف ۵ و ۷ و همچنین عدد ۱.

تست بعد را ببینید:

تست: عددی را به صورت ضرب $۲ \times ۳ \times ۱۳ \times ۲۳ \times ۳۱$ نوشته‌ایم. این عدد چند مقسوم علیه دو رقمی دارد؟

- ۱ ۱۰ ۲ ۸ ۳ ۷ ۴ ۹

گزینه ۱

اولاً: عددهای ۱۳ و ۲۳ و ۳۱ سه مقسوم علیه دو رقمی هستند.

ثانیاً: ترکیب‌های ضرب که چوایی دو رقمی بدهند هم قبول می‌شوند:

$$\begin{array}{llll} ۲ \times ۱۳ = ۲۶ & ۲ \times ۲۳ = ۴۶ & ۲ \times ۳۱ = ۶۲ & ۳ \times ۱۳ = ۳۹ \\ ۳ \times ۲۳ = ۶۹ & ۳ \times ۳۱ = ۹۳ & ۲ \times ۳ \times ۱۳ = ۷۸ & \end{array}$$



بقیه‌ی ترکیب‌های ضرب، مقسوم علیه یک رقمی یا سه رقمی و یا چهار رقمی شده و مورد قبول نیستند. پس در کل $۳ + ۷ = ۱۰$ مقسوم علیه دو رقمی وجود دارد.



نکته ۲۱:

رقم یکان:

گاهی یک عدد بارها در خودش ضرب می‌شود و رقم یکان عدد حاصل خواسته می‌شود. قانون کلی:

هر چهار بار که در ضرب پیش برویم، به رقم یکان اولیه خواهیم رسید.

برای مثال:

اگر عدد ۲۷ را دو بار یا شش بار یا ده بار در خودش ضرب کنیم، رقم یکان ۹ خواهد شد.

بنابراین:

طبق خاصیت بالا، تعداد دفعات ضرب را بر ۴ تقسیم کرده و ضرب یکان در خودش را فقط «به تعداد باقی‌مانده» انجام می‌دهیم. **مهم:** اگر باقی‌مانده صفر شود، باید ضرب را ۴ بار انجام دهید.

حالت‌های خاص:

- وقتی رقم یکان ۵، ۱، ۵ یا ۶ باشد، با هر تعداد ضرب، یکان تغییر نمی‌کند.
 - وقتی رقم یکان ۴ یا ۹ باشد، بیان ساده‌تری قابل بیان است:
- الف)** وقتی یکان ۴ است، اگر عدد «فرد مرتبه» در خودش ضرب شود، یکان همان ۴ و اگر «زوج مرتبه» در خودش ضرب شود، یکان ۶ است.
- ب)** وقتی یکان ۹ است، اگر عدد «فرد مرتبه» در خودش ضرب شود، یکان همان ۹ و اگر «زوج مرتبه» در خودش ضرب شود، یکان ۱ است.

نتیجه:

هرگاه عددی (طبیعی) را هر چند بار در خودش ضرب کنیم، یکان هیچ‌گاه ۲، ۳، ۷ یا ۸ نخواهد شد.

چند سؤال:

۱) عدد ۱۳۷۸ را ۱۲۳ بار در خودش ضرب کرده‌ایم. یکان عدد حاصل چیست؟

۲) عدد ۱۳۹۰ را ۲۱۳ بار در خودش ضرب کرده‌ایم. یکان عدد حاصل چیست؟

۳) عدد ۱۳۷۹ را ۱۰۰۰ بار در خودش ضرب کرده‌ایم. یکان عدد حاصل چیست؟



تست: عدد ۲۹ را ۳۲ بار و عدد ۳۳ را ۳۱ بار در خودش ضرب کرده‌ایم. اختلاف رقم‌های یکان عددهای حاصل کدام خواهد بود؟

۲ **4**

۴ **3**

۸ **2**

۶ **1**

گزینه ۱

طبق نکات بالا:

- یکان جواب در ضرب ۳۲ بار عدد ۲۹، برابر ۱ خواهد شد.
- در مورد عدد ۳۳ با توجه به این که در تقسیم $۳۱ \div ۴$ ، باقی‌مانده ۳ می‌شود، یکان از ضرب $۳ \times ۳ \times ۳ = ۲۷$ برابر ۷ است. جواب مورد نظر:

$$7 - 1 = 6$$

--- **3** ---

نکته ۲۲:

تعداد اعداد منظم:

وقتی عددها متوالی باشند، تعداد برابر است با:

$$+1 \text{ (عدد اولی - عدد آخری)}$$

برای مثال:

$$\text{تعداد عددهای } ۱۰۰, ۱۰۱, ۱۰۲, \dots, ۱۰۵ \text{ برابر است با: } ۱ = ۹۱ + ۱ \text{ (} ۱۰۵ - ۱۰۰ \text{)}$$

البته:

اگر عددها پشت سرهم، ولی با فاصله باشند، باید:

اختلاف عددهای آخر و اول را ابتدا بر فاصله تقسیم و سپس با ۱ جمع کنید!

