

ترکیب: دانش شما + ممتوای بی نظیر تدریس ما

تمرین و پاسفنامه

درسنامه آپدیت

کوئیز و آزمون

«آسان و روان، حرفه‌ای و متمایز تدریس کنید.»





«چاپ تمام رنگی جزوه اختصاصی شما برابر هزینه فایل»

(مذف هزینه چاپ)



کلاس ایده‌ال:



سرعت آموزش خود را دو برابر کنید!

(رفع مشکل کمبود وقت برای تدریس کامل کتاب)



پیشنهادات ویژه چاپ:

چاپ کلاسی: بین ۷۰ تا ۸۰ درصد تخفیف برای سفارش ۱۰ جلد یا بیشتر.

چاپ تک جلد: بدون هزینه اضافه، معادل هزینه فایل در آدرستان تحویل می‌شود.

(یک جلد هدیه نسخه خودآموز به مدرس در سفارشات ۲۰ جلد یا بیشتر)

(نسخه تدریس در دست شاگردان)

پند نمونه از نتایج درفشان برفی از همکاران مجموعه درس آموزه: **(خرداد و تابستان ۱۴۰۴)**

- از یک جمع چند نفره خصوصی، تمام افراد نمره ۱۹/۵ یا ۱۹/۷۵ کسب کردند؛ (حسابان دوازدهم نهایی)
- از یک گروه ۲۷ نفره در آموزشگاه، چند نفر ۲۰ و اکثراً نمره بالاتر از ۱۵ نهایی و از یک گروه ۱۱ نفره، پنج نفر نمره ۱۹/۵ یا بالاتر و هیچ کدام کمتر از ۱۸ نبودند؛ (دوازدهم انسانی نهایی)
- از جمع شاگردان فقط یکی از اساتید، کسب ۱۰ رتبه دو رقمی منطقه ۲ در رشته‌های ریاضی، تجربی و انسانی. (کنکور ۱۴۰۴)
- کسب درصد ریاضی فقط ۳ درصد کمتر از رتبه یک کنکور تجربی. (کنکور ۱۴۰۲)

تدریس ریاضیات کنکور:

100%

از متوسط تا پیشرفته و بسیار پیشرفته

با ترکیب دانش فود و ممتوای آموزشی ما، آسان، روان و مؤثر تدریس کنید
(اختصاصی دبیران، مدرسان و اساتید)



دریافت جدیدترین نمونه‌ها:



۰۹۳۵ ۶۰۰ ۸۴۵۴

**جزوات شخصی شما
برای تدریس حرفه‌ای ریاضیات کنکور**

اطلاعات شخصی مدرس، لوگو و تبلیغات شخصی یا مدرسه یا آموزشگاه، روش‌های ارتباطی با شما و ... روی جلد و در تمام صفحات درسنامه، به زیباترین شکل ممکن درج می‌شود.

۲	تابع (۱) انتقال، انقباض و انبساط افقی و عمودی نمودار	۱
۲۲	تابع (۲) تابع چند جمله‌ای، یکنوایی و یکنوایی اکید توابع	۲
۴۵	مثلثات (۱) تابع متناوب و دوره تناوب نمودار، تابع تنازانت	۳
۶۳	مثلثات (۲) بسط نسبت‌های مثلثاتی، معادلات مثلثاتی	۴

۵	میل به بی‌نهایت حد بی‌نهایت و حد در بی‌نهایت، مجانب‌های نمودار	۸۹
۶	مفهوم مشتق مفهوم مشتق و مماس، مشتق پذیری و پیوستگی	۱۱۵
۷	مشتق‌گیری مفهوم مشتق و مماس، مشتق پذیری و پیوستگی	۱۳۰
۸	کاربرد مشتق (۱) تعیین یکنوایی و اکسترم‌های نسبی توابع	۱۶۴

۱۸۷	کاربرد مشتق (۲) تعیین اکسترمم مطلق تابع، بهینه‌سازی توابع	۹
۲۰۲	کاربرد مشتق (۳) بیان و بررسی جهت تقعر و نقاط عطف نمودار	۱۰
۲۱۵	نمودار توابع بررسی ضابطه و نمودار، ارتباط نمودار f و f'	۱۱

کنکور حسابان دوازدهم

TEST



تابع (۱)

صفحه	فهرست
۳	انتقال عمودی نمودار
۵	انتقال افقی نمودار
۱۲	ویژه صد درصدی‌ها
۱۶	تمرین تست



تغییر عمودی نمودار

۱



در ابتدا، یک نوع تغییر ساده‌ی عمودی نمودار یادآوری می‌شود.

نکته ۱

انتقال عمودی:

وقتی نمودار یک تابع f را داشته باشیم، برای رسم نمودار تابع $y = f(x) + k$ ، طول نقاط ثابت مانده و فقط عرض آن‌ها را به اندازه‌ی k در جهت عمودی انتقال می‌دهیم. به طور دقیق‌تر:

- اگر k **مثبت** باشد، نمودار به اندازه‌ی k به **بالا** منتقل می‌شود.
- اگر k **منفی** باشد، نمودار به اندازه‌ی k به **پایین** منتقل می‌شود.

برای نمونه:

نمودار تابع $y = f(x) - 1$ را با استفاده از نمودار داده شده‌ی $y = f(x)$ می‌بینید:



دامنه و برد تابع جدید:

$$D = [0, 2] \quad \text{و} \quad R = [-1, 1]$$

روشی دیگر برای تغییرات عمودی نمودار به صورت زیر است:

نکته ۲

انبساط و انقباض عمودی:

وقتی نمودار یک تابع f را داشته باشیم، برای رسم نمودار تابع $y = kf(x)$ ، طول نقاط ثابت مانده و فقط عرض آن‌ها در عدد k ضرب می‌شود. به طور دقیق‌تر:

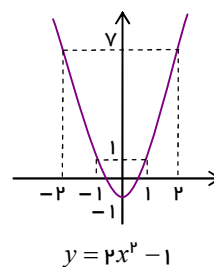
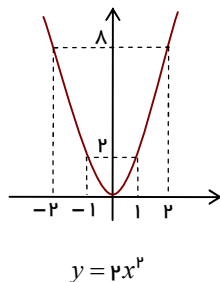
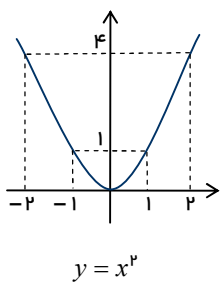
- اگر $k > 1$ باشد، اندازه‌ها بزرگ‌تر شده و نمودار به صورت عمودی گسترده می‌شود.
(نمودار انبساط می‌یابد.)
- اگر $0 < k < 1$ باشد، اندازه‌ها کوچک‌تر شده و نمودار به صورت عمودی جمع می‌شود.
(نمودار انقباض می‌یابد.)

برای نمونه:

نمودار تابع $g(x) = 2x^2 - 1$ در دو مرحله توسط نمودار $y = x^2$ رسم می‌شود:

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.



نکته ۳

حالت ویژه:

وقتی نمودار تابع f داده شده، در رسم نمودار $y = -f(x)$ ، چون عرض‌ها قرینه می‌شوند:

نمودار تابع f نسبت به محور طول قرینه می‌شود.

مساحت محدود به نمودار $y = -|x| + 2$ و محور طول‌ها کدام است؟

④ $\frac{1}{2}$

③ ۴

② ۲

① ۱

پاسخ ✓

نکته ۴

در تغییرات عمودی نمودار:

دامنه‌ی تابع ثابت مانده و فقط برد ممکن است تغییر کند.

دقیق‌تر:

- در تعیین برد تابع $f(x) + k$ ، ابتدا و انتهای برد تابع f با k جمع می‌شود.
- در تعیین برد تابع $kf(x)$ ، ابتدا و انتهای برد تابع f در k ضرب می‌شود.

بویژه:

در تعیین برد $-f(x)$ ، کافی است برد $f(x)$ را نسبت به مبدأ قرینه کنید. (به عبارت دیگر: ضرب در -1)
برای نمونه:

در مورد تابع $f(x) = 2 - \sqrt{2-x}$ ، چون $R_f = (-\infty, 2]$ است (چرا؟)، برد تابع $f(x) - 1$ به صورت $(-\infty, 1]$ و برد تابع $3 - 2f(x)$ به صورت زیر تعیین می‌شود:

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.



$$R_{f(x)} = (-\infty, 2] \xrightarrow{\times(-2)} R_{-2f(x)} = [-4, +\infty) \xrightarrow{+3} R_{-2f(x)+3} = [-1, +\infty)$$

می‌دانیم برد تابع f برابر $[-1, 2]$ است. اگر در تابع $y = -\frac{1}{a}f(x) + b$ برد به صورت $[-1, 1]$ باشد، حاصل ab کدام است؟ ($a > 0$)

۷ ④

 $\frac{7}{4}$ ③ $\frac{4}{7}$ ②

۴ ①

پاسخ

تغییر افقی نمودار

۲

یادآوری روش انتقال افقی نمودار:

نکته ۵

انتقال افقی:

وقتی نمودار تابع $y = f(x)$ را در اختیار داشته باشیم و ($a > 0$)

■ برای رسم نمودار تابع $y = f(x+a)$

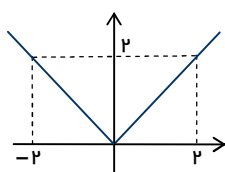
نمودار $y = f(x)$ را به اندازه‌ی a و در **جهت افقی به سمت چپ** منتقل می‌کنیم.

■ برای رسم نمودار تابع $y = f(x-a)$

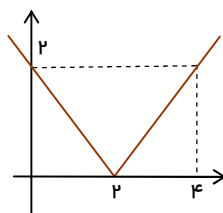
نمودار $y = f(x)$ را به اندازه‌ی a و در **جهت افقی به سمت راست** منتقل می‌کنیم.

برای نمونه:

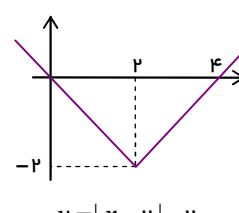
نمودار تابع $f(x) = |x-2| - 2$ را با تغییرات مناسب نمودار $y = |x|$ رسم می‌کنیم.



$$y = |x|$$



$$y = |x-2|$$



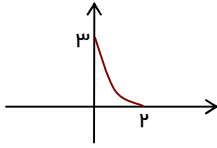
$$y = |x-2| - 2$$

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.



❖ نمودار تابع f به صورت زیر داده شده است. نمودار تابع $y = \frac{2}{3}f(x-1) - 1$ کدام محور را قطع می کند؟



② فقط عرض

④ هیچ یک

① فقط طول

③ هر دو

پاسخ ✓

❖ اگر $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x$ و $(fog)(x) = x^2 - 2x$ باشد، ضابطه ی g با کدام انتقال از تابع $\sqrt[3]{x^2 - 9}$ ساخته می شود؟

② ۱ واحد به راست و ۲ واحد به بالا

④ ۱ واحد به راست و ۲ واحد به پایین

① ۱ واحد به چپ و ۲ واحد به پایین

③ ۲ واحد به راست و ۱ واحد به بالا

پاسخ ✓

❖ نمودار منحنی $y = \sqrt{4-x}$ را k واحد در راستای قائم و $k-2$ واحد در جهت افقی چنان انتقال می دهیم که منحنی جدید وارون تابع خود را در نقطه ای با عرض ۱ قطع کند. سپس منحنی حاصل را ۱ واحد در راستای قائم به سمت پایین انتقال می دهیم. طول نقطه ی برخورد منحنی به دست آمده با محور طول کدام است؟ (کنکور ۱۴۰۰)

④ ۲

③ ۱

② -۳

① -۴

پاسخ ✓



روشی مهمی برای تغییر (افقی) نمودار به صورت زیر است.

نکته ۶

انبساط و انقباض افقی:

وقتی نمودار یک تابع f را داشته باشیم، برای رسم نمودار تابع $y = f(kx)$:

- ❖ نقاطی با طول و عرض معلوم از نمودار مشخص می‌کنیم.
- ❖ طول این نقاط بر k تقسیم (یا: در $\frac{1}{k}$ ضرب) شده و عرض نقاط ثابت می‌ماند.

بویژه:

- اگر $0 < k < 1$ باشد، نمودار به صورت افقی گسترده می‌شود، (انبساط می‌یابد).
- اگر $k > 1$ باشد، نمودار به صورت افقی جمع می‌شود، (انقباض می‌یابد).

برای نمونه:

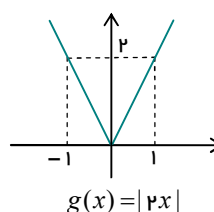
نمودار توابع $g(x) = |2x|$ و $h(x) = \left|\frac{x}{2}\right| - 1$ را با تغییرات مناسب نمودار $f(x) = |x|$ رسم می‌کنیم.

- با توجه به نمودار $f(x) = |x|$ و طبق نکته‌ی قبل، انقباض $g(x) = f(2x)$ را رسم می‌کنیم:

$$(-2, 2) \in f \xrightarrow{k=2} \left(\frac{-2}{2}, 2\right) = (-1, 2) \in g$$

$$(0, 0) \in f \longrightarrow \left(\frac{0}{2}, 0\right) = (0, 0) \in g$$

$$(2, 2) \in f \longrightarrow \left(\frac{2}{2}, 2\right) = (1, 2) \in g$$

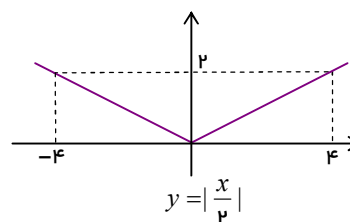


- برای رسم تابع h ، ابتدا مشابه بالا، انبساط $\left|\frac{x}{2}\right|$ را رسم می‌کنیم:

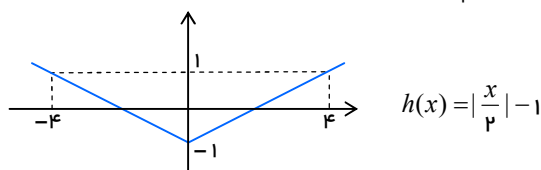
$$(-2, 2) \in f \xrightarrow{k=\frac{1}{2}} \left(\frac{-2}{\frac{1}{2}}, 2\right) = (-4, 2)$$

$$(0, 0) \in f \longrightarrow \left(\frac{0}{\frac{1}{2}}, 0\right) = (0, 0)$$

$$(2, 2) \in f \longrightarrow \left(\frac{2}{\frac{1}{2}}, 2\right) = (4, 2)$$

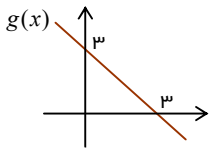


اکنون عرض نقاط یک واحد کم می‌شود:



توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.



نمودار $g(x) = f(x) - 2$ به صورت روبه‌رو است. مساحت ناحیه‌ی محدود به

نمودار $h(x) = 3f(2x-1)$ و محورهای مختصات چقدر است؟

۲۷ ④

۱۸ ③

۱۲ ②

۱۵ ①

پاسخ ✓

نمودار تابع $f(x) = \cos mx$, ($m > 0$) در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ پنج بار محور طول را قطع کرده؛ حدود m کدام است؟

 $\frac{11}{4} < m \leq \frac{13}{4}$ ④ $\frac{11}{4} \leq m < \frac{13}{4}$ ③ $\frac{9}{4} \leq m < \frac{11}{4}$ ② $\frac{9}{4} < m \leq \frac{11}{4}$ ①

پاسخ ✓

نکته ۷

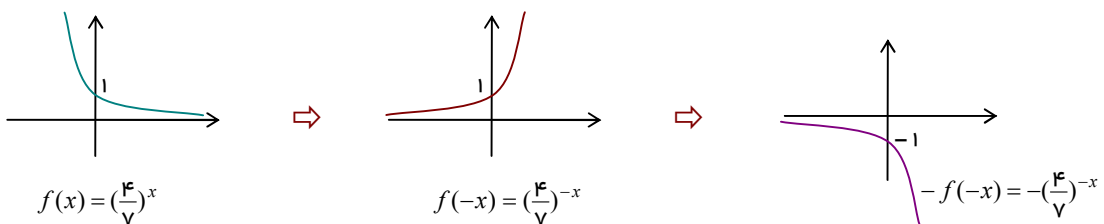
حالت ویژه:

برای رسم نمودار تابع $y = f(-x)$ وقتی نمودار تابع f را داشته باشیم، کافی است:

نمودار تابع f نسبت به محور عرض قرینه شود.

برای نمونه:

رسم نمودار $y = -\left(\frac{4}{V}\right)^{-x}$ در طی دو مرحله با شروع از نمودار نمایی $y = \left(\frac{4}{V}\right)^x$:



(روش دیگر تبدیل $y = -\left(\frac{4}{V}\right)^x$ است؛ ابتدا رسم $y = \left(\frac{4}{V}\right)^x$ و سپس قرینه نسبت به محور طول.)

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

**تذکر مهم:**

- هر وقت ضابطه‌ی تابع بر حسب $-x$ باشد (مانند $f(1-x)$ یا $f(-3x+2)-1$)، برای رسم آسان و سریع:
- ضریب x را موقتاً مثبت کرده و نمودار را رسم کنید.
 - در پایان، نمودار مرحله‌ی قبل را نسبت به محور عرض قرینه کنید تا نمودار مورد نظر حاصل گردد.
- برای نمونه:

رسم نمودار $y = \sqrt{-x+2}$ به صورت زیر انجام می‌شود:

**در کل:**

تغییرات روی x را در آخرین گام انجام دهید.

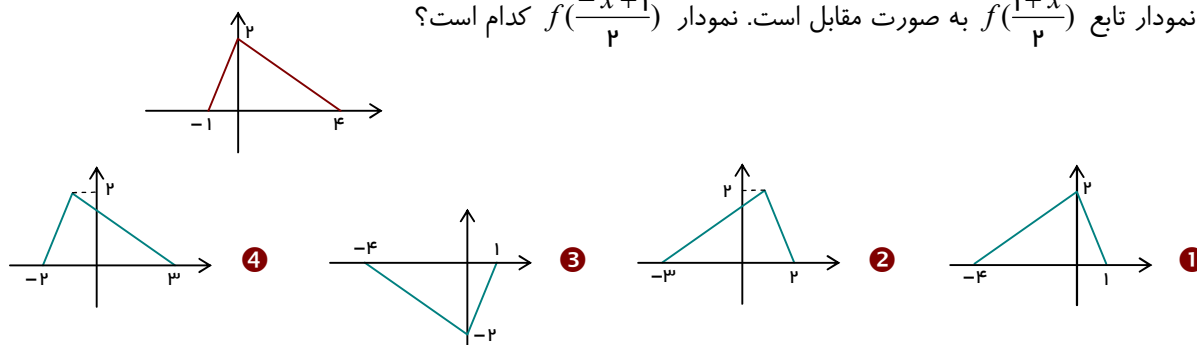
- برای نمونه، اگر نمودار $f(x)$ را داشته باشید:
- برای رسم $2f(3x-2)+1$ ، ابتدا $g(x) = 2f(x-2)+1$ را رسم کنید و در پایان انقباض افقی $g(3x) = 2f(3x-2)+1$ را به کار ببرید.
 - برای رسم $f(|3-x|)$ ، مراحل زیر را به کار ببرید:

$$f(x) \xrightarrow{x \rightarrow x+3} f(x+3) \xrightarrow{x \rightarrow -x} f(-x+3) \xrightarrow{x \rightarrow |x|} f(-|x|+3)$$

یعنی دقیقاً:

- سه واحد انتقال نمودار به چپ،
 - قرینه سازی نمودار نسبت به محور عرض،
 - حذف نمودار در سمت چپ محور عرض و رسم قرینه‌ی سمت راست در سمت چپ.
- قاعده‌ی تبدیل نمودار $f(x)$ به $f(|x|)$ از مسابان ۱ را به یاد داشته باشید.**

نمودار تابع $f(\frac{1+x}{2})$ به صورت مقابل است. نمودار $f(\frac{-x+1}{2})$ کدام است؟



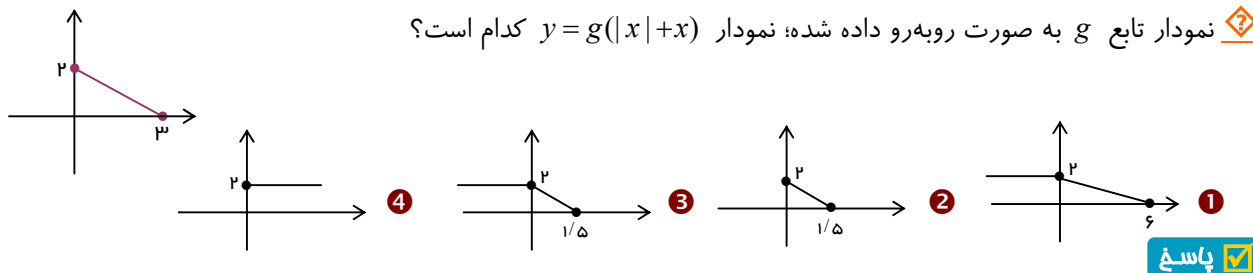
پاسخ

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

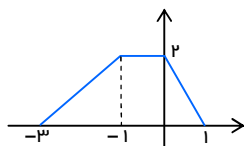


❖ نمودار تابع g به صورت روبه‌رو داده شده؛ نمودار $y = g(|x| + x)$ کدام است؟



پاسخ ✓

❖ شکل روبه‌رو نمودار $y = f(x+1)$ است. مساحت محدود به نمودار



$y = f(-|\frac{x}{2}|)$ و محور طول‌ها کدام است؟

۸ ④

۱۰ ③

۱۲ ②

۶ ①

پاسخ ✓

نکته ۸

در تغییرات افقی نمودار همیشه:

برد تابع ثابت مانده و فقط دامنه ممکن است تغییر کند.

دقیق‌تر:

- در تعیین دامنه‌ی تابع $f(x-a)$ ، مقادیر دامنه‌ی f با عدد a جمع می‌شوند. (چرا؟)
- در تعیین دامنه‌ی تابع $f(x+a)$ ، عدد a از مقادیر دامنه‌ی f کم می‌شود.
- در تعیین دامنه‌ی تابع $f(kx)$ ، مقادیر دامنه‌ی تابع f بر عدد k تقسیم می‌شوند.

بویژه:

در تعیین دامنه‌ی $f(-x)$ ، کافی است دامنه‌ی $f(x)$ را نسبت به مبدأ قرینه کنید. (به عبارت دیگر: ضرب در -1)

❖ اگر $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$ باشد، دامنه‌ی $f(3-x)$ کدام است؟

[۱, ۳] ④

[۱, ۲] ③

[۰, ۳] ②

[۰, ۲] ①

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

پاسخ ✓

تذکر مهم: (با دقت بفوانید)

همان‌طور که در روش حل تست بالا هم دیدیم؛ در یک عبارت مانند $f(3-x)$ ، دو مفهوم دامنه‌ی f و دامنه‌ی $f(3-x)$ متفاوت بوده و لازم است به آن توجه داشته باشید:

- دامنه‌ی هر عبارت بر حسب x مانند $f(3-x)$ ، یعنی مقادیری که می‌توانند جای x قرار گیرند. برای نمونه؛

اگر دامنه‌ی $f(3-x)$ برابر $[-1, 2]$ داده شود، باید $-1 \leq x \leq 2$ بوده و می‌توان دامنه‌ی f را تعیین کرد:

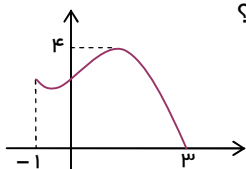
$$-2 \leq -x \leq 1 \xrightarrow{+3} 1 \leq 3-x \leq 4 \Rightarrow D_f = [1, 4]$$

- دامنه‌ی f یعنی مقادیری که می‌توانند به تابع وارد شوند. برای نمونه؛

اگر دامنه‌ی f برابر $[-1, 1]$ داده شده، و دامنه‌ی $f(3-x)$ خواسته شود، باید $3-x$ در $[-1, 1]$ باشد:

$$-1 \leq 3-x \leq 1 \xrightarrow{-3} -4 \leq -x \leq -2 \xrightarrow{\times(-)} 2 \leq x \leq 4 \Rightarrow D_{f(3-x)} = [2, 4]$$

اگر نمودار تابع $y = 3f(2x-1) + 1$ به صورت روبه‌رو باشد، دامنه‌ی تابع $f\left(\frac{x}{2}\right) + 3$ کدام است؟



① $[-6, 10]$

② $[0, 1]$

③ $[-3, 13]$

④ $[2, 3]$

پاسخ ✓

اگر دامنه و برد تابع f به صورت $D_f = [-2, 1]$ و $R_f = (-1, 3]$ باشد، تفاضل دامنه از برد تابع

$$g(x) = 4 - 2f\left(2 - \frac{x}{2}\right)$$

کدام است؟

① $[-2, 2]$

② $[-2, 2]$

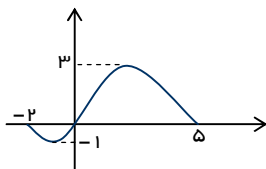
③ $(6, 8]$

④ $(6, 8]$

پاسخ ✓



اگر نمودار تابع $f(x+2)$ به صورت زیر باشد، دامنه‌ی عبارت $\sqrt{x f(1-\frac{x}{p})}$ به کدام صورت است؟



1 $\{-1, 2\} \cup [-2, 0]$

2 $[-1, -2] \cup [0, 2]$

3 $\{-1, 2\} \cup [-2, 2]$

4 $[-6, -1] \cup [0, 1]$

پاسخ

ویژه صد درصدی‌ها ۳



«بررسی نمونه‌هایی پیشرفته‌تر و برفی نکات تکمیلی این مبحث با هدف گذاری درصد ۱۰۰ در آزمون‌ها»

ADVANCED

با هدف یادگیری عمیق‌تر و پیشرفت بیشتر، این بخش را دنبال کنید . . .

برای تبدیل نمودار $y = 2f(2+3x) - 1$ به $y = f(x)$ کدام ترتیب مراحل درست است؟

1 انتقال یک واحد به بالا، انقباض عمودی با ضریب $\frac{1}{3}$ ، انتقال ۲ واحد به راست و انبساط افقی با ضریب ۳

2 انتقال یک واحد به بالا، انبساط عمودی با ضریب ۲، انبساط افقی با ضریب ۳ و انتقال ۲ واحد به راست

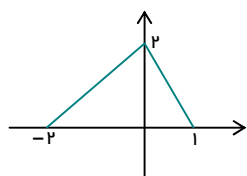
3 انتقال دو واحد به راست، انقباض عمودی با ضریب $\frac{1}{3}$ ، انبساط افقی با ضریب ۳ و انتقال ۲ واحد به بالا

4 انتقال یک واحد به بالا، انقباض عمودی با ضریب $\frac{1}{3}$ ، انبساط افقی با ضریب ۳ و انتقال ۲ واحد به راست

پاسخ

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.



❖ نمودار تابع f به صورت روبه‌رو و مساحت محدود به نمودار $y = -2kf\left(2 - \frac{x}{k}\right)$ و

محور طول برابر ۸ است. مقدار کمتر k کدام است؟

- ① $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ③ $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ④ $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

پاسخ ✓

❖ در تابع خطی نزولی $y = f(x)$ ، نمودار تابع $f \circ f$ را با ضرب ۳ در راستای محور طول منقبض کرده، نمودار را یک واحد

به صورت عمودی به پایین انتقال داده و در پایان نمودار را نسبت به محور عرض قرینه می‌کنیم. اگر نمودار تابع بر نیمساز ربع

دوم و چهارم منطبق شود، عرض از مبدأ تابع f کدام است؟

- ① $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$ ② $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}$ ③ $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$

پاسخ ✓

❖ در تابع f داریم: $D_f = [a, b]$ ، $D_f(x) \cap D_f(-x) = \{c\}$ و $D_f(x) \cup D_f(-x) = [-4, k]$. حاصل $a+b$ کدام می‌تواند

باشد؟

- ① ۲ ② -۲ ③ -۴ ④ ۰

پاسخ ✓

یادآوری: (رسم: $y = f(|x|)$)

چون برای $a > 0$ ، مقدار تابع $f(|x|)$ در نقاط $x = a$ و $x = -a$ به صورت یکسان برابر $f(a)$ است.

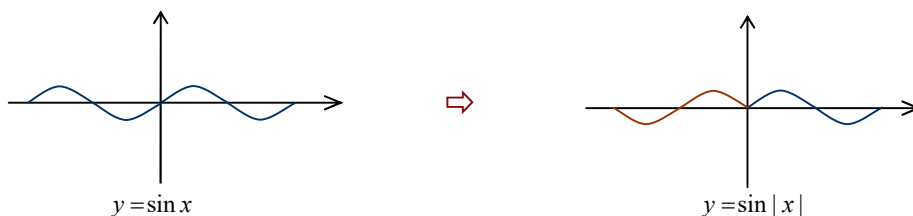
در نتیجه، هنگام رسم:

- نمودار تابع f در قسمت سمت چپ محور عرض را حذف می‌کنیم.
- قرینه‌ی نمودار در سمت راست محور عرض را در سمت چپ هم رسم کنیم.

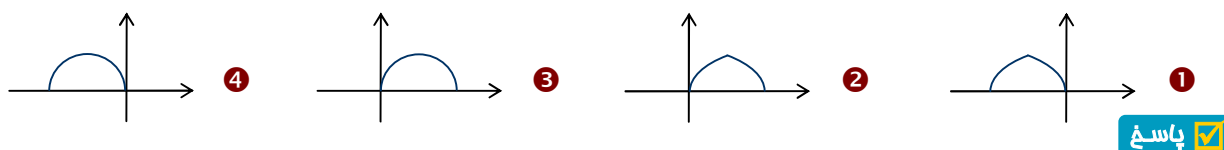
توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

برای نمونه،

نمودار تابع $y = \sin|x|$ را در بازه $[0, 2\pi]$ ببینید:

❓ نمودار تابع $f(x) = \sqrt{1-|x-1|}$ شبیه کدام است؟



پاسخ ✓

نکته ۹

حالت اول براکت:

با داشتن نمودار تابع $y = f(x)$ ، در رسم نمودار تابع $y = [f(x)]$:

- ❖ برای عددهای صحیح k ، خطهای افقی $y = k$ را به صورت نقطه چین رسم کنید.
- ❖ هر جا که هر خط افقی نمودار f را قطع کرده، نقطه‌ی توپر قرار دهید.
- ❖ در سایر قسمت‌ها، هر جا نمودار f بین دو خط افقی متوالی قرار دارد، سایه‌ی نمودار را روی خط پایینی رسم کنید.

برای نمونه؛

نمودار تابع $y = [\cos x]$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم می‌کنیم:

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.



نکته ۱۰

حالت دوم براکت:

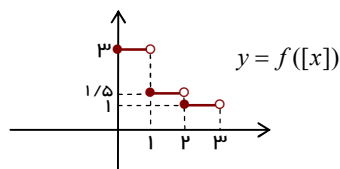
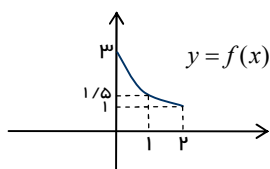
با داشتن نمودار تابع $y = f(x)$ ، در رسم نمودار تابع $y = f([x])$:

❖ برای عددهای صحیح $k \in D_f$ ، فقط نقاط $(k, f(k))$ را نگاه داشته و بقیه‌ی نمودار حذف می‌شود.

❖ برای $k \in D_f$ ، در بازه‌ی $(k, k+1)$ ، پاره خط افقی $y = f(k)$ را رسم می‌کنیم.

برای نمونه:

رسم نمودار زیر را دقیق نگاه کنید:



❖ تعداد جواب‌های قابل قبول نامساوی $[\sin \pi x] > \sin \pi [x]$ در بازه‌ی $[0, 1]$ کدام است؟

۴ بی‌شمار

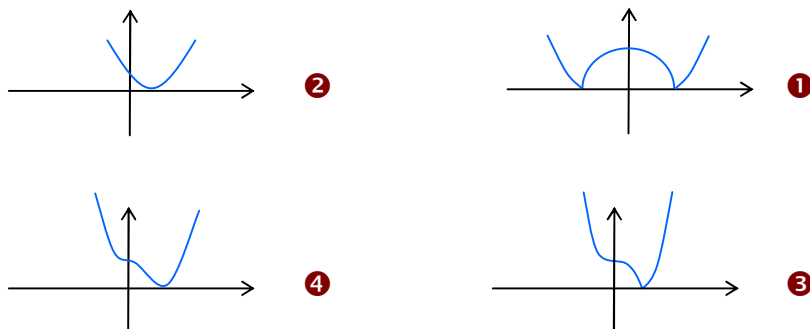
۳

۲

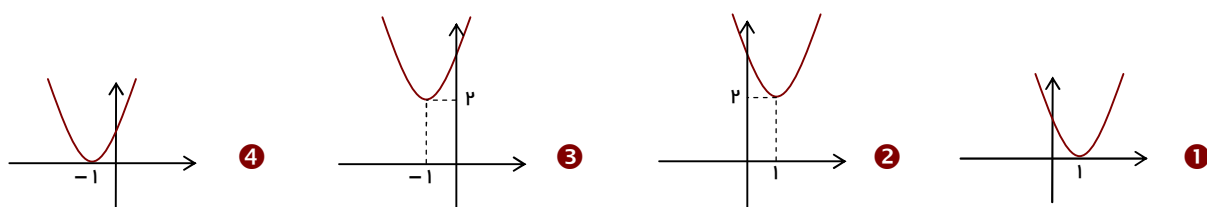
۱

پاسخ ✓

۱- نمودار تابع $y = |x^3 - 1|$ شبیه کدام است؟



۲- نمودار تابع $y = |(x-1)^3| + 2$ شبیه کدام است؟



۳- نمودار $y = |2-x| + 1$ محورهای مختصات را در چند نقطه قطع می‌کند؟

- ۱ ۰ ۲ ۱ ۳ ۲ ۴ ۳

۴- اگر دامنه‌ی تابع f به صورت $(-1, 2)$ باشد، دامنه‌ی تابع $y = f(-1-3x)$ کدام است؟

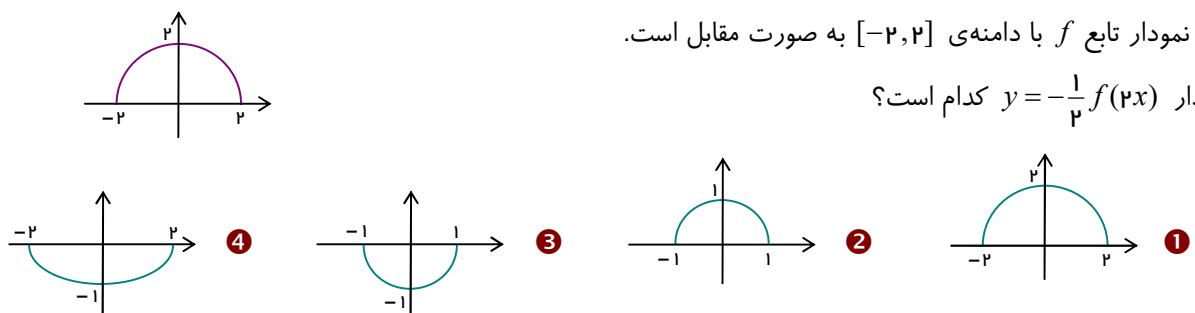
- ۱ $(0, 1)$ ۲ $(0, 3)$ ۳ $(-3, 0)$ ۴ $(-1, 0)$

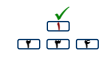
۵- اگر برد تابع f برابر $[-2, 1]$ باشد، برد تابع $g(x) = 2f(x+3) + 1$ کدام است؟

- ۱ $[3, 9]$ ۲ $[-3, 3]$ ۳ $[-2, 4]$ ۴ $[0, \frac{13}{2}]$

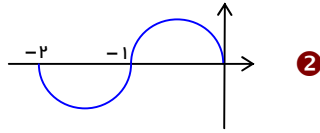
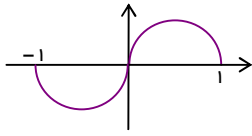
۶- نمودار تابع f با دامنه‌ی $[-2, 2]$ به صورت مقابل است.

نمودار $y = -\frac{1}{4}f(2x)$ کدام است؟

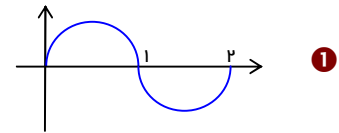




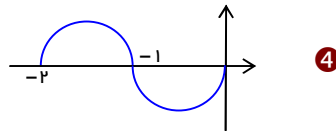
۷- نمودار تابع f به صورت مقابل است. نمودار تابع $y = f(1-x)$ کدام است؟



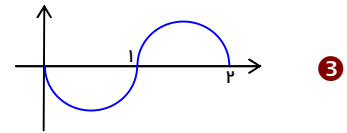
2



1

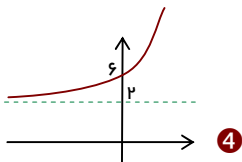


4

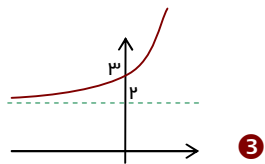


3

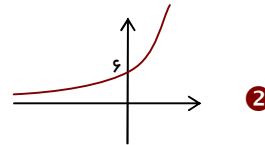
۸- نمودار تابع $y = 2 \times 2^{x+1} + 2$ به کدام صورت است؟



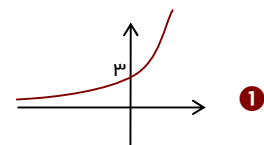
4



3



2



1

۹- نمودار تابع $y = \sqrt{1-2x}$ را ابتدا یک واحد به چپ منتقل کرده و سپس آن را نسبت به محور عرض قرینه کرده و در انتها یک واحد به سمت بالا منتقل می‌کنیم. ضابطه‌ی نمودار حاصل کدام است؟

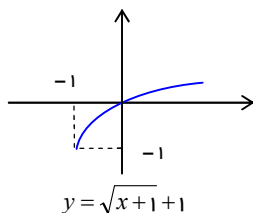
$$y = 1 - \sqrt{-2x-1} \quad 4$$

$$y = 1 - \sqrt{-2x+3} \quad 3$$

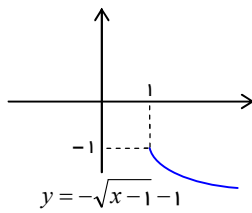
$$y = \sqrt{2x-1} + 1 \quad 2$$

$$y = \sqrt{2x+3} + 1 \quad 1$$

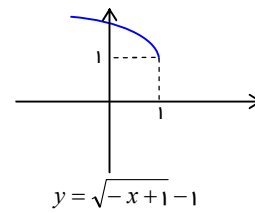
۱۰- چند مورد از نمودارهای زیر صحیح نیست؟



4



3



2

1

۱۱- نقطه‌ی $A(-1, 3)$ روی نمودار تابع $f(x)$ و نقطه‌ی متناظر با آن یعنی $A'(a, b)$ روی نمودار تابع $y = 3f(2x-5) - 7$ قرار دارد. کدام $a-b$ است؟

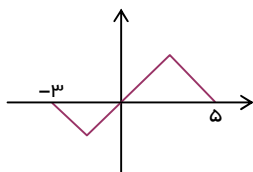
4

3

2

-2

۱۲- اگر شکل روبه‌رو تابع $y = f(x)$ را نشان دهد، دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی



$$g(x) = \sqrt{xf\left(-\frac{x}{2}\right)}$$

[0, 6]

[-1, 6]

{0}

[-1, 0, 6]



۱۳- اگر دامنه‌ی تعریف تابع $y = f(2-x)$ بازه‌ی $[-1, 2]$ باشد، دامنه‌ی تعریف تابع $f(3x+4)$ کدام است؟

- ① $[-\frac{4}{3}, -\frac{1}{3}]$ ② $[0, 1]$ ③ $[0, 3]$ ④ $[1, 2]$

۱۴- دامنه‌ی تابع $f(x+3) = 2-x$ بازه‌ی $[-1, 2]$ است. برد $f(x)$ کدام است؟

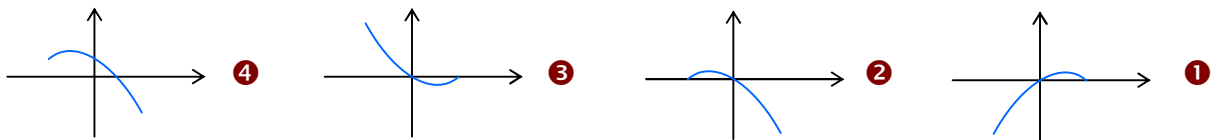
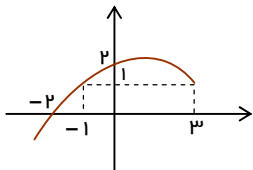
- ① $(0, 3]$ ② $(3, 6]$ ③ $[3, 7)$ ④ $[-2, 1)$

۱۵- با اعمال موارد کدام گزینه به ترتیب، نمودار تابع $y = f(x)$ تبدیل به نمودار تابع $y = -\frac{1}{4}f(1-x)$ می‌شود؟

- ① انتقال یک واحد به راست، انعکاس نسبت به محور x ها، انقباض $\frac{1}{4}$ واحد در راستای افقی
 ② انتقال یک واحد به چپ، انعکاس نسبت به محور y ها، انقباض $\frac{1}{4}$ واحد در راستای عمودی
 ③ انتقال یک واحد به چپ، انعکاس نسبت به محور x ها، انقباض $\frac{1}{4}$ واحد در راستای افقی
 ④ انتقال یک واحد به راست، انعکاس نسبت به محور y ها، انقباض $\frac{1}{4}$ واحد در راستای عمودی

۱۶- با توجه به نمودار $y = 3 - f(2-x)$ در شکل روبه‌رو، نمودار تابع

$y = 2 - f(x+3)$ کدام است؟



۱۷- نمودار تابع $y = x^2 - 1$ را ابتدا یک واحد به چپ انتقال داده، سپس با ضریب $\frac{1}{4}$ در راستای افقی آن را منقبض کرده و در

نهایت آن را نسبت به محور عرض قرینه می‌کنیم. نمودار تابع جدید با کدام طول نیمساز ربع اول را قطع می‌کند؟

- ① $\frac{4}{5}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{4}{3}$

۱۸- دامنه و برد تابع $y = 2f(x-1)$ به ترتیب $[-2, 3]$ و $[-1, 2]$ است. اشتراک دامنه و برد $y = -f(\frac{x}{p}) + 4$ کدام است؟

- ① $[4, 4/5]$ ② $(3, 4]$ ③ \emptyset ④ $(3, 4/5]$

۱۹- نقطه‌ی $A(3, -2)$ روی نمودار تابع $y = -f(x-1)$ با نقطه‌ی $B(a, b)$ روی نمودار تابع $y = 2f(2x+1) - 1$ متناظر است. مقدار $a+b$ کدام است؟

- ① ۵ ② $3/5$ ③ $4/5$ ④ ۴

۲۰- اگر دامنه‌ی تابع f به صورت $[-4, 1]$ باشد، دامنه‌ی تابع $y = 2f(2x) - f(x+2)$ کدام است؟

- ① $[-6, -\frac{1}{4}]$ ② $[-3, 1]$ ③ $[-2, -1]$ ④ $[-6, -2]$



۲۱- قرینه‌ی نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را نسبت به محور عرض تعیین کرده، سپس منحنی حاصل را ۴ واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم. منحنی اخیر و منحنی اصلی نسبت به کدام خط متقارن هستند؟ (کنکور ۹۹)

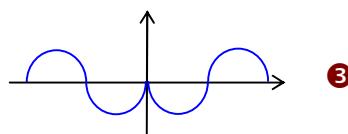
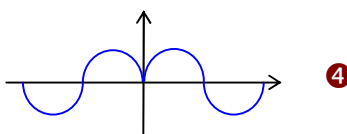
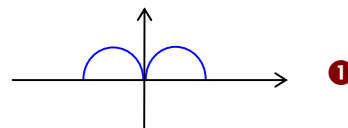
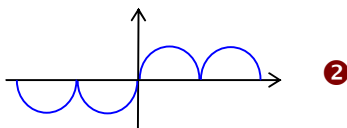
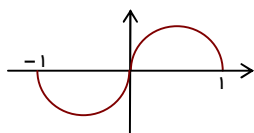
۴ $x = 2/5$

۳ $x = 2$

۲ $x = 1/5$

۱ $x = 1$

۲۲- نمودار تابع f به صورت مقابل است. نمودار تابع $y = f(1-|x|)$ شبیه کدام است؟



۲۳- با اعمال کدام مورد، نمودار $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x + 1$ تبدیل به نمودار تابع $y = \frac{x^3}{3}$ می‌شود؟

۲ یک واحد به چپ و $\frac{2}{3}$ واحد به پایین

۱ یک واحد به راست و $\frac{4}{3}$ واحد به بالا

۴ یک واحد به راست و $\frac{2}{3}$ واحد به بالا

۳ یک واحد به چپ و $\frac{4}{3}$ واحد به پایین

۲۴- اگر دامنه و برد تابع $y = 2 - a - \sqrt{3 - 2x}$ به ترتیب $(-\infty, b]$ و $(-\infty, 4]$ باشد، حاصل ab کدام است؟

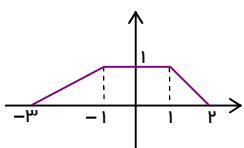
۴ -۳

۳ -۶

۲ ۶

۱ ۳

۲۵- شکل مقابل نمودار تابع f و $g(x) = \begin{cases} f(x-1) & x < 0 \\ f(-2x) & x \geq 0 \end{cases}$. مساحت محدود به نمودار g و محور طول کدام است؟



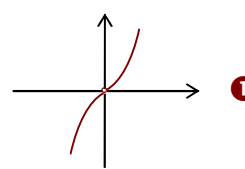
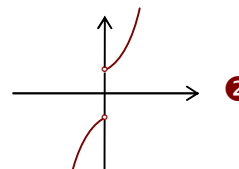
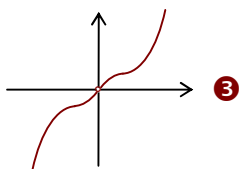
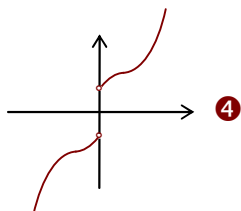
۲ ۴

۱ ۲

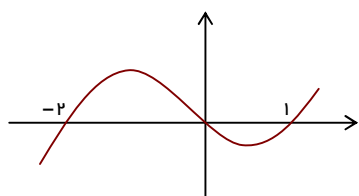
۴ $\frac{5}{2}$

۳ $\frac{3}{2}$

۲۶- نمودار تابع $f(x) = x(x^2 + 3|x| + \frac{1}{|x|} + 3)$ شبیه کدام است؟



۲۷- شکل روبه‌رو، نمودار تابع f است. دامنه‌ی تابع $y = \sqrt{-\frac{f(x)}{f(2+x)}}$ شامل



چند عدد صحیح است؟ (نوبت ۲- تجربی ۱۴۰۲)

۲ ۶

۱ ۳

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.



۳ ۴

۴ ۵

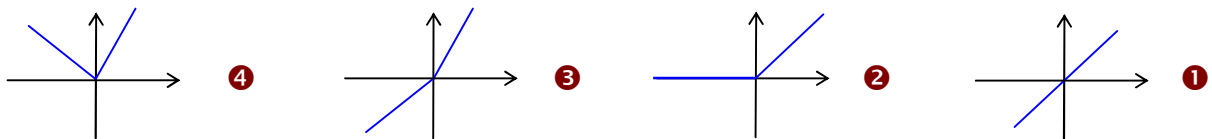
۲۸- نمودار $\frac{1}{f}$ را در امتداد محور x ها، a واحد در جهت مثبت انتقال داده و آن را g می‌نامیم. سپس تابع $|g|$ را در امتداد محور y ها، ۲ واحد در جهت منفی انتقال می‌دهیم. طول نقطه‌ی برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع $\frac{1}{|f|}$ برابر $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ است. اگر f تابع همانی باشد، اختلاف مقادیر در تساوی $f(x+a)=۳$ کدام است؟ (نوبت ۱- تجربی ۱۴۰۲)

- ① $۲+\sqrt{۲}$ ② $۲-\sqrt{۲}$ ③ ۲ ④ $\sqrt{۲}$

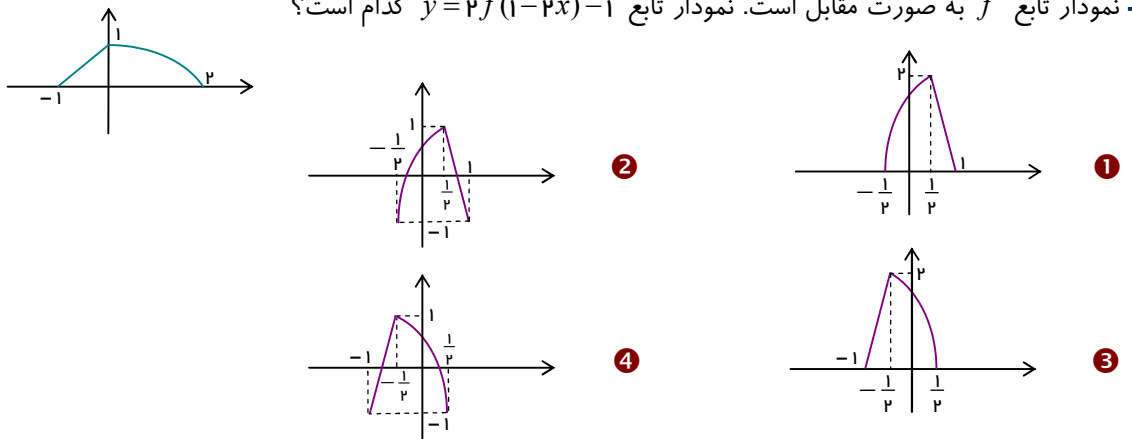


ویژه‌ی داوطلبان سرآمد

۱- نمودار تابع $f(x)=x$ را سه واحد به راست و نمودار تابع $g(x)=|x|$ را ابتدا با ضریب ۲ در راستای محور عرض منبسط کرده و سپس سه واحد به بالا منتقل می‌کنیم. پس از انجام این مراحل، نمودار مربوط به تابع حاصل جمع آن‌ها کدام است؟



۲- نمودار تابع f به صورت مقابل است. نمودار تابع $y=۲f(1-۲x)-۱$ کدام است؟



۳- سطح بین نمودار $y=[\sqrt[۳]{x}]$ و محور طول‌ها در فاصله‌ی $[۰, ۱]$ کدام است؟ (براکت \equiv جزء صحیح)

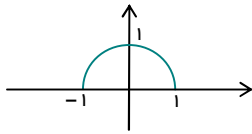
- ① ۱۱ ② ۱۰ ③ ۹ ④ ۷

۴- نمودار تابع $f(x)=|۲x-۳|+۱$ را k واحد به سمت چپ و سه واحد به پایین انتقال داده‌ایم تا نمودار تابع g حاصل شده است. اگر محل برخورد نمودارهای f و g روی محور عرض باشد، k کدام است؟

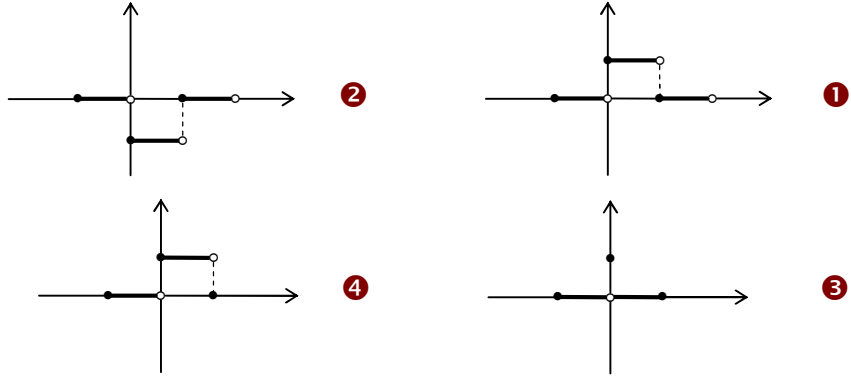
- ① $\frac{۹}{۲}$ ② $\frac{۷}{۲}$ ③ $\frac{۵}{۲}$ ④ $\frac{۳}{۲}$

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.



۵- نمودار تابع f به صورت مقابل است. نمودار تابع $y = f([x])$ شبیه کدام است؟
 ([] نماد جزء صحیح است.)



۶- نمودار تابعی را ۲ واحد به سمت راست انتقال داده‌ایم و سپس قرینه‌ی شکل حاصل را نسبت به محور x ها ۳ برابر در جهت عمودی منبسط کرده‌ایم و تابع $y = -|3x - 12|$ به دست آمده است. تابع اولیه کدام بوده است؟

① $y = 9|x - 6|$ ② $y = \frac{1}{3}|2 - x|$ ③ $y = |x - 6|$ ④ $y = |x - 2|$

۷- اگر دامنه‌ی تابع $y_1 = f(x)$ بازه‌ی $[1, 4]$ و دامنه‌ی تابع $y_2 = g(x)$ بازه‌ی $(2, 9)$ باشد، دامنه‌ی تابع $h(x) = 2f(x^2) - g(3 - 2x)$ کدام بازه است؟

① $(-3, \frac{1}{2})$ ② $[1, 2)$ ③ $(-2, -1]$ ④ \emptyset

۸- برای رسم نمودار تابع $g(x) = x^2 + 2x$ با استفاده از نمودار $f(x) = x^2 + x$ باید چه تبدیلهایی صورت گیرد؟

① ۱ واحد به چپ و $\frac{3}{4}$ واحد به بالا ② ۱ واحد به راست و $\frac{3}{4}$ واحد به پایین
 ③ ۱ واحد به راست و $\frac{3}{4}$ واحد به پایین ④ $\frac{3}{4}$ واحد به پایین و $\frac{1}{4}$ واحد به چپ

۹- نمودار تابع $y = 2[\frac{x}{2}] - x$ را ابتدا نسبت به محور عرض و سپس نسبت به محور طول قرینه کرده تا نمودار تابع f حاصل شود. با چه تغییراتی نمودار f بر نمودار $y = x - [x]$ منطبق می‌شود؟ (براکت \equiv جزء صحیح)

- ① دو انقباض افقی و عمودی به نسبت ۲ و سپس قرینه نسبت به محور طول
- ② انقباض افقی و انبساط عمودی به نسبت ۲ و سپس قرینه نسبت به محور عرض
- ③ انبساط افقی و انقباض عمودی به نسبت ۲ و سپس قرینه نسبت به محور عرض
- ④ دو انقباض افقی و عمودی به نسبت ۲ و سپس قرینه نسبت به محور عرض

۱۰- نقطه‌ی $A(-1, 3)$ روی نمودار f به نقطه‌ی B روی نمودار $g(x) = \frac{1}{3}f(\frac{x}{2} - 2) - 2$ متناظر است. طول AB کدام است؟

① $4\sqrt{2}$ ② ۲ ③ ۵ ④ $4\sqrt{2}$

لیست کامل مجموعه‌های آموزشی

ریاضی تیزهوشان	متوسطه اول (عادی)	دوره ابتدایی (عادی)
ریاضی تیزهوشان ششم	جزوه ریاضی هفتم	جزوه ریاضی پنجم
ریاضی تیزهوشان هفتم	جزوه ریاضی هشتم	جزوه ریاضی ششم
ریاضی تیزهوشان هشتم	جزوه ریاضی نهم	
ریاضی تیزهوشان نهم		

استعداد تحلیلی (ششم به هفتم)	استعداد تحلیلی (نهم به دهم)
جزوه هوش کلامی (ادبی)	جزوه هوش غیرکلامی (تصویری)
جزوه هوش غیرکلامی (تصویری)	جزوه هوش ریاضی و محاسبات
جزوه هوش ریاضی - منطقی و سرعتی	جزوه هوش منطقی و استدلال (شامل تحلیل متن)

متوسطه دوم (تجربی: کنگوری)	متوسطه دوم (تجربی: تشریحی)
جزوه کنکور ریاضی دهم	جزوه تشریحی ریاضی دهم
جزوه کنکور ریاضی یازدهم	جزوه تشریحی ریاضی یازدهم
جزوه کنکور ریاضی دوازدهم	جزوه تشریحی ریاضی دوازدهم
جزوه جامع کنکور تجربی	

متوسطه دوم (ریاضی: کنگوری)	متوسطه دوم (ریاضی: تشریحی)
جزوه کنکور ریاضی دهم	جزوه تشریحی ریاضی دهم
جزوه کنکور مسابان (۱)	جزوه تشریحی هندسه (۱)
جزوه کنکور آمار و احتمال	جزوه تشریحی هندسه (۲)
جزوه کنکور هندسه (۲)	جزوه تشریحی مسابان (۱)
جزوه کنکور مسابان (۲)	جزوه تشریحی آمار و احتمال
جزوه کنکور ریاضیات گسسته	جزوه تشریحی ریاضیات گسسته
جزوه کنکور هندسه (۳)	جزوه تشریحی هندسه (۳)
جزوه جامع کنکور ریاضی	جزوه تشریحی مسابان (۲)

رشته انسانی
جزوه ریاضی و آمار پایه دهم (تشریحی + کنکور در یک مجموعه، البته تفکیک شده)
جزوه ریاضی و آمار پایه یازدهم (تشریحی + کنکور در یک مجموعه، البته تفکیک شده)
جزوه ریاضی و آمار پایه دوازدهم (تشریحی + کنکور در یک مجموعه، البته تفکیک شده)

ما متمرکز بر ارتقای کیفیت آموزش هستیم.

سپاس از توجهتان



۰۹۳۵ ۶۰۰ ۸۴۵۴
 ۰۹۲۰ ۶۰۰ ۸۴۵۴