

ترکیب: دانش شما + ممتوای بی نظیر تدریس ما

تمرین و پاسفنامه

درسنامه آپدیت

کوئیز و آزمون

«آسان و روان، حرفه‌ای و متمایز تدریس کنید.»





«چاپ تمام رنگی جزوه اختصاصی شما برابر هزینه فایل»

(مذف هزینه چاپ)



کلاس ایده‌ال:



سرعت آموزش خود را دو برابر کنید!

(رفع مشکل کمبود وقت برای تدریس کامل کتاب)



پیشنهادات ویژه چاپ:

چاپ کلاسی: بین ۷۰ تا ۸۰ درصد تخفیف برای سفارش ۱۰ جلد یا بیشتر.

چاپ تک جلد: بدون هزینه اضافه، معادل هزینه فایل در آدرستان تحویل می‌شود.

(یک جلد هدیه نسخه خودآموز به مدرس در سفارشات ۲۰ جلد یا بیشتر)

(نسخه تدریس در دست شاگردان)

پند نمونه از نتایج درفشان برفی از همکاران مجموعه درس آموزه: **(خرداد و تابستان ۱۴۰۴)**

- از یک جمع چند نفره خصوصی، تمام افراد نمره ۱۹/۵ یا ۱۹/۷۵ کسب کردند؛ (حسابان دوازدهم نهایی)
- از یک گروه ۲۷ نفره در آموزشگاه، چند نفر ۲۰ و اکثراً نمره بالاتر از ۱۵ نهایی و از یک گروه ۱۱ نفره، پنج نفر نمره ۱۹/۵ یا بالاتر و هیچ کدام کمتر از ۱۸ نبودند؛ (دوازدهم انسانی نهایی)
- از جمع شاگردان فقط یکی از اساتید، کسب ۱۰ رتبه دو رقمی منطقه ۲ در رشته‌های ریاضی، تجربی و انسانی. (کنکور ۱۴۰۴)
- کسب درصد ریاضی فقط ۳ درصد کمتر از رتبه یک کنکور تجربی. (کنکور ۱۴۰۲)

تدریس ریاضیات کنکور:

100%

از متوسط تا پیشرفته و بسیار پیشرفته

با ترکیب دانش فود و ممتوای آموزشی ما، آسان، روان و مؤثر تدریس کنید
(اختصاصی دبیران، مدرسان و اساتید)



دریافت جدیدترین نمونه‌ها:



۰۹۳۵ ۶۰۰ ۸۴۵۴

جزوات شخصی شما
برای تدریس حرفه‌ای ریاضیات کنکور

اطلاعات شخصی مدرس، لوگو و تبلیغات شخصی یا مدرسه یا آموزشگاه، روش‌های ارتباطی با شما و ... روی جلد و در تمام صفحات درسنامه، به زیباترین شکل ممکن درج می‌شود.

۲	تابع (۱) ترکیب توابع، انتقال، انقباض و انبساط نمودار	۱
۳۱	تابع (۲) یکنوایی توابع، تابع ۱ به ۱ و وارون توابع	۲
۵۶	مثلثات (۱) تابع متناوب و دوره تناوب نمودار، تابع تنازانت	۳
۷۴	مثلثات (۲) نسبت‌های دو برابر کمان، معادلات مثلثاتی	۴

۵	رفع ابهام در حد همسایگی، حدهای کسری و رفع ابهام در حد	۹۴
۶	میل به بی‌نهایت مفهوم بی‌نهایت، حد بی‌نهایت و حد در بی‌نهایت	۱۱۲
۷	مشتق (۱) مفهوم مشتق و مماس، مشتق پذیری و پیوستگی	۱۳۴
۸	مشتق (۲) مشتق‌گیری، مشتق مرکب و آهنگ تغییر تابع	۱۵۰

۱۷۹	کاربرد مشتق (۱) تعیین یکنوایی تابع، اکستریم نسبی توابع	۹
۱۹۷	کاربرد مشتق (۲) تعیین اکستریم مطلق تابع، بهینه‌سازی توابع	۱۰
۲۱۲	هندسه مفصلاتی تفکر تجسمی، مقاطع مخروطی دایره و بیضی	۱۱
۲۴۰	اهتمال بررسی احتمال شرطی و قانون احتمال کل	۱۲



تابع (۱)

صفحه	فهرست
۳	■ تابع هند جمله‌ای
۶	■ ترکیب توابع
۱۴	■ تغییر عمودی نمودار
۱۸	■ تغییر افقی نمودار
۲۶	■ ویژه صد درصدی‌ها

شکل کلی تابع چند جمله‌ای:

$$f(x) = ax^n + bx^{n-1} + \dots + kx + l, \quad (a \neq 0)$$

ضرایب، عددهای حقیقی و $n \geq 0$ (بیشترین توان) درجه تابع است. دامنه همیشه برابر \mathbb{R} است.