مثال:

۱) از عدد ۲۷ تا عدد ۱۰۲۷ چند عدد طبیعی وجود دارد؟

۲) از ۴۵ تا عدد ۱۵۸ چند عدد زوج و چند عدد فرد وجود دارد؟

تست: چند عدد سه رقمی با یکان ۶ وجود دارد؟

۸۹ **4**

۹۰ **3**

۱۰۰ **2**

۹۹ **1**

گزینه ۳

عددهای مورد نظر:

$$۱۰۶, ۱۱۶, ۱۲۶, \dots, ۹۹۶$$

اختلاف اول و آخر: $۹۹۶ - ۱۰۶ = ۸۹۰$ و چون فاصله عددها برابر ۱۰ است:



$$۸۹۰ \div ۱۰ = ۸۹ \rightarrow ۸۹ + ۱ = ۹۰$$

--- ❓ ---

یادآوری:

دیدهایم که جمع عددهای منظم و متوالی مانند ۱ تا ۱۰۰ به صورت زیر حساب می‌شود:

$$۱ + ۲ + ۳ + \dots + ۱۰۰ = \frac{(۱۰۰ \times ۱۰۱)}{۱۰۱۰۰} \div ۲ = ۵۰۵۰$$

در کل:

وقتی عددها متوالی باشند، جمعشان شبیه روش بالا حساب می‌شود:

$$\div ۲ [(تعداد عددها) \times (عدد اول + عدد آخر)]$$

برای مثال:

جمع عددهای ۱۰ و ۱۱ و ۱۲ و ... و ۹۰، با توجه به این که تعدادشان $۹ = ۸ + ۱ = ۹۰ - ۱۰$ است، برابر است با:

$$[(۹۰ + ۱۰) \times ۹] \div ۲ = ۹۰۰ \div ۲ = ۴۵۰$$

تست: هشت دوست در یک مهمانی به یکدیگر دست می‌دهند. مجموعاً چند بار به هم دست داده‌اند؟

۴۹ ④

۵۶ ③

۲۸ ②

۳۲ ①

گزینه ۲

نفر اول به ۷ نفر دست می‌دهد؛ نفر دوم به ۶ نفر جدید، نفر سوم به ۵ نفر جدید و ... بنابراین:

$$۱ + ۲ + ۳ + \dots + ۷ = \frac{۷ \times ۸}{۲} = ۵۶ \div ۲ = ۲۸$$

--- ❓ ---

تست: جمع عددهای دو رقمی مضرب ۵ کدام است؟

۸۹ ④

۹۰ ③

۱۰۰ ②

۹۹ ①

گزینه ۳

باید جمع زیر را حساب کنیم:

$$۱۰ + ۱۵ + ۲۰ + \dots + ۹۵$$

همه را بر ۵ تقسیم می‌کنیم، جمع به صورت $۲ + ۳ + ۴ + \dots + ۱۹$ تبدیل می‌شود: $\frac{(۲ + ۱۹) \times ۱۸}{۲} = ۲ \times ۹ = ۱۸۹$

اکنون کافی است جواب در ۵ ضرب شود:

$$۱۸۹ \times ۵ = ۹۴۵$$

--- ❓ ---

چند روش شمارش مفید:

۱) عددهای طبیعی از ۱ شروع می‌شوند و:

تعداد اعداد طبیعی یک رقمی ۹، تعداد دو رقمی ۹۰، تعداد سه رقمی ۹۰۰ و ... است.

۲) شمارش یک رقم در اعداد متوالی:



نظم زیر در مورد آن‌ها برقرار است:

- (الف)** از ۱ تا ۹۹، از هر رقم دقیقاً ۲۰ تکرار داریم، فقط رقم ۰ تعداد ۹ تکرار دارد.
- (ب)** از ۱۰۰ تا ۱۹۹، از هر رقم دقیقاً ۲۰ تکرار داریم، فقط رقم ۱ تعداد ۱۲۰ تکرار دارد.
- (پ)** از ۲۰۰ تا ۲۹۹، از هر رقم دقیقاً ۲۰ تکرار داریم، فقط رقم ۲ تعداد ۱۲۰ تکرار دارد.
- این نظم در ادامه هم درست است؛ مثلاً:
- از ۷۰۰ تا ۷۹۹، از هر رقم دقیقاً ۲۰ تکرار داریم، فقط رقم ۷ تعداد ۱۲۰ تکرار دارد.

۳) شمارش ارقام در اعداد متوالی:

شمارش تعداد ارقام را مانند نمونه‌های زیر حساب کنید.

