ریاضیات ویژه تیزهوشان

ریاضی هفتم

Dr. Ali Reza Nooreddiny
PhD in pure mathematics

The Best
Quality in Education
D&A - Since 2012

گروه علمی درس‌آموز

مرجع تخصصی تولید محتوای آموزشی

«ریاضیات» & «هوش و استعداد تحلیلی»

«اهداف مجموعه ما»

ثبت بهترین سابقه تحصیلی و عملکرد برای دانش‌آموزان کشور (نهایی ۲۰)

کسب رتبه‌های برتر کنکور و ورودی سمپاد و نمونه 100%

در ۴ سطح و زمینه گوناگون:

آموزش مفهومی کتاب و آمادگی نهایی؛

آموزش نکته و تست پیشرفته کنکور؛

آموزش ریاضیات تیزهوشان؛

و:

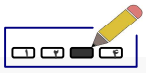
آموزش هوش و استعداد تحلیلی

(لیست کامل در انتهای فایل)

Up to date

درس‌آموز؛ (منحصر به‌فرد)

جزئیات این مجموعه



ریاضی تیزهوشان

(بسیار پیشرفته)

هسته اصلی این پک آموزشی، یک درسنامه دقیق و بسیار پیشرفته، نکات و تکنیک‌های ضروری با پوشش کامل از محتوای مورد نیاز آزمون‌ها است.

سطح پیشرفته ریاضیات

جهت آمادگی تحصیل در مدارس سمپاد و نمونه

سطح پیشرفته‌تر (تکمیلی)

ویژه کسب نمره کامل ۱۰۰٪ در آزمون‌های ورودی

طرح و تشریح

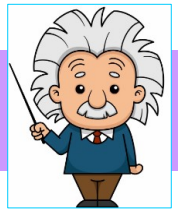
صدها مثال و تست متوسط، دشوار و دشوارتر

بانک تمرین تست

شامل صدها تست متوسط و دشوار (پاسخ‌نامه تشریحی جداگانه دارد.)

پوشش آخرین آزمون‌های سمپاد و نمونه کشوری

Up to date



فهرست

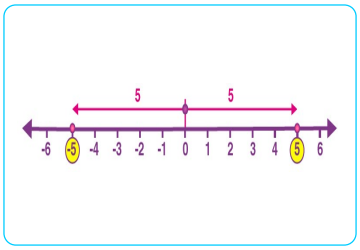
۱	راهبردهای حل مسأله	۲
۲	حساب عددهای صحیح	۲۳
۳	جبر و معادله	۴۴
۴	هندسه و استدلال	۶۶
۵	شمارنده و عدد اول	۹۳
۶	سطح و حجم	۱۲۰
۷	توان و ریشه	۱۳۶
۸	مختصات و بردار	۱۶۳
۹	آمار و احتمال	۱۷۹

ریاضی هفتم

تیزهوشان

۲

حساب عددهای صحیح



فهرست	صفحه
■ عددهای صحیح	۲۴
■ جمع و تفریق	۲۸
■ ضرب و تقسیم	۳۵
■ سؤالات چهار گزینه‌ای	۳۹



1 عددهای صحیح

عدد علامت‌دار:

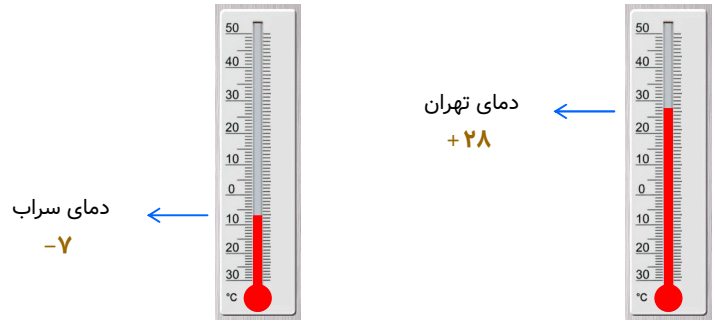
روی یک خط مستقیم؛

نقطه‌ای ثابت به عنوان مبدأ انتخاب کرده و در دو سمت آن در جهت‌های مخالف حرکت می‌کنیم.

در این‌صورت، با تعیین مثبت و منفی برای آن دو جهت، عددهای علامت‌دار (مثبت و منفی) ساخته می‌شوند. در زیر نمونه‌ای مرتبط آورده شده است.

روی دماسنج مدرج، نقطه‌ای به نام ۰ درجه (مبدأ) وجود دارد و:

- وقتی جیوه‌ی داخل دماسنج دمایی را بالاتر از صفر نشان می‌دهد، آن را با علامت «+» نشان می‌دهیم.
مانند دمای تهران که ۲۸+ است.
- اگر نشانگر جیوه روی عددهایی در پایین مبدأ قرار داشته باشد، دمای مربوطه را با علامت «-» در کنار آن نشان خواهیم داد. در شکل زیر، دمای هوای سراب ۷− است.

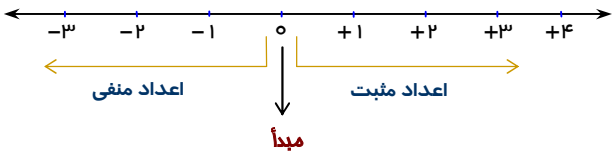


توجه کنید:

عددهای طبیعی به صورت ۱+، ۲+، ۳+ و . . . هستند و می‌بینید که بعد از انتخاب مبدأ، عددهای دیگری به صورت ۱−، ۲−، ۳− و . . . ساخته می‌شوند. معرفی دقیق‌تر:

محور اعداد صحیح:

مبدأ اعداد و عددهای مثبت و منفی روی محور به صورت زیر هستند:



نکته ۱

عددهای صحیح:

سه دسته اعداد زیر در کنار هم، عددهای صحیح را تشکیل می‌دهند:

- اعداد صحیح مثبت (طبیعی) عبارتند از $+۱, +۲, +۳, \dots$. برای سادگی، این عددها را به صورت $۱, ۲, ۳, \dots$ نیز می‌نویسیم.
- عدد صفر که مبدأ حرکت یا محاسبات است؛ طبق قرارداد:

عدد صفر نه مثبت است و نه منفی.

- اعداد صحیح منفی به صورت $-۱, -۲, -۳, \dots$ هستند.