توابع چندجمله‌ای ویژه:

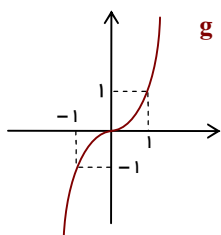
ساده‌ترین: تابع ثابت $f(x) = c$ و تابع خطی $f(x) = ax + b$ (درجه‌ی یک)

دو مورد دیگر:

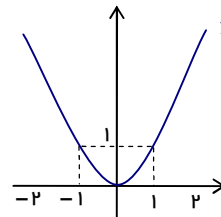
تابع درجه دوم $f(x) = ax^2 + bx + c$ (سه‌می) و تابع درجه سه $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

به یک بررسی از این توابع توجه کنید:

الف) نمودار دو تابع $f(x) = x^2$ و $g(x) = x^3$ توسط جدول مقادیر:



x	-۲	-۱	۰	۱	۲
$y = x^3$	-۸	-۱	۰	۱	۸



x	-۲	-۱	۰	۱	۲
$y = x^2$	۴	۱	۰	۱	۴

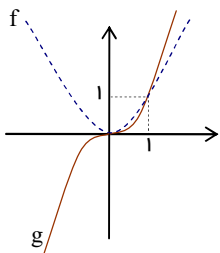
ب) توسط نمودارهای بالا، مجموعه جواب نامعادله $f(x) > g(x)$ (یعنی: $x^2 > x^3$) را تعیین می‌کنیم.

می‌دانیم:

عددهای بین صفر و یک هر قدر به یک توان بزرگ‌تری برسند، مقدارشان کوچک‌تر می‌شود. پس:

$$0 < x < 1 \Rightarrow x^3 < x^2$$

بنابراین دو نمودار بالا در مقایسه با هم چنین خواهند بود:



اکنون:

مجموعه جواب نامعادله $f(x) > g(x)$ بخش‌هایی از محور طول‌هاست که نمودار f بالاتر از نمودار g قرار داشته باشد:

$$f(x) > g(x) \Rightarrow x \in (-\infty, 0) \cup (0, 1)$$

سؤال:

روش حل جبری و سریع نامعادله $x^2 > x^3$ چگونه است؟

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

تیب سوالات

❖ در تابع درجه‌ی سوم $f(x) = -x^3 + ax^2 + x + 2$ ، رابطه‌ی $f(\frac{3}{4}) - f(2) + f(-\frac{3}{4}) = 5$ برقرار است. مقدار $f(1) + f(2)$ کدام است؟

۳۲ ④

-۱۶ ③

-۳۲ ②

۱۶ ①

پاسخ ✓

❖ نمودار تابع $y = -x^3 + 6x^2 - 12x - 1$ از کدام ناحیه عبور نمی‌کند؟

۴ ④

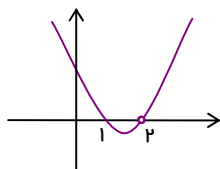
۳ ③

۲ ②

۱ ①

پاسخ ✓

❖ نمودار تابع $f(x) = \frac{x^3 - ax^2 + bx - 4}{x + c}$ به صورت زیر است. مقدار $f(2a - b - 3c)$ کدام است؟



۳۶ ①

۳۸ ②

۴۲ ③

۳۲ ④

پاسخ ✓

تمرین تست (۱)



۱- تابع $f(x) = (-9 + k^2)x^3 + 5$ اکیداً نزولی است. مجموع مقادیر صحیح k چقدر است؟ (کنکور ۱۴۰۱)

۶ ④

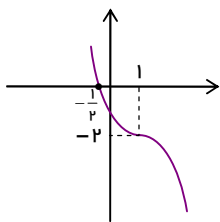
۲ ③

۱ ②

۰ ①

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.