(الف) تعداد ارقام از ۱ تا ۷۸ را حساب می‌کنیم:

ابتدا همه ۷۸ عدد را موقتاً دو رقمی در نظر گرفته: $۷۸ \times ۲ = ۱۵۶$ ؛ ولی ۹ تا از این عددها یک رقمی بوده‌اند.
پس جواب:

$$۱۵۶ - ۹ = ۱۴۷$$

(ب) شمارش تعداد ارقام از ۱ تا ۱۹۱:

ابتدا همه ۱۹۱ عدد را موقتاً سه رقمی در نظر می‌گیریم: $۱۹۱ \times ۳ = ۵۷۳$ ؛ ولی ۹ تا از این عددها یک رقمی بوده‌اند.
پس $۹ \times ۲ = ۱۸$ باید کم شود؛ همچنین ۹۰ تا دو رقمی هستند، پس عدد ۹۰ هم باید کم شود:
جواب:

$$۵۷۳ - \underbrace{(۱۸ + ۹۰)}_{۱۰۸} = ۴۶۵$$

۴) شمارش ارقام در شماره‌گذاری صفحات کتاب:

برای تعداد صفحات یک رقمی:

$$(۱ + \text{تعداد صفحات}) \times ۱ - ۱$$

نظم مشابهی برقرار است:

$$۲ - ۱۱ \Rightarrow (۱ + \text{تعداد صفحات}) \times ۲ - ۱۱$$

$$۳ - ۱۱۱ \Rightarrow (۱ + \text{تعداد صفحات}) \times ۳ - ۱۱۱$$

تست: در شماره گذاری یک کتاب ۸۷ صفحه‌ای، چند رقم نوشته شده است؟

۱۶۵ ④

۱۶۰ ③

۱۵۵ ②

۱۵۰ ①

گزینه ۴

طبق رابطه‌ی بالا:

$$\underbrace{(۸۷ + ۱)}_{۸۸} \times ۲ - ۱۱ = ۱۷۶ - ۱۱ = ۱۶۵$$





توجه کنید:

یک کتاب ۹۹ صفحه‌ای با ۱۸۹ رقم شماره‌گذاری می‌شود؛ (چرا؟). بنابراین:
اگر تعداد رقم‌های به کار رفته بیشتر از ۱۸۹ باشد، تعداد صفحات کتاب سه رقمی بوده است!

تست: در شماره‌گذاری یک کتاب ۲۵۲ رقم به کار رفته؛ این کتاب چند صفحه دارد؟

۱۲۰ **4**

۱۲۱ **3**

۱۳۱ **2**

۱۳۰ **1**

گزینه ۴

طبق مطلب بالا، تعداد صفحات سه رقمی بوده؛ با توجه به رابطه‌ی مربوطه:

$$111 - 3 \times (1 + \text{تعداد صفحات}) \Rightarrow \text{برای تعداد صفحات سه رقمی}$$

چنین عمل می‌کنیم:

$$252 + 111 = 363 \xrightarrow{\div 3} 121 \xrightarrow{-1} = 120$$

--- **?** ---

نکته ۲۳:

اصل ضرب: برای نمونه؛

فرض کنید در یک فروشگاه، ۲ مدل کفش A و B و ۳ مدل کیف X، Y و Z مورد پسند واقع شود و بخواهید یک کفش و یک کیف بخرید. تعداد $2 \times 3 = 6$ انتخاب خواهید داشت:

(X و A) (Y و A) (Z و A) (X و B) (Y و B) (Z و B)

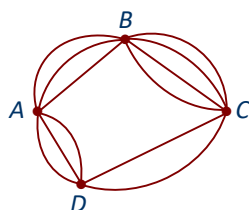
یعنی:

وقتی چند کار همزمان انجام می‌شود، تعداد حالت‌ها را در هم ضرب می‌کنیم.

مثال:

۱) مطابق شکل، بین چهار شهر مسیرهایی وجود دارد.

به چند روش می‌توان از طریق شهر B، از شهر A به شهر C سفر کرد؟



۲) توسط رقم‌های ۲، ۵ و ۸:

الف) چند عدد سه رقمی دلخواه می‌توان نوشت؟

ب) چند عدد سه رقمی بدون تکرار رقم‌ها می‌توان نوشت؟



در پایان، بررسی چند تست برگزیده از دوره‌های قبل آزمون‌ها را ببینید:

تست: در مربع‌های عبارت $\square + \square + \square + \square + \square + \square$ می‌توانیم عددهای صفر، ۳، ۴ یا ۵ قرار دهیم. حاصل این جمع چند عدد متفاوت خواهد بود؟

(آزمون تیزهوشان)

۲۴ ④

۲۸ ③

۲۹ ②

۳۰ ①

گزینه ۲

توجه کنید، چند خاصیت وجود دارد:

- اگر همه‌ی مربع‌ها را صفر قرار دهیم، عدد صفر به دست می‌آید و غیر از آن، کوچک‌ترین عددی که می‌توان ساخت ۳ است؛

$$۳ + ۰ + ۰ + ۰ + ۰ + ۰ = ۳$$
- چون رقم‌های ۳ و ۴ و ۵ با هم یک واحد اختلاف دارند، با جایگزین کردن آن‌ها، عددهای ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ... را نیز می‌توان توسط جمع شش رقم ساخت.
- اگر تمام مربع‌ها را ۵ قرار دهیم، بزرگ‌ترین عدد ممکن $۵ \times ۶ = ۳۰$ است. پس تمام عددهای ۰ و ۳ و ۴ و ۵ و ... و ۳۰ از جمع بالا به دست می‌آیند که تعدادشان $۲۸ + ۱ = ۲۹$ است.