پس عددهای صحیح، بی پایان و به صورت زیر هستند:

$$\dots, -۳, -۲, -۱, ۰, ۱, ۲, ۳, \dots$$

توجه کنید:

عددهای صحیح که منفی نیستند؛ یعنی تمام عددهای: $۰, ۱, ۲, ۳, \dots$ را **«نامنفی»** گویند؛ البته این عددها، دقیقاً **«عددهای حسابی»** را هم تشکیل می‌دهند.

$$۰, ۱, ۲, ۳, \dots \quad \text{(عددهای حسابی)}$$

پس: واژه‌های مثبت و نامنفی یکسان نبوده و در عدد ۰ اختلاف دارند. به صورت مشابه، عددهای صحیح **«نامثبت»** به صورت زیر هستند:

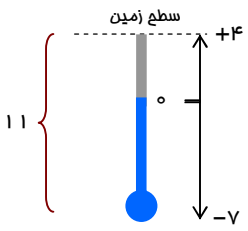
$$\dots, -۳, -۲, -۱, ۰$$

یک چاه آب در کل ۱۱ متر عمق دارد و ارتفاع آب داخل آن ۷ متر است. اگر سطح آب را به عنوان مبدأ بگیریم، نقاط پایین و بالای چاه به ترتیب با چه عددهایی بیان می‌شوند؟

❶ $+۱۱$ و ۰ ❷ $+۷$ و $+۴$ ❸ $+۷$ و -۴ ❹ $+۴$ و -۷

گزینه ۴

می‌توانید از راهبرد رسم شکل استفاده کنید:



چنان که می‌بینید؛

ته چاه هفت متر از مبدأ پایین‌تر است: -۷ و سطح زمین چهار متر از مبدأ بالاتر است: $+۴$.

بین عددهای -۷ و ۱۵ چند عدد صحیح نامنفی وجود دارد؟

❶ ۱۵ ❷ ۱۴ ❸ ۱۶ ❹ ۱۳

گزینه ۱

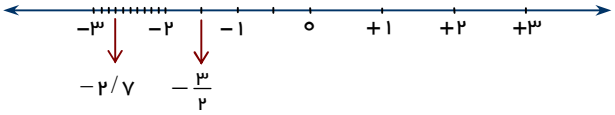
با تصور (یا نمایش) عددهای -7 و 15 روی محور، عددهای قابل قبول چنین هستند:

$$0,+1,+2,+3,\ldots,+14$$

تعداد این عددها $14+1=15$ است.

توجه کنید:

عددهای کسری یا اعشاری که روی محور در سمت چپ مبدأ قرار دارند را با علامت منفی نشان می‌دهیم. چند نمونه روی محور زیر قرار داده شده است:



نکته ۲

مقایسه‌ی عددها:

وقتی عددها را روی محور در نظر بگیریم، هر عدد از عددهای سمت چپ خودش بزرگ‌تر است.

برای نمونه؛

با توجه به محور بالا، چند مورد می‌نویسیم:

$$-3<+1 \quad \text{و} \quad -3<-2/7<-\frac{3}{2}$$

توجه کنید:

با توجه به مطالب بالا می‌توان گفت:

عدد منفی هر قدر ظاهر بزرگ‌تری دارد، مقدارش کمتر است.

بزرگ‌ترین عدد صحیح کوچک‌تر از $-5/9$ کدام است؟

❶ -5 ❷ $-5/8$ ❸ -6 ❹ $-5/95$

گزینه ۳

با استفاده از محور، عددهای صحیح کوچک‌تر از $-5/9$ به صورت زیر هستند:

$$-6,-7,-8,\ldots$$

بنابراین:

بزرگ‌ترین عدد در بین آن‌ها -6 است.

به مفهوم دیگری توجه کنید:

نکته ۳

قرینه‌ی عددها:

عددهایی که به فاصله‌ی برابر تا مبدأ در دو طرف آن قرار دارند، «قرینه» محسوب می‌شوند. برای قرینه‌سازی، علامت منفی در سمت چپ عددها قرار می‌دهیم.



برای نمونه؛

قرینه‌ی عدد -۲، یعنی $-(-۲)$ برابر $+۲$ و قرینه‌ی عدد $+۷$ برابر -۷ است. پس می‌نویسیم:

$$-(+۷)=-۷ \quad \text{و} \quad -(-۲)=+۲$$

توجه کنید: (مهم)

وقتی عددی دو بار قرینه شود، خودش حاصل خواهد شد. در زیر، عدد -۴ را دو بار قرینه کرده‌ایم:

$$-\underbrace{(-(-۴))}=-(+۴)=-۴$$

بنابراین:

اگر عددی را به تعداد دفعات زیاد قرینه کنیم، تعداد زوج آن بی تاثیر خواهد بود.

برای نمونه؛

اگر عدد -۹ را ۱۰۰ بار قرینه کنیم، حاصل همان -۹ و اگر آن را ۲۰۱ بار قرینه کنیم، ۲۰۰ بار آن بی تاثیر بوده و فقط یک بار قرینه شده و حاصل $+۹$ خواهد شد.

قرینه‌ی عددهای روبه‌رو به ترتیب کدام است؟ $-(-(-(+۸)))$ و $-\underbrace{(-(-(\cdots-(-۸)\cdots)))}_{\text{۱۴۰۳ بار}}$

❶ -۸ و -۸ ❷ -۸ و $+۸$ ❸ $+۸$ و -۸ ❹ $+۸$ و $+۸$

گزینه ۳

عدد اول:

عدد $+۸$ در واقع فقط یک بار قرینه شده و حاصل -۸ می‌شود. چون قرینه‌ی جواب خواسته شده، جواب نهایی $+۸$ خواهد بود.

عدد دوم:

از ۱۴۰۳ بار، فقط یک بار آن موثر خواهد بود: $-(-۸)=+۸$ و در نتیجه جواب این قسمت -۸ می‌باشد.

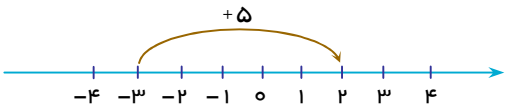
---

۲ جمع و تفریق

با تصور عددهای مثبت به عنوان حرکت به سمت راست محور و عددهای منفی به عنوان حرکت در جهت منفی محور، می‌توانیم حاصل‌جمع دو عدد صحیح را معرفی و محاسبه کنیم.

برای نمونه؛

در محاسبه‌ی $-۳+(+۵)$، از عدد -۳ روی محور شروع کرده و به اندازه‌ی ۵ واحد به راست حرکت می‌کنیم:

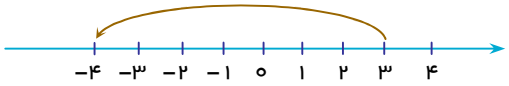


در نتیجه:

$$-۳+(+۵)=+۲$$

نمونه‌ی دیگر؛

با توجه به شکل مقابل:



$$۳+(-۷)=-۴$$

توجه کنید:

برای محاسبه‌ی تفریق دو عدد صحیح:

توسط قرینه‌یابی، تفریق را به جمع تبدیل می‌کنیم.

نمونه‌هایی ببینید:

$$+۹-(+۷)=۹-۷=۲ \quad \text{و} \quad +۳-(-۷)=+۳+(+۷)=۳+۷=۱۰$$

بعد از حذف علامت‌های غیر ضروری، تأثیر قرینه‌ها و ساده نویسی، جمع و تفریق به روش کوتاه زیر انجام می‌شود:

نکته ۴

محاسبات جمع و تفریق:

حالت ۱: اگر عددها هم‌علامت باشند، دو عدد با هم جمع شده و علامت مشترک برای جواب قرار می‌گیرد.

مانند:

$$-۸+(-۵)=-۸-۵=-۱۳ \quad \text{و} \quad +۵-(-۷)=۵+۷=۱۲$$

حالت ۲: اگر عددها دارای علامت‌های مختلف باشند، بدون توجه به علامت‌ها، آن‌ها را از هم کم کرده و علامت عدد بزرگ‌تر را برابر جواب قرار می‌دهیم.

مانند:

$$-۷+(+۸)=-۷+۸=۱ \quad \text{و} \quad -۵-(-۷)=-۵+۷=+۲$$

نمونه‌ی ساده‌ای ببینید.

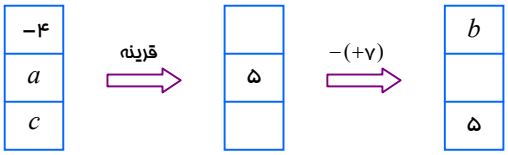
مثال: دمای هوای تبریز پنج درجه کمتر از صفر بوده و شهرکرد یازده درجه سردتر از تبریز است. دمای هوای شهرکرد را حساب کنید.

پاسخ

دمای تبریز -۵ است. چون شهرکرد یازده درجه سردتر است، باید واحد به چپ حرکت کنیم و بنابراین:

$$-۵+(-۱۱)=-۵-۱۱=-۱۶ \quad \text{(دمای شهرکرد)}$$

با توجه به نمودار زیر، حاصل $a-(c-b)$ کدام است؟



۱) ۴
۲) -۴
۳) ۱۴
۴) -۱۴

گزینه ۱

واضح است که $a=-۵$ بوده؛ تعیین b در دو مرحله:

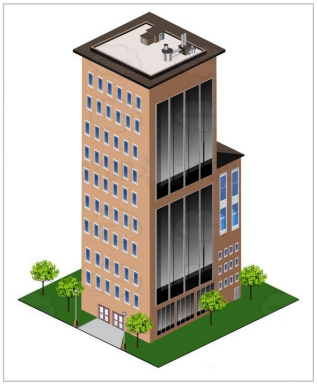
$$-۴ \longrightarrow +۴ \xrightarrow{-۷} ۴-۷=-۳$$

پس $b=-۳$ است. برای تعیین c، از آخر به اول حرکت می‌کنیم:

$$۵ \xrightarrow{+۷} ۵+۷=۱۲ \xrightarrow{-} -۱۲$$

پس: $c=-۱۲$. عددها را جای حروف قرار می‌دهیم:

$$-۵-((-۱۲)-(-۳))=-۵-(-۱۲+۳)=-۵-(-۹)=-۵+۹=۴$$



رضا در یک برج مسکونی، داخل آسانسور در طبقه‌ی وسط توقف کرده است. او سه طبقه بالا رفته و سپس ده طبقه پایین می‌آید. اکنون اگر هجده طبقه بالا برود، در طبقه‌ی ماقبل آخر قرار خواهد داشت. برج مذکور چند طبقه است؟

۱) ۲۴
۲) ۲۳
۳) ۲۵
۴) ۲۶

گزینه ۳

می‌توانید از راهبرد رسم شکل کمک بگیرید. بدون این راهبرد می‌توان نوشت:

$$\text{طبقه بالا} = ۱۸-۱۰+۳+\text{طبقه وسط}-۱$$

با ساده کردن این رابطه خواهیم داشت: (طبقه بالا = ۱۲ + طبقه وسط).

یعنی:
این برج، ۱۲ طبقه بالاتر از طبقه‌ی وسط داشته و در نتیجه باید ۱۲ طبقه هم پایین آن داشته باشد. جواب:

$$۱۲+۱+۱۲=۲۵$$

خرگوشی روی محور اعداد صحیح شروع به پریدن می‌کند. اگر خرگوش در هر ۲ دقیقه ۳ واحد به سمت راست و ۵ واحد به سمت چپ بپرد، بعد از ۱/۲ ساعت روی نقطه‌ی ۵۰− قرار می‌گیرد. ابتدای حرکت خرگوش کدام نقطه می‌باشد؟



❶ ۱۲۲− ❷ ۲۲− ❸ ۲۲ ❹ ۳۰

گزینه ۳

حرکت خرگوش در هر ۲ دقیقه: $-۲=-۵+۳$، یعنی ۲ واحد به سمت چپ است. تعداد ۲ دقیقه‌ای در ۱/۲ ساعت را تعیین می‌کنیم:

$$\text{تعداد: } ۳۶ \Rightarrow ۷۲\div۲=۳۶ \quad (\text{دقیقه}) \quad ۱/۲\times۶۰=۷۲$$

چون:

$$۳۶\times(-۲)=-۷۲$$

خرگوش در کل ۷۲ واحد به سمت چپ حرکت کرده است. اگر شروع حرکت را با ◊ نشان دهیم:

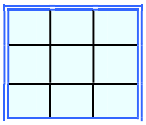
$$◊+(-۷۲)=-۵۰ \quad \rightarrow \quad ◊-۷۲=-۵۰$$

کافی است جمع مربوط به این تفریق را بنویسیم:

$$◊=-۵۰+۷۲=۲۲$$

به چند روش می‌توان جدول داده شده را با عددهای زیر پر کرد به طوری که مجموع هر سطر برابر ۱− و مجموع هر ستون برابر صفر شود؟ (تکرار عددها مجاز نیست!)

$$-۴ , -۳ , -۲ , -۱ , ۰ , ۱ , ۲ , ۳ , ۴$$



❶ ۰ ❷ ۱
❸ ۳ ❹ ۹

گزینه ۱

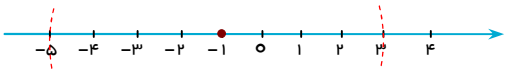
امکان ندارد که مجموع هر سطر ۱− شود؛ زیرا:
در صورت انجام شدن، اگر هر سه سطر را با هم جمع کنیم، از طرفی باید حاصل $(-۱)+(-۱)+(-۱)=-۳$ شود و از طرف دیگر حاصل جمع باید برابر مجموع ۹ عدد بالا شود که صفر است.

به بیان یک مفهوم و سپس نکته‌ی مربوطه می‌پردازیم.

قرینه‌ی عدد: (حالت پیشرفته)

روی یک محور اعداد، سر سوزن پرگار را در نقطه‌ی ۱− قرار داده و به شعاع ۴ دایره‌ای رسم می‌کنیم تا محور را در نقاطی قطع کند.

شکل مربوطه:



چنان‌که می‌بینید:

دایره محور را در عددهای ۳ و -۵ قطع کرده و خاصیت زیر برقرار است:

نقاط ۳ و -۵ در دو طرف -۱ بوده و فاصله‌ی برابر تا آن دارند.

به عبارت دیگر؛

عدد -۱، نقطه‌ی وسط دو نقطه‌ی ۳ و -۵ (برخورد دایره و محور) است.

به دلیل این خواص:

عددهای -۵ و ۳ قرینه‌ی یکدیگر نسبت به عدد -۱ هستند!

روش کوتاهی برای تعیین قرینه‌ها وجود دارد:

نکته ۵

قرینه نسبت به یک عدد:

یک عدد صحیح چون a در نظر بگیرید. برای قرینه کردن عددی چون b نسبت به a:

b را از دو برابر a کم می‌کنیم.

به بیان نمادین:

قرینه‌ی b نسبت به a برابر است با: $۲a-b$

برای نمونه؛

قرینه‌ی عدد -۵ نسبت به -۱ طبق روش بالا:

$$۲(-۱)-(-۵)=-۲+۵=۳$$

قرینه‌ی قرینه‌ی قرینه‌ی کدام عدد نسبت به -۳ برابر ۱۵ است؟

❶ ۱۸ ❷ ۲۱ ❸ -۲۱ ❹ -۱۸

گزینه ۳

فقط یک بار کلمه‌ی «قرینه» تأثیر دارد. طبق راهبرد نمادین، اگر عدد خواسته شده b باشد، باید:

$$۲(-۳)-b=۱۵ \rightarrow -۶-b=۱۵ \rightarrow -b-۶=۱۵ \Rightarrow -b=۱۵+۶=۲۱$$

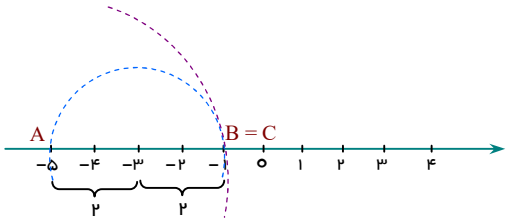
پس؛

قرینه‌ی b برابر ۲۱ بوده و بنابراین $b=-۲۱$ است.

ابتدا سوزن پرگار را در نقطه‌ی -۳ قرار داده و دایره‌ای به شعاع ۲ رسم کنید. نقاط برخورد چپ و راست دایره با محور را به ترتیب A و B بنامید. سپس، به مرکز A و به شعاع ۴ دایره‌ای رسم کرده و نقطه‌ی سمت راست برخورد دایره و محور را C بنامید. اکنون سوزن پرگار را در C قرار داده، دهانه‌ی پرگار را به اندازه‌ی فاصله‌ی A تا B باز کرده و دایره‌ای رسم کنید. نقطه‌ی سمت راست برخورد این دایره با محور چه عددی است؟

❶ ۳ ❷ ۵ ❸ -۵ ❹ -۳

گزینه ۱



می‌توانیم از راهبرد رسم شکل کمک بگیریم؛
با دو مرحله رسم، می‌بینید B و C هر دو عدد -۱ هستند و فاصله‌ی A تا B برابر ۴ است.
بنابراین؛
اگر به مرکز $C=-۱$ و شعاع ۴ دایره بزنیم، نقطه‌ی سمت راست $-۱+۴=۳$ خواهد شد.

به چند حالت خاص اشاره می‌شود:

نکته ۶

حالت‌های خاص:

- جمع یا تفریق عدد صفر با سایر عددهای صحیح بی تاثیر است.
- جمع دو عدد قرینه‌ی هم، همیشه برابر صفر خواهد شد. (یعنی قرینه‌ها با هم حذف می‌شوند!) مانند:

برای نمونه:

$$+۷+(-۷)=۷-۷=۰$$

- جمع‌های تکراری را می‌توان به صورت ضرب هم نوشت.

برای نمونه:

$$(-۷)+(-۷)+(-۷)+(-۷)+(-۷)=۵\times(-۷)$$

مجموع ده عدد صحیح متوالی (یعنی: پشت سر هم) که شروع آن‌ها -۴ باشد، کدام است؟

❶ ۱۰ ❷ ۶ ❸ ۵ ❹ ۱۵

گزینه ۳

با قدری دقت (تصور یا رسم محور) عددها فهمیده می‌شوند:

$$(-۴)+(-۳)+\cdots+۰+۱+۲+\cdots+۵=?$$

عددهای ۱ تا ۴ با قرینه‌هایشان حذف شده و فقط دو عدد باقی می‌مانند:

$$۰+۵=۵$$

حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$۱-۲+۳-۴+۵-\cdots+۱۴۹-۱۵۰=?$$

❶ ۱۵۰ ❷ ۷۵ ❸ -۷۵ ❹ -۱۵۰

گزینه ۳

کافی است:

عددهای کنار هم را جفت جفت با هم گرفته و تفریق را انجام دهیم!

$$\underbrace{۱-۲}_{-۱}+\underbrace{۳-۴}_{-۱}+\underbrace{۵-\cdots+۱۴۹-۱۵۰}_{-۱}=?$$

بنابراین باید تعداد $۱۵۰\div۲=۷۵$ عدد -۱ را با هم جمع کنیم که همان $-۷۵=(-۱)\times۷۵$ است. (روش ضرب در بخش بعد)

اختلاف دمای دو جسم ۱۲ درجه است. اگر مجموع دمای آن‌ها -۱۶ درجه باشد، دمای کمتر در بین آن‌ها کدام است؟

❶ ۱۴ ❷ ۶ ❸ -۶ ❹ -۱۴

گزینه ۴

طبق راهبرد نمادین، اگر دمای بیشتر ○ و دمای کمتر □ باشد، خواهیم داشت:

$$○ - □ = ۱۲$$

$$○ + □ = -۱۶$$

کافی است عددهای زیر هم را با هم جمع کنیم. عددهای قرینه‌ی وسط حذف می‌شوند:

$$○ + ○ = -۴ \Rightarrow ○ = -۲$$

در نتیجه:

$$-۲ + ○ = -۱۶ \Rightarrow ○ = -۱۶+۲=-۱۴$$

توجه کنید:

ممکن است لازم باشد یک عبارت جمع یا تفریق را قرینه کنیم؛ در این صورت، تمام علامت‌ها قرینه می‌شوند.

برای نمونه:

عبارت $-(۸+(-۱۳))$ برابر $۱۳-۸=۵$ است. همچنین عبارت‌های $a-(c-b)$ و $a-c+b$ یکی هستند.

عبارت $۹+(-۱۴)$ معادل کدام گزینه است؟

❶ $-۹+۱۴$ ❷ $-(۹+۱۴)$ ❸ $-(-۹+۱۴)$ ❹ $-(-۹-۱۴)$

گزینه ۳

با قدری دقت می‌بینید:

عبارت سؤال به صورت $۱۴-۹$ و گزینه‌ی سوم نیز بعد از قرینه یابی به همین صورت خواهد بود.

توجه کنید:

در عبارت‌های جمع یا تفریق، گاهی با جابجایی هوشمندانه‌ی عددها به همراه علامتشان، محاسبات با سرعت بیشتر و آسان‌تر انجام می‌شود. برای نمونه؛

حاصل عبارت $(۱۰۰+\cdots+۶+۴+۲)-(۹۹+\cdots+۵+۳+۱)$ کدام است؟

❶ ۵۰ ❷ ۴۹ ❸ -۴۹ ❹ -۵۰

گزینه ۴

تأثیر علامت قرینه؛

$$۱+۳+۵+\cdots+۹۹-۲-۴-۶-\cdots-۱۰۰$$

اکنون عددهای نزدیک هم را به کنار هم منتقل می‌کنیم؛ $۱۰۰-۹۹+\cdots+۶-۵+۴-۳+۲-۱$. بنابراین باید عدد -۱ را به تعداد ۵۰ بار با خودش جمع کنیم؛

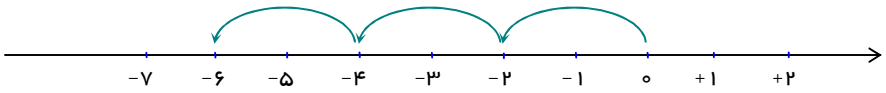
$$-۱-۱-۱-۱-\cdots-۱=-۵۰$$

۳ ضرب و تقسیم

می‌توان ضرب عددها را هم با حرکت‌هایی روی محور نشان داد.

برای نمونه؛

نمایش و محاسبه‌ی ضرب $۳\times(-۲)$ را توسط محور ببینید:



در نتیجه:

$$۳\times(-۲)=-۶$$

ضمناً:

تقسیم‌های مرتبط با این ضرب به صورت $-۶\div۳=-۲$ و $-۶\div(-۲)=۳$ هستند.

ضرب و تقسیم عددهای صحیح مانند عددهای مثبت انجام شده، فقط علامت جواب به روش زیر:

نکته ۷

ضرب علامت‌ها:

حالت ۱: اگر علامت‌ها یکسان باشد، علامت حاصل‌ضرب مثبت است:

$$(+)\times(+)=+ \quad و \quad (-)\times(-)=+$$

حالت ۲: اگر علامت‌ها مخالف هم باشد، علامت حاصل‌ضرب منفی است:

$$(+)\times(-)=- \quad و \quad (-)\times(+)=-$$

توجه کنید:

علامت تقسیم دو عدد صحیح نیز مشابه علامت ضرب نوشته می‌شود.

ساده شده‌ی کسر $\frac{(-۱۲)\times۱۸}{(-۲۴)\times(-۳۶)}$ کدام است؟

❶ $\frac{۱}{۴}$ ❷ $\frac{۱}{۶}$ ❸ $-\frac{۱}{۶}$ ❹ $-\frac{۱}{۴}$

گزینه ۴

علامت صورت منفی و علامت مخرج مثبت بوده و در نتیجه علامت تقسیم منفی خواهد شد؛ $\frac{(-۱۲)\times۱۸}{(-۲۴)\times(-۳۶)}=-\frac{۱۲\times۱۸}{۲۴\times۳۶}$

اکنون صورت و مخرج را با هم ساده می‌کنیم؛

$$-\frac{۱۲\times۱۸}{۲۴\times۳۶}=-\frac{۱\times۱}{۲\times۲}=-\frac{۱}{۴}$$

حاصل عبارت $۲+[(-۵)\div(+۳۰)\times(+۸)\div(-۱۶)]$ کدام است؟

❶ ۱۴ ❷ ۱۰ ❸ -۱۰ ❹ -۱۴

گزینه ۱

محاسبات را با رعایت اولویت، مرحله به مرحله انجام می‌دهیم:

$$[\underbrace{(-۱۶)\div(+۸)}_{-۲}\times(+۳۰)\div(-۵)]+۲=[\underbrace{(-۲)\times(+۳۰)}_{-۶۰}\div(-۵)]+۲=+۱۲+۲=۱۴$$

چهار برابر حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$A=((((۱-(۲+۳))\div۴)-۵)\div۶+۷)\div(۷-۷\times۱۲+۵)$$

❶ $-\frac{۱}{۳}$ ❷ $-\frac{۱}{۱۲}$ ❸ $-\frac{۲۴}{۵}$ ❹ $\frac{۲۴}{۵}$

گزینه ۱

با رعایت اولویت محاسبات:

$$A=((((۱-۵)\div۴)-۵)\div۶+۷)\div(۷-۸۴+۵)=(((-۱-۵)\div۶+۷)\div(-۷۷+۵)$$

$$=(\underbrace{-۶\div۶}_{=-۱}+۷)\div(-۷۷+۵)=۶\div(-۷۲)=-\frac{۶}{۷۲}=-\frac{۱}{۱۲}$$

جواب نهایی:

$$۴\times(-\frac{۱}{۱۲})=-\frac{۴}{۱۲}=-\frac{۱}{۳}$$

کدام عدد باید در تساوی روبه‌رو جای $\Diamond$ قرار گیرد؟ $\frac{-۵۴\div(-۲)}{۱+(-۴)-(-۹)}=\frac{-۱۰-۹-۸}{\Diamond}$

❶ -۳ ❷ -۶ ❸ ۶ ❹ ۳

گزینه ۲

ابتدا محاسبات در صورت و مخرج‌ها را (با رعایت اولویت) انجام می‌دهیم:

$$\frac{+۲۷}{\underbrace{۱-۴}_{-۳}+۹}=\frac{-۱۹-۸}{\Diamond}\rightarrow\frac{۲۷}{۶}=\frac{-۲۷}{\Diamond}$$

فقط اگر جای $\Diamond$ عدد -۶ قرار گیرد، تساوی برقرار می‌شود:

$$\frac{۲۷}{۶}=\frac{-۲۷}{-۶}\Rightarrow\frac{۲۷}{۶}=\frac{۲۷}{۶}$$

حاصل‌ضرب دو عدد صحیح -۶۳ شده است. بیشترین مقدار برای مجموع آن‌ها کدام است؟

❶ ۶۳ ❷ ۶۲ ❸ ۱۸ ❹ ۲۱

گزینه ۲

ابتدا عدد ۶۳ را در نظر بگیرید؛ با راهبرد الگوسازی، تمام حالت‌هایی که ضرب دو عدد ۶۳ شود را می‌نویسیم:

۹×۷ یا ۲۱×۳ یا ۶۳×۱

اکنون باید دو شرط را رعایت کنیم:

۱) یکی از عددها را مثبت و دیگری را منفی بگیریم، تا حاصل ضرب ۶۳ − شود.

۲) برای این‌که بیشترین جمع حاصل شود، باید:

بیشترین اختلاف بین آن دو وجود داشته و عدد بزرگ‌تر مثبت باشد!

پس:

آن دو عدد ۱− و ۶۳+ بوده‌اند و بیشترین جمع:

$$(-۱)+(+۶۳)=۶۲$$

در عبارت زیر جای □ به ترتیب (از راست به چپ) کدام علامت‌ها قرار گیرد به طوری که حاصل کمترین مقدار ممکن شود؟ (دو علامت «−»، یک علامت «+» و یک علامت «×» مجاز است.)

۲ □ ۴ □ ۸ □ ۶ □ ۳

❶ + و − و ×

❷ + و − و × و −

❸ − و − و × و +

❹ × و − و + و −

گزینه ۲

گام ۱:

برای این‌که کمترین مقدار حاصل شود، بین دو عدد بزرگ‌تر علامت ضرب قرار داده و آن را به عددی منفی تبدیل می‌کنیم:

۲ □ ۴ □ ۸ × ۶ − ۳

گام ۲:

بازهم چون به دنبال کمترین مقدار هستیم، با توجه به این‌که یک «−» و یک «+» باقی‌مانده، واضح است که باید به صورت زیر عمل کنیم:

۲ + ۴ − ۸ × ۶ − ۳

توجه کنید:

روش دیگر پاسخ، استفاده از راهبرد آزمون و خطا با استفاده از گزینه‌ها است.

راهبرد زیر در مواقع بسیاری لازم بوده یا مفید واقع خواهد شد.

نکته ۸

اعداد متوالی:

منظور عددهای **«پشت سرهم»** مانند ۱,۲,۳,۴ یا ۲,−۱,۰,۱,۲,۳ و ... است.

توجه کنید:

اگر بخواهید چند عدد صحیح متوالی نامشخص انتخاب کنید، می‌توانید آن‌ها را به صورت: $\lozenge, \lozenge+1, \lozenge+2, \lozenge+3, \ldots$ بگیرید.

اما، انتخاب آن‌ها مشابه عبارت زیر، معمولاً محاسبات را ساده‌تر می‌کند:

$$\ldots, \lozenge-2, \lozenge-1, \lozenge, \lozenge+1, \lozenge+2, \ldots$$

نمونه‌های بعد را ببینید.

حاصل‌جمع و حاصل‌ضرب هفت عدد صحیح متوالی که کوچک‌ترین آن‌ها -4 است، به ترتیب کدام است؟

❶ -5 و 48 ❷ -5 و 0 ❸ -7 و 48 ❹ -7 و 0

گزینه ۴

چون کوچک‌ترین آن‌ها -4 است، عددها مشخص هستند:

$$-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2$$

توجه کنید:

چون یکی از عددها صفر است، ضرب تمام آن‌ها نیز صفر خواهد شد.

بعلاوه؛

هنگام جمع، عددهای قرینه باهم حذف شده، عدد صفر بی‌تأثیر بوده و فقط داریم:

$$(-4)+(-3)=-4-3=-7$$

حاصل‌جمع هشت عدد صحیح متوالی برابر -12 شده است. بزرگ‌ترین عدد در بین آن‌ها کدام است؟

❶ 4 ❷ 1 ❸ 2 ❹ -2

گزینه ۳

در این‌جا عددها نامشخص هستند. با توجه به تعدادشان، آن‌ها را چنین می‌گیریم:

$$\ldots, \lozenge-3, \lozenge-2, \lozenge-1, \lozenge, \lozenge+1, \lozenge+2, \lozenge+3, \lozenge+4, \ldots$$

با جمع این عددها، مقادیر ۱ تا ۳ با قرینه‌هایشان حذف شده، تعداد ده تا $\lozenge$ و $4+$ را خواهیم داشت که باید برابر -12 شود؛

$$8\times\lozenge+4=-12 \xrightarrow{-4} 8\times\lozenge=-12-4=-16$$

بنابراین $\lozenge$ برابر -2 بوده و جواب $\lozenge+4=-2+4=2$ است.

پاسخ دهید:

۱ درستی یا نادرستی هر مورد را تعیین کنید:

الف) عددهای صحیح نامنفی همان عددهای حسابی هستند.

ب) قرینه‌ی عددهای حسابی، عددهای صحیح را تشکیل می‌دهند.

پ) اگر عددهای صحیح منفی را به عددهای حسابی بیافزائیم، عددهای صحیح تشکیل می‌شوند.

۲ بین $-۱۷۱/۱$ و $۴۹/۹$ به ترتیب چند عدد حسابی و چند عدد صحیح قرار دارد؟

❶ ۴۹ و ۱۷۲ ❷ ۵۰ و ۱۷۱ ❸ ۵۰ و ۲۲۱ ❹ ۴۹ و ۲۲۰

۳ برگ وسط یک روزنامه دارای شماره‌های ۲۳، ۲۴، ۲۵ و ۲۶ است. روزنامه چند صفحه دارد؟

❶ ۴۶ ❷ ۵۲ ❸ ۴۸ ❹ ۵۰

۴ از یک روزنامه فقط یک برگ آن در دست است که شماره‌های ۹، ۱۰، ۳۱ و ۳۲ روی صفحات آن درج شده است. «تعداد صفحات» روزنامه و کمترین «شماره صفحه‌ی برگه‌ی وسط» به ترتیب کدام‌اند؟

❶ ۴۲ و ۱۹ ❷ ۴۰ و ۱۹ ❸ ۴۰ و ۱۷ ❹ ۴۲ و ۱۷

۵ بزرگ‌ترین عدد صحیح کوچک‌تر از $-۱۳/۶$ کدام است؟

❶ -۱۳ ❷ -۱۴ ❸ -۱۵ ❹ -۱۲

۶ چند عدد صحیح داریم که قرینه‌ی قرینه‌ی قرینه‌اش با خودش برابر باشد؟

❶ ۰ ❷ ۱ ❸ ۳ ❹ بی‌شمار

۷ چه تعداد از جملات زیر صحیح است؟

الف) عدد -۵ به -۱۱ نسبت به ۲ نزدیک‌تر است.

ب) قرینه‌ی عدد ۷ نسبت به -۴، از قرینه‌ی قرینه‌ی قرینه‌ی عدد $-(۲-۱۷)$ بزرگ‌تر است.

پ) فقط پنج عدد صحیح نامثبت بزرگ‌تر از -۶ وجود دارد.

ت) بزرگ‌ترین عدد صحیح دو رقمیِ منفی، عدد -۹۹ است.

❶ ۰ ❷ ۱ ❸ ۲ ❹ ۳

۸ دانشمند بزرگ یونان باستان «ارشمیدس» در $۲۸۷-۲۱۲$ پیش از میلاد زندگی می‌کرده و مریم میرزاخانی، ریاضیدان نامی ایران و اولین زن برنده‌ی جایزه‌ی فیلدز در سال ۱۳۵۶ شمسی در تهران به دنیا آمده بود. مریم میرزاخانی چند سال پس از فوت ارشمیدس به دنیا آمده است؟ (**راهنمایی:** برای تبدیل سال میلادی به شمسی، عدد ۶۲۱ را از آن کم کنید.)

۱) ۲۲۶۵ ۲) ۲۱۹۰ ۳) ۲۱۸۹ ۴) ۲۲۶۴

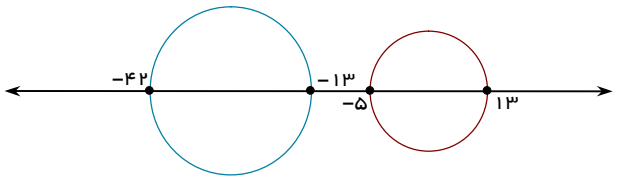
۹ عبارت زیر را طوری پرانتز گذاری کنید که تساوی برقرار شود:

$$۱۸+(-۱۳)-(-۳)-۷+۴=۱۹$$

۱۰ در تساوی صحیح زیر، جای Δ چه چیزی باید قرار گیرد؟

$$(۵\times۵+۵)\times(۵\times۵-۵\Delta۵)=۷۲۰$$

۱۱ فاصله‌ی مرکزهای دو دایره‌ی روبه‌رو کدام است؟



۱) ۲۹ ۲) ۳۱ ۳) ۳۱/۵ ۴) ۳۰

۱۲ در هر یک از موارد زیر در جای خالی فقط می‌توان + یا − قرار داد. چه تعداد از آن‌ها نادرست است؟

الف) در عبارت ۶ □ ۵ □ ۴ □ ۳ □ ۲ □ ۱ نمی‌توان جاهای خالی را طوری پر کرد که حاصل برابر صفر شود.

ب) در عبارت بالا می‌توان جاهای خالی را طوری پر کرد که حاصل برابر یک شود.

پ) کمترین مقدار ممکن در عبارت ۹ □ (−۱) □ ۵ □ (−۷) برابر ۲۲− است.

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

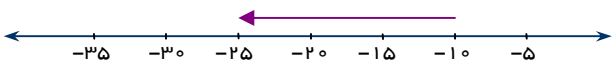
۱۳ عدد ۳− را نسبت به ۲ قرینه کرده و سپس عدد حاصل را نسبت به ۲− قرینه می‌کنیم. حاصل کدام است؟

۱) ۱۱ ۲) ۹ ۳) −۹ ۴) −۱۱

۱۴ اتومبیل اول ۴۷۰ کیلومتر را پیموده است. اتومبیل دوم همزمان و از همان مبدأ، با نصف سرعت اتومبیل اول، در مسیر مخالف حرکت کرده است. فاصله‌ی آن دو، الان چند کیلومتر است؟

۱) ۷۰۵ ۲) ۶۹۵ ۳) ۲۳۵ ۴) ۲۴۵

۱۵ تفریق متناظر با محور کدام است؟



۱) $-۲۵-(-۱۵)=۱۰$ ۲) $-۱۰-(-۲۵)=۱۵$
۳) $۲۵-۱۵=۱۰$ ۴) $-۲۵-(-۱۰)=-۱۵$

۱۶ میانگین عددهای صحیح از ۱۲− تا ۱۵ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۱۷ حاصل جمع بزرگ‌ترین عدد سه رقمی منفی و کوچک‌ترین عدد دو رقمی مثبت کدام است؟

۱) −۱۱۰ ۲) −۹۸۹ ۳) −۹۰ ۴) −۸۹

۱۸ حاصل عبارت زیر برابر کدام است؟

$$(۲۸۹-۸۴۵)-(۷۱۴-۸۴۵)+(۱۲۰۳-۱۲۳)+(۱۲۳-۲۸۹)-(۱۲۰۳-۷۱۵)$$

❶ ۰ ❷ ۱ ❸ ۲ ❹ -۱

۱۹ حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$۱+۲-۳-۴+۵+۶-۷-۸+\cdots-۱۷۹-۱۸۰$$

❶ ۱۸۰ ❷ ۹۰ ❸ -۹۰ ❹ -۱۸۰

۲۰ حاصل عبارت $(۲+۵+۸+\cdots+۲۱۲)-(۳+۶+۹+\cdots+۲۱۰)$ کدام است؟

❶ ۷۰ ❷ ۶۷ ❸ -۱۴۲ ❹ ۲۸۲

۲۱ حاصل‌جمع ده عدد صحیح متوالی برابر -۵ شده است. بزرگ‌ترین عدد در بین آن‌ها کدام است؟

❶ ۵ ❷ ۴ ❸ ۹ ❹ ۱۰

۲۲ میانگین دمای دو جسم که یکی از آن‌ها ۷ درجه از دیگری گرم‌تر بوده، برابر ۱۱ است. دمای جسم سردتر کدام است؟

❶ ۸ ❷ ۷ ❸ ۷/۵ ❹ ۸/۵

۲۳ از بین عددهای -۹، -۵، -۴، -۳، -۱، ۰ و ۵، شش عدد انتخاب کرده و آن‌ها را در سه دسته‌ی دو تایی تقسیم کرده‌ایم به طوری که جمع عددهای سه دسته برابر است. چه عددی انتخاب نشده است؟

❶ ۵ ❷ -۹ ❸ -۵ ❹ ۰

با توجه به عددهای مرتب شده در ردیف‌های روبه‌رو، به دو سؤال بعد پاسخ دهید:

-۳
$-۳ \quad ۳$
$-۳ \quad ۳ \quad -۳$
$\vdots$

۲۴ اختلاف مجموع عددها در سطر ۲۰۲۳اُم و مجموع عددها در سطر ۱۴۰۲اُم کدام است؟

❶ ۳ ❷ -۳ ❸ ۶ ❹ ۰

۲۵ مجموع عددها در ۱۹۱ سطر اول کدام است؟

❶ ۰ ❷ -۱۹۸ ❸ -۲۸۸ ❹ -۲۸۵

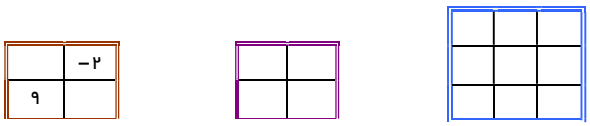
۲۶ حاصل‌ضرب دو عدد صحیح -۴۸ است. حداکثر مقدار برای مجموع این دو عدد کدام است؟

❶ ۱۴ ❷ ۲ ❸ ۲۲ ❹ ۴۷

۲۷ در یک آزمون تستی، برای هر پاسخ درست ۴ نمره مثبت و برای هر پاسخ نادرست ۲ نمره منفی در نظر می‌گیرند. دانش آموزی از ۷۰ پرسش آزمون، به ۵۲ پرسش پاسخ درست داده و به ۷ پرسش جواب نداده است. نمره نهایی این دانش آموز از نمره کامل چقدر کمتر است؟

❶ ۷۴ ❷ ۷۲ ❸ ۹۲ ❹ ۹۴

۲۸ سه جدول زیر را در نظر بگیرید:



چه تعداد از ادعاهای زیر صحیح است؟

الف) می‌توان خانه‌های جدول وسط را با عددهای صحیح چنان پر کرد که مجموع هر سطر و هر ستون برابر صفر شود.

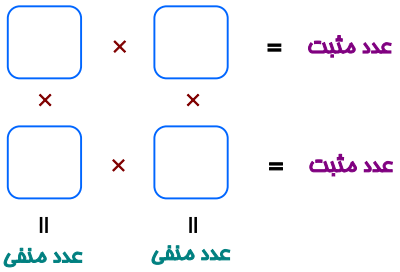
ب) خانه‌های جدول سمت چپ را می‌توان با عددهای صحیح گوناگون طوری پر کرد که مجموع هر سطر و هر ستون برابر صفر شود.

پ) خانه‌های جدول سمت راست را می‌توان با نُه عدد صحیح ۴−، ۳− و . . . تا ۴ طوری پر کرد که مجموع سطرها و ستون‌ها یکسان باشند. (حق تکرار عددها را ندارید.)

ت) خانه‌های جدول سمت راست را می‌توان با عددهای صحیح طوری پر کرد که مجموع هر سطر ۳ و مجموع هر ستون ۳− باشد.

❶ ۰ ❷ ۱ ❸ ۲ ❹ ۳

۲۹ می‌خواهیم خانه‌های جدول زیر را با عددهای صحیح پر کنیم تا شرایط سطری و ستونی که نوشته شده برقرار باشند. تعداد روش‌هایی که می‌توان خانه‌ها را پر کرد، کدام است؟ (لازم نیست عددهای خانه‌ها متفاوت باشند.)



❶ ۰ ❷ ۴ ❸ ۲ ❹ بی‌شمار

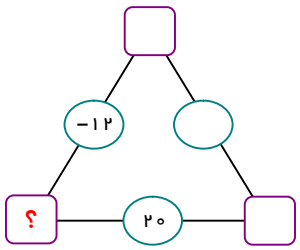
۳۰ حاصل عبارت $3+[(-6)\div(30)\times(-2)\div(-8)]$ کدام است؟

❶ ۲۳ ❷ ۲/۲ ❸ ۳/۸ ❹ ۱۷−

۳۱ حاصل عبارت $\frac{[(-۹۶)\div ۱۲]\div(-۴)}{(-۹۶)\div[۱۲\div(-۴)]}$ کدام است؟

❶ $\frac{۱}{۱۶}$ ❷ ۱ ❸ -۱ ❹ $-\frac{۱}{۱۶}$

۳۲ در نمودار روبه‌رو، عدد روی هر ضلع از ضرب عددهای دو رأس کنارش حاصل می‌شود. چند عدد صحیح می‌توان جای «؟» قرار داد؟



❶ ۴
❷ ۶
❸ ۲
❹ ۳

۳۳ برای سه عدد داده شده‌ی A و B و C، کدام درست است؟

$A=۱۲۵\times۹\div(-۷۵)+(۱۱-(-۲))=$
$B=۱+۲-۳+۴+۵-۶+\cdots-۱۵=$
$C=-(-(-(-۸+۷)+۶)+۵)=$

❶ $A<B<C$ ❷ $C<B<A$ ❸ $A<C<B$ ❹ $C<A<B$

۳۴ اگر $(\bigcirc-۱)(۱-\square)(۱-\blacksquare)(\blacklozenge-۱)-(-۱)=۴$ باشد، حداکثر مقدار عبارت $(\blacklozenge+\blacksquare)-(\square+\bigcirc)$ کدام است؟

❶ ۴ ❷ ۵ ❸ -۵ ❹ -۴

۳۵ مجموع هفت عدد صحیح متوالی تک رقمی که سه جفت آن‌ها قرینه‌ی یکدیگرند، صفر شده است. حاصل‌ضرب آن‌ها کدام است؟

❶ ۰ ❷ ۷۲۹ ❸ ۲۷۷ ❹ ۳۴۳

لیست کامل مجموعه‌های آموزشی

دوره ابتدایی (عادی)	متوسطه اول (عادی)	ریاضی تیزهوشان
جزوه ریاضی پنجم	جزوه ریاضی هفتم	ریاضی تیزهوشان ششم
جزوه ریاضی ششم	جزوه ریاضی هشتم	ریاضی تیزهوشان هفتم
	جزوه ریاضی نهم	ریاضی تیزهوشان هشتم
		ریاضی تیزهوشان نهم

استعداد تحلیلی (ششم به هفتم)	استعداد تحلیلی (نهم به دهم)
جزوه هوش کلامی (ادبی)	جزوه هوش غیرکلامی (تصویری)
جزوه هوش غیرکلامی (تصویری)	جزوه هوش ریاضی و محاسبات
جزوه هوش ریاضی – منطقی و سرعتی	جزوه هوش منطق و استدلال (شامل تحلیل متن)

متوسطه دوم (تجربی: کنکوری)	متوسطه دوم (تجربی: تشریحی)
جزوه کنکور ریاضی دهم	جزوه تشریحی ریاضی دهم
جزوه کنکور ریاضی یازدهم	جزوه تشریحی ریاضی یازدهم
جزوه کنکور ریاضی دوازدهم	جزوه تشریحی ریاضی دوازدهم
جزوه جامع کنکور تجربی	

متوسطه دوم (ریاضی: کنکوری)	متوسطه دوم (ریاضی: تشریحی)
جزوه کنکور ریاضی دهم	جزوه تشریحی ریاضی دهم
جزوه کنکور حسابان (۱)	جزوه تشریحی هندسه (۱)
جزوه کنکور آمار و احتمال	جزوه تشریحی هندسه (۲)
جزوه کنکور هندسه (۲)	جزوه تشریحی حسابان (۱)
جزوه کنکور حسابان (۲)	جزوه تشریحی آمار و احتمال
جزوه کنکور ریاضیات گسسته	جزوه تشریحی ریاضیات گسسته
جزوه کنکور هندسه (۳)	جزوه تشریحی هندسه (۳)
جزوه جامع کنکور ریاضی	جزوه تشریحی حسابان (۲)

رشته انسانی
جزوه ریاضی و آمار پایه دهم (تشریحی + کنکور در یک مجموعه، البته تفکیک شده)
جزوه ریاضی و آمار پایه یازدهم (تشریحی + کنکور در یک مجموعه، البته تفکیک شده)
جزوه ریاضی و آمار پایه دوازدهم (تشریحی + کنکور در یک مجموعه، البته تفکیک شده)

ما متمرکز بر ارتقای کیفیت آموزش هستیم.

سپاس از توجهتان

۰۹۳۵ ۶۰۰ ۸۴۵۴

۰۹۲۰ ۶۰۰ ۸۴۵۴