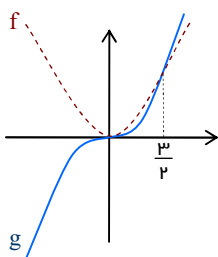
۲- نمودار تابع $y = k(x-a)^3 - b$ به صورت مقابل است. مقدار $a+k$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{3}$

۲) $\frac{10}{27}$

۳) $\frac{11}{27}$

۴) $\frac{4}{9}$



۳- در شکل مقابل نمودار توابع $f(x) = x^3$ و $g(x) = ax^3 + bx^2 + c$ آمده؛ مقدار $a+b+c$ کدام است؟

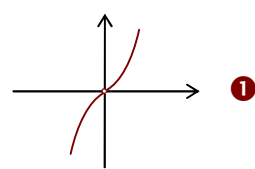
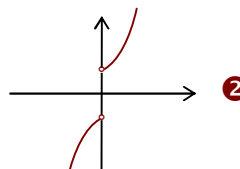
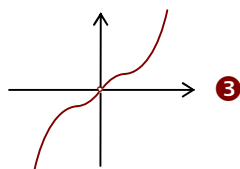
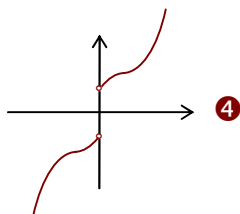
۱) $\frac{3}{2}$

۲) $\frac{4}{9}$

۳) $\frac{9}{4}$

۴) $\frac{2}{3}$

۴- نمودار تابع $f(x) = x(x^2 + 3|x| + \frac{1}{|x|} + 3)$ شبیه کدام است؟



روشی برای ساخت توابع جدید (توسط دو تابع f و g):

ایستگاه ۱: تابع مرکب

ضابطه:

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) \quad \text{محاسبه مقادیر تابع مرکب } g \circ f:$$

یعنی:

در ضابطه‌ی g ، باید جای x عبارت $f(x)$ قرار گیرد.

دامنه:

طبق ضابطه‌ی $g(f(x))$ ، باید هم $x \in D_f$ و هم عدد $f(x)$ عضو D_g باشد:

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

یعنی:

دامنه از اشتراک‌گیری بین D_f و مجموعه جواب $f(x) \in D_g$ حاصل می‌شود.

توجه:

نتیجه‌ی ساده‌ای از مطلب بالا، گاهی مفید واقع می‌گردد:

$$D_{g \circ f} \subset D_f$$

چند نمونه:

۱) برای توابع $f(x) = \frac{1}{x}$ و $g(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x} & x \geq 1 \\ -x + 3 & x < 1 \end{cases}$ مقدار $f \circ g(2/25)$ را حساب می‌کنیم:

$$f \circ g(2/25) = f(g(2/25)) = f(1/5) = f\left(\frac{1}{\sqrt{2/25}}\right) = \frac{2}{3}$$

۲) برای توابع $f(x) = x^2$ و $g(x) = \sqrt{x}$ ؛ ضابطه‌ی توابع $f \circ g$ ، $g \circ f$ و $g \circ g$ را می‌نویسیم:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x}) = (\sqrt{x})^2 = x \quad (g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x^2) = \sqrt{x^2} = |x|$$

$$(g \circ g)(x) = g(g(x)) = g(\sqrt{x}) = \sqrt{\sqrt{x}} = \sqrt[4]{x}$$

توجه: مانند نمونه‌ی دوم بالا:

در اکثر موارد توابع $f \circ g$ و $g \circ f$ با هم برابر نیستند.

تیب سوالات

❖ اگر $f(x) = \sqrt{a-x}$ و $g(x) = 3-x$ باشد، به ازای کدام مقدار a ، توابع f و $g \circ f$ روی محور y ها متقاطع‌اند؟

(نوبت ۲-کنکور ۱۴۰۴)

۲/۲۵ ④

۲/۵ ③

۱/۵ ②

۱/۲۵ ①

پاسخ ✓

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

اگر $f = \left\{ (2, 2), (1, -\frac{1}{2}), (3, 0) \right\}$ و $g = \left\{ (1, 3), (0, 3), (2, 0) \right\}$ ، آنگاه برد تابع $g \circ (-2f)$ کدام است؟

- 1 $\{1\}$ 2 $\{3\}$ 3 $\{0, 3\}$ 4 \emptyset

پاسخ ✓

اگر $f(x) = 2[x] - x$ و $g(x) = f([x + f(x)])$ باشد، $g \circ f(-\frac{5}{3})$ کدام است؟ (نوبت ۲ - کنکور ۱۴۰۲)

- 1 ۴ 2 -۴ 3 -۶ 4 ۶

پاسخ ✓

اگر $f(x) = \sqrt{3-x}$ و $g(x) = \log_p(x^2 + 2x)$ باشند، دامنه‌ی تابع $f \circ g$ کدام است؟ (کنکور ۹۴)

- 1 $[-4, 2]$ 2 $[-4, -2] \cup (0, 2]$ 3 $[-4, -1] \cup (1, 2]$ 4 $[-2, 0]$

پاسخ ✓

اگر $f(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2}$ و $g(x) = \sqrt{x-x^2}$ باشند، دامنه‌ی تابع $g \circ f$ کدام است؟ (ریاضی ۹۶)