--- ❓ ---

تست: شخصی قصد دارد یک خبر فوری را بین ۹۹۹ نفر از دوستان خود پخش کند. همه‌ی این ۱۰۰۰ نفر شماره‌ی تماس یکدیگر را دارند. اگر بعد از گذشت هر دقیقه، هر شخص بتواند خبر را به دو نفر اطلاع دهد، حداقل چند دقیقه نیاز است تا همه مطلع شوند؟

(آزمون تیزهوشان)

۵۰۰' ④

۱۰' ③

۳۳' ②

۷' ①

گزینه ۱

از دقیقه اول شروع به بررسی می‌کنیم؛

- بعد از گذشت ۱ دقیقه، آن شخص و ۲ نفر از دوستان مطلع می‌شوند؛ $۱ + ۲ = ۳$.
 - بعد از گذشت ۲ دقیقه، آن ۳ نفر به $۳ \times ۲ = ۶$ نفر از دوستان اطلاع داده و در کل افراد مطلع شده پراپرند؛ $۳ + ۳ \times ۲ = ۹$.
- این الگو را برای دقایق بعد ادامه می‌دهیم تا به ۱۰۰۰ برسیم؛

بعد از ۳ دقیقه : $۹ + ۹ \times ۲ = ۲۷$

بعد از ۴ دقیقه : $۲۷ + ۲۷ \times ۲ = ۸۱$

بعد از ۵ دقیقه : $۸۱ + ۸۱ \times ۲ = ۲۴۳$

بعد از ۶ دقیقه : $۲۴۳ + ۲۴۳ \times ۲ = ۷۲۹$

بعد از ۷ دقیقه : $۷۲۹ + ۷۲۹ \times ۲ = ۲۱۸۷$

پس در پایان دقیقه هفتم، تمام افراد از خبر اطلاع دارند.

--- ❓ ---

تست: حسین ۴۸ ریال سکه دارد. سکه‌ها ۵ ریالی و ۲ ریالی هستند و تعداد تمام آن‌ها ۱۲ تا است. چند تا از سکه‌ها ۲ ریالی است؟ (آزمون تیزهوشان)

۱۰ ④

۷ ③

۶ ②

۴ ①



شماره فرد	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
پایان دور اول			✓			✓			✓			✓			✓			✓		
پایان دور دوم	✓		✓	✓		✓	✓		✓	✓		✓	✓		✓	✓		✓	✓	
پایان دور سوم	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

دقیقاً از شماره‌ی ۶۱ تا ۱۲۰ سه دور دیگر بازی ادامه پیدا کرده و با همان ترتیب همگی می‌نشینند. پس:

در هر ۱۲۰ عدد که بشمریم، به نقطه‌ی شروع می‌رسیم!

عدد ۱۰۰۰ را بر ۱۲۰ تقسیم کنید؛ خواهیم داشت $۸ \times ۱۲۰ + ۴۰ = ۱۰۰۰$. پس ۸ دور پی‌اثر داریم و فقط ۴۰ شماره‌ی آخر مؤثر است. یعنی پایان دور دوم که در جدول می‌بینید ۱۳ نفر ایستاده‌اند.



تست: در انتخابات ریاست جمهوری، اگر هیچ یک از نامزدهای انتخابات نتواند حداقل پنجاه درصد آرا را کسب کند، دو نامزد دارای بیشترین رأی به مرحله‌ی دوم انتخابات می‌روند. (در هر مرحله، هر رأی دهنده فقط به یک نفر رأی می‌دهد.) اگر فهرست ترجیح یک رأی دهنده به این صورت باشد:

«د > ج > ب > الف»

بدین معنی است که آن رأی دهنده، نامزد «الف» را به «ب»، «ب» را به «ج» و «ج» را به «د» ترجیح می‌دهد. اگر «فهرست ترجیح» جامعه به صورت زیر باشد، کدام نامزد در انتخابات پیروز خواهد شد؟

۱۰ میلیون نفر دارای فهرست ترجیح: «د > ج > الف > ب»

۶ میلیون نفر دارای فهرست ترجیح: «ب > د > الف > ج»

۵ میلیون نفر دارای فهرست ترجیح: «ب > ج > د > الف»

(آزمون تیزهوشان)

۴ د

۳ ج

۲ ب

۱ الف

تایید ✓ گزینه ۳

توجه کنید:

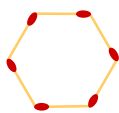
- دور اول: کل افراد $۲۱ = ۵ + ۶ + ۱۰$ میلیون نفر هستند و چون نصف آن $۵/۱۰$ میلیون نفر می‌شود، هیچ نامزدی در دور اول برنده نمی‌شود.
- میلیون ۰ رأی «د» میلیون ۶ رأی «ج» میلیون ۱۰ رأی «ب» میلیون ۵ رأی «الف»
پس؛ دو فرد «ب» و «ج» وارد مرحله دوم می‌شوند.
- در دور دوم؛ ۵ میلیون نفری که در دور اول به «الف» رأی داده‌اند، «ج» را نسبت به «ب» ترجیح داده و رأی «ج» به $۱۱ = ۵ + ۶$ میلیون نفر رسیده و برنده خواهد شد.



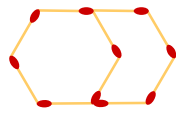


(سؤالات تشریحی)

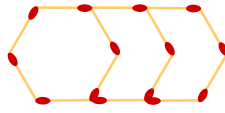
۱- ابتدا الگوی مربوط به شکل‌های زیر را بنویسید، سپس تعداد چوب کبریت‌های شکل دویستم را به دست آورید.



(۱)



(۲)



(۳)

.....

۲- ابتدا سه عدد بعدی هر مورد را نوشته و سپس الگوی کلی آن را به دست آورید.

الف) $\frac{6}{3}, \frac{7}{6}, \frac{8}{9}, \frac{9}{12}, \dots, \dots, \dots$

ب) ۳, ۱۱, ۱۹, ۲۷, \dots, \dots, \dots

ج) ۱۱, ۲۵, ۲۹, ۳۸, \dots, \dots, \dots

۳- زهرا نفر وسط در یک صف است که پشت سر او ۱۷ نفر ایستاده‌اند.

الف) زهرا نفر چندم صف است؟

ب) صف از چند نفر تشکیل شده است؟

۴- تعیین « عدد وسط » با قاعده زیر انجام می‌شود:

«هرگاه مجموع چند عدد متوالی (با فاصله‌های یکسان) داده شود، با تقسیم مجموع بر تعدادشان، عدد وسط حاصل می‌شود.»

با استفاده از عدد وسط، به سؤالات زیر پاسخ دهید:

الف) تعداد فرد:

مجموع پنج عدد صحیح متوالی ۷۵ است؛ کوچک‌ترین عدد را حساب کنید.

ب) تعداد زوج:

مجموع شش عدد صحیح متوالی ۹۹ است؛ بزرگ‌ترین آن‌ها را به دست آورید.

۵- در هر مورد عدد را با رقم و حروف بنویسید:

<input type="text"/>	بزرگ‌ترین عدد فرد شش رقمی بدون تکرار رقم‌ها با حروف:
<input type="text"/>	بزرگ‌ترین عدد زوج ده رقمی با حروف:
<input type="text"/>	کوچک‌ترین عدد فرد هفت رقمی بدون تکرار رقم‌ها با حروف:



- ۶- با کارت‌های ۵ و ۱ و ۳ و ۴ و ۶ و ۷ هر یک از اعداد خواسته شده را با رقم و حروف بنویسید.
- الف) بزرگ‌ترین عدد زوج سه رقمی بین ۲۰۰ و ۷۰۰.
- ب) کوچک‌ترین عدد شش رقمی و فرد با رقم دهگان هزار ۴ و رقم صدگان ۱.
- ۷- کوچک‌ترین عدد چهار رقمی بخش‌پذیر بر ۳ بدون رقم‌های تکراری را بنویسید.
- ۸- هر یک از جمله‌های زیر را با یک عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.
- الف) عدد ۳۰ - از قرینه‌اش است.
- ب) صفر از هر عدد صحیح منفی است.
- ج) بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی دو رقمی برابر است.
- د) بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی عدد است.
- ه) کوچک‌ترین عدد صحیح مثبت برابر است.
- و) عددهای صحیح سه دسته هستند: صحیح مثبت، و صحیح منفی.
- ز) تنها عدد صحیح که قرینه‌اش با خودش برابر است، عدد است.
- ح) کوچک‌ترین عدد صحیح منفی است.

(سوالات چهار گزینه‌ای)

۱- پدری چند میلیون پول خود را طبق یک الگو بین چهار فرزند خود تقسیم کرد. به کوچک‌ترین فرزند ۷ میلیون، به فرزند سوم ۱۲ میلیون و به فرزند دوم خود هم ۱۸ میلیون داد. اگر ۱۶ میلیون هم به مادر آن‌ها داده باشد، پول پدر کلاً چقدر بوده است؟

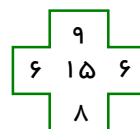
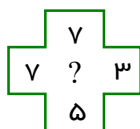
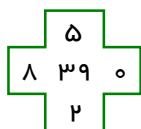
۴ ۶۷

۳ ۶۸

۲ ۷۷

۱ ۷۸

۲- با توجه به رابطه‌ی منطقی موجود در شکل‌های زیر، به جای علامت سؤال کدام عدد قرار می‌گیرد؟



۴ ۳۸

۳ ۲۸

۲ ۲۷

۱ ۳۷



۳- با توجه به الگوی زیر، عدد بعدی کدام است؟



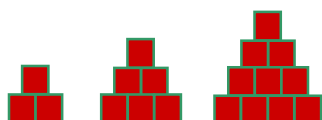
۱۰۹۳۳ ④

۹۱۹۳ ③

۹۰۹۳ ②

۱۰۱۸۳ ①

۴- با توجه به الگوی داده شده، ثلث مربع‌های شکل دهم کدام است؟



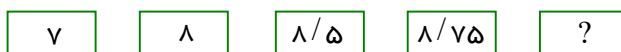
۳۸ ④

۲۲ ③

۴۳ ②

۱۸ ①

۵- جای علامت سؤال در الگوی زیر کدام عدد مناسب است؟



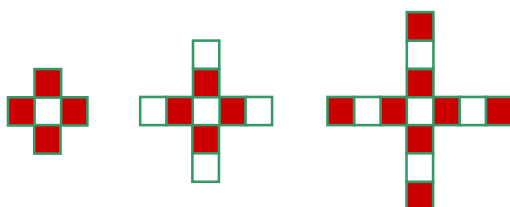
۸/۸۲۵ ④

۸/۸۷۵ ③

۸/۸۵ ②

۸/۲۵ ①

۶- با توجه به الگوی داده شده در شکل زیر، کسر $\frac{\text{خانه‌های رنگی}}{\text{خانه‌های سفید}}$ در مرحله دهم کدام است؟



$\frac{41}{37}$ ①

$\frac{20}{21}$ ②

$\frac{37}{41}$ ③

$\frac{21}{20}$ ④

۷- کدام مورد صحیح نیست؟

① $198765 =$ کوچک‌ترین عدد شش رقمی + بزرگ‌ترین عدد پنج رقمی غیر تکراری

② $1200000 <$ کوچک‌ترین عدد پنج رقمی + بزرگ‌ترین عدد شش رقمی

③ $22000 >$ کوچک‌ترین عدد پنج رقمی + کوچک‌ترین عدد پنج رقمی غیر تکراری

④ $20000 <$ کوچک‌ترین عدد پنج رقمی + بزرگ‌ترین عدد چهار رقمی غیر تکراری

متن زیر را بفوانید:

به هر یک از عددهای ردیف زیر، یک عدد «فیب» می‌گوئیم. در ردیف عددهای فیب، هر دو عدد پشت سر هم را «همسایه» می‌نامیم. برای مثال، پنجمین عدد فیب برابر ۸ و یکی از دو همسایه‌ی آن، ششمین عدد فیب برابر ۱۳ است:



۱ ۲ ۳ ۵ ۸ ۱۳ ۲۱ ۳۴ ...

به راحتی می‌توان دید که برای به‌دست آوردن هر عدد فیب (بزرگ‌تر از ۲)، باید دو عدد فیب قبلی‌اش را با هم جمع کرد. برای مثال، هفتمین عدد فیب از جمع ششمین و پنجمین عددهای فیب به‌دست می‌آید. یعنی: $۲۱ = ۸ + ۱۳$ بعضی از اعداد را می‌توان به صورت حاصل جمع دو یا چند عدد فیب غیر تکراری غیر همسایه نوشت. به این اعداد، «زکند» می‌گوئیم. برای مثال، محاسبه‌ی زیر نشان می‌دهد که عدد ۲۰ یک عدد زکند است:

$$۲۰ = ۱۳ + ۵ + ۲$$

با توجه به متن بالا، به سه سؤال زیر پاسخ دهید:

۸- کدام یک از محاسبات زیر نشان می‌دهد که عدد سمت چپ تساوی، یک عدد زکند است؟

(آزمون تیزهوشان)

② $۴۰ = ۳۶ + ۳ + ۱$

① $۳۰ = ۲۱ + ۵ + ۳ + ۱$

④ $۶۰ = ۵۵ + ۳ + ۲$

③ $۵۰ = ۳۴ + ۱۳ + ۳$

۹- تقریباً چند درصد از اعداد فیب کوچک‌تر از ۱۰۰۰۰۰ زوج هستند؟

(آزمون تیزهوشان)

④ ۵۰

③ ۴۰

② ۳۳

① ۲۵

۱۰- چند تا از اعداد ۷۰ و ۸۰ و ۹۰ زکند هستند؟

(آزمون تیزهوشان)

④ هر سه تا

③ فقط دو تا

② فقط یکی

① هیچ کدام

۱۱- در جمع زیر، هر کدام از شکل‌های مربع، دایره و مثلث، جای یک رقم گذاشته شده است. اگر این سه رقم با هم متفاوت باشند، دایره کدام عدد است؟

$$\begin{array}{r} \blacksquare \blacksquare \blacksquare \\ \blacksquare \blacksquare \bullet \\ + \blacksquare \blacktriangle \blacktriangle \\ \hline ۱ \ ۳ \ ۵ \ ۹ \end{array}$$

① ۵

② ۷

③ ۹

④ ۸

۱۲- اگر \diamond عددی زوج و Δ عددی فرد باشد، کدام عدد زیر ممکن است زوج باشد؟

④ $\frac{\diamond - \Delta}{۲}$

③ $\frac{\diamond}{۲} + ۳ \times \Delta$

② $\frac{\Delta}{۲} + \diamond$

① $\diamond + \Delta$

۱۳- باقی مانده‌ی تقسیم کدام عدد بر ۴ از بقیه کمتر است؟

④ ۷۱۳

③ ۹۰۲

② ۴۰۳۰

① ۳۴۳

۱۴- کدام عدد بر ۶ بخش‌پذیر است؟



۶۹۰۲ ④

۱۹۰۲ ③

۴۰۳۰ ②

۴۸۶۳ ①

۱۵- حاصل ضرب خارج قسمت و باقی مانده تقسیم کدام عدد بر ۷ برابر صفر است؟

۵۱۹ ④

۲۶۰ ③

۷۳۵ ②

۳۵۹ ①

۱۶- عددی پنج رقمی به صورت $۸۱\Delta\Delta ۴۸۱$ بر ۹۰ بخش پذیر است. حاصل $\Delta + \Delta$ کدام است؟

۷ ④

۵ ③

۶ ②

۴ ①

۱۷- عدد سه رقمی $\Delta ۳۱$ بر ۱۵ و عدد دو رقمی $\Delta ۹$ بر ۷ بخش پذیر است. حاصل $\Delta \times \Delta$ کدام است؟

۲۰ ④

۵ ③

۱۰ ②

۰ ①

۱۸- جای علامت سؤال در الگوی زیر کدام عدد مناسب است؟

$$\frac{1}{4} \rightarrow \frac{2}{12} \rightarrow \frac{1}{2} \rightarrow \frac{2}{6} \rightarrow ?$$

$\frac{1}{2}$ ④

۱ ③

$\frac{1}{3}$ ②

$\frac{2}{9}$ ①

۱۹- قورباغه‌ای از یک پلکان بالا می‌رود. روی هر پله یکی از عددهای ۱، ۲، ۳ یا ۴ نوشته شده است. قورباغه از روی هر پله، یک جهش به اندازه عددی که روی پله نوشته شده است، بالا یا پایین می‌جهد. (اگر مثبت باشد به سمت بالا و اگر منفی باشد، به سمت پایین می‌جهد). وقتی قورباغه ۱۰۰ پله بالاتر از پله شروع قرار داشته باشد، مجموع اعدادی که روی آن‌ها بوده است، چقدر است؟

(آزمون تیزهوشان)

۲۰۰ ④

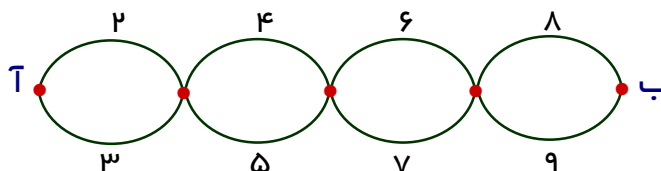
۱۰۰ ③

۵۰ ②

صفر ①

۲۰- در شکل زیر، مدت زمان عبور از هر مسیر مشخص شده. در هر تقاطع، برای آن که وارد یک مسیر جدید شویم، باید مجموع زمان مسیرهایی که تا به حال آمده‌ایم، با زمان آن مسیر، از نظر زوج و فرد بودن یکسان باشند. در لحظه‌ی شروع، هیچ محدودیتی برای انتخاب مسیر وجود ندارد. چند روش برای رسیدن از نقطه‌ی «آ» به «ب» وجود دارد؟ (فقط حرکت از چپ به راست مجاز است).

(آزمون تیزهوشان)



۱۶ ④

۸ ③

۲ ②

۱ ①

۲۱- بیست نفر به صورت دایره‌ای نشسته‌اند و به ترتیب و به نوبت از یک شروع به شمارش می‌کنند. هر کس که مضرب ۳ را می‌گوید، اگر نشسته است، می‌ایستد و اگر ایستاده است، می‌نشیند. وقتی به عدد هزار می‌رسند، چند نفر ایستاده‌اند؟

(آزمون تیزهوشان)

۲۰ ④

۱۳ ③

۱۰ ②

۷ ①



۲۲- در انتخابات ریاست جمهوری، اگر هیچ یک از نامزدهای انتخابات نتواند حداقل پنجاه درصد آرا را کسب کند، دو نامزد دارای بیشترین رأی به مرحله‌ی دوم انتخابات می‌روند. (در هر مرحله، هر رأی دهنده فقط به یک نفر رأی می‌دهد.) اگر فهرست ترجیح یک رأی دهنده به این صورت باشد:

«د > ج > ب > الف»

بدین معنی است که آن رأی دهنده، نامزد «الف» را به «ب»، «ب» را به «ج» و «ج» را به «د» ترجیح می‌دهد. اگر «فهرست ترجیح» جامعه به صورت زیر باشد، کدام نامزد در انتخابات پیروز خواهد شد؟

۱۰ میلیون نفر دارای فهرست ترجیح: «د > ج > الف > ب»

۶ میلیون نفر دارای فهرست ترجیح: «ب > د > الف > ج»

۵ میلیون نفر دارای فهرست ترجیح: «ب > ج > د > الف»

(آزمون تیزهوشان)

د ④

ج ③

ب ②

الف ①

۲۳- اختلاف بزرگ‌ترین عدد چهار رقمی زوج بخش‌پذیر بر ۹ و کوچک‌ترین عدد چهار رقمی فرد بخش‌پذیر بر ۹ چقدر است؟

۹۹۹۹ ④

۸۹۷۳ ③

۸۹۶۴ ②

۸۹۹۱ ①

۲۴- عدد ۲۰۲۹ را ۱۰۰۰ بار در خودش ضرب کرده و یکان عدد حاصل را یادداشت می‌کنیم. سپس عدد ۱۴۱۰ را ۲۱۳ بار در خود ضرب کرده و دوباره یکان عدد حاصل را یادداشت می‌کنیم. اختلاف دو عدد یادداشت شده کدام است؟

۹ ④

۷ ③

۱ ②

صفر ①

لیست کامل مجموعه‌های آموزشی

ریاضی تیزهوشان	متوسطه اول (عادی)	دوره ابتدایی (عادی)
ریاضی تیزهوشان ششم	جزوه ریاضی هفتم	جزوه ریاضی پنجم
ریاضی تیزهوشان هفتم	جزوه ریاضی هشتم	جزوه ریاضی ششم
ریاضی تیزهوشان هشتم	جزوه ریاضی نهم	
ریاضی تیزهوشان نهم		

استعداد تحلیلی (ششم به هفتم)	استعداد تحلیلی (نهم به دهم)
جزوه هوش کلامی (ادبی)	جزوه هوش غیرکلامی (تصویری)
جزوه هوش غیرکلامی (تصویری)	جزوه هوش ریاضی و محاسبات
جزوه هوش ریاضی - منطقی و سرعتی	جزوه هوش منطقی و استدلال (شامل تحلیل متن)

متوسطه دوم (تجربی: کنگوری)	متوسطه دوم (تجربی: تشریحی)
جزوه کنکور ریاضی دهم	جزوه تشریحی ریاضی دهم
جزوه کنکور ریاضی یازدهم	جزوه تشریحی ریاضی یازدهم
جزوه کنکور ریاضی دوازدهم	جزوه تشریحی ریاضی دوازدهم
جزوه جامع کنکور تجربی	

متوسطه دوم (ریاضی: کنگوری)	متوسطه دوم (ریاضی: تشریحی)
جزوه کنکور ریاضی دهم	جزوه تشریحی ریاضی دهم
جزوه کنکور مسابان (۱)	جزوه تشریحی هندسه (۱)
جزوه کنکور آمار و احتمال	جزوه تشریحی هندسه (۲)
جزوه کنکور هندسه (۲)	جزوه تشریحی مسابان (۱)
جزوه کنکور مسابان (۲)	جزوه تشریحی آمار و احتمال
جزوه کنکور ریاضیات گسسته	جزوه تشریحی ریاضیات گسسته
جزوه کنکور هندسه (۳)	جزوه تشریحی هندسه (۳)
جزوه جامع کنکور ریاضی	جزوه تشریحی مسابان (۲)

رشته انسانی
جزوه ریاضی و آمار پایه دهم (تشریحی + کنکور در یک مجموعه، البته تفکیک شده)
جزوه ریاضی و آمار پایه یازدهم (تشریحی + کنکور در یک مجموعه، البته تفکیک شده)
جزوه ریاضی و آمار پایه دوازدهم (تشریحی + کنکور در یک مجموعه، البته تفکیک شده)

ما متمرکز بر ارتقای کیفیت آموزش هستیم.

سپاس از توجهتان



۰۹۳۵ ۶۰۰ ۸۴۵۴
 ۰۹۲۰ ۶۰۰ ۸۴۵۴