- 1 $(0, 1)$ 2 $\{0\}$ 3 $(-1, 1)$ 4 $\mathbb{R} - \{1, -1\}$

پاسخ ✓

برای تابع $f(x) = \sqrt{x-x^2}$ ، دامنه‌ی تابع $f \circ f$ شامل چند عدد صحیح است؟

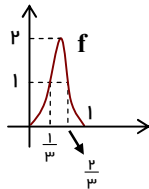
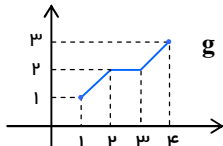
- 1 ۱ 2 ۲ 3 ۳ 4 ۴

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

پاسخ ✓

❖ اگر توابع f و g به شکل زیر باشند، دامنه‌ی تابع $(g \circ f)(x)$ کدام است؟



② $[0, \frac{1}{3}]$

① $[0, 1]$

④ $[\frac{2}{3}, 1]$

③ $[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}]$

پاسخ ✓

❖ اگر $f = \{(0,1), (1,-2), (a,-1), (4,0)\}$ و $g = \{(-1,1), (-2,4), (7,-3), (b,1)\}$ و $D_{g \circ f} = \{5, 1, 4\}$ باشد، حاصل $b - 2a$ کدام است؟

④ ۱۰

③ -۱۰

② -۸

① ۸

پاسخ ✓

گاهی ضابطه یکی از توابع f و g و همچنین $f \circ g$ داده شده و تابع سوم خواسته می‌شود. دو حالت رخ می‌دهد:

ایستگاه ۲: تشخیص ضابطه

حالت اول:

اگر $f(x)$ و ترکیب $f(g(x))$ داده شده و تابع $g(x)$ خواسته شود:

در این حالت:

با استفاده از ضابطه‌ی $f(x)$ ، عبارت $f(g(x))$ را با مجهول $g(x)$ تشکیل داده و با $f(g(x))$ داده شده برابر قرار می‌دهیم.

حالت دوم:

وقتی ترکیب $f(g(x))$ و $g(x)$ داده شده و $f(x)$ خواسته شود، اگر با قرار دادن $g(x) = t$ ، بتوان x را بر حسب t حساب کرد:

با جایگزینی در $f(g(x))$ بر حسب t ، ضابطه‌ی تابع f معلوم خواهد شد.

اگر محاسبه x بر حسب t ممکن نباشد، راهکار چنین است:

عبارت $f(g(x))$ را بر حسب $g(x)$ می‌نویسیم تا از آنجا ضابطه‌ی f تشخیص داده شود.

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

بررسی چند نمونه:

(۱) از حالت اول: اگر $f(x) = x^p + 2x$ و $f(g(x)) = x^p - 1$ ، ضابطه‌ی $g(x)$ را مشخص می‌کنیم:

$$\begin{aligned} f(x) = x^p + 2x &\rightarrow f(g(x)) = (g(x))^p + 2g(x) \rightarrow (g(x))^p + 2g(x) = x^p - 1 \\ &\rightarrow (g(x))^p + 2g(x) + 1 = x^p \rightarrow (g(x) + 1)^p = x^p \rightarrow g(x) + 1 = \pm x^p \\ &\rightarrow g(x) = -1 \pm x^p \end{aligned}$$

دو تابع به عنوان تابع g به دست می‌آید.

(۲) از حالت دوم: در دو مورد زیر، ضابطه‌ی $f(x)$ را تعیین می‌کنیم:

الف) اگر $f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = \sqrt{1-x}$ باشد:

طبق روش اول: $t = \frac{x-1}{x+1}$ و x را بر حسب t تعیین می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{x-1}{x+1} = t &\rightarrow tx + t = x - 1 \rightarrow tx - x = -1 - t \rightarrow x(t-1) = -1-t \\ &\Rightarrow x = \frac{-1-t}{t-1} = -\frac{1+t}{t-1} \end{aligned}$$

جایگزینی بر حسب t :

$$f(t) = \sqrt{1 + \frac{1+t}{t-1}} = \sqrt{\frac{t-1+1+t}{t-1}} = \sqrt{\frac{2t}{t-1}} \Rightarrow f(x) = \sqrt{\frac{2x}{x-1}}$$

ب) اگر $f(g(x)) = x^p + \frac{1}{x^p}$ و $g(x) = x - \frac{1}{x}$ باشد:

طبق روش دوم: باید $g(x)$ را در ضابطه‌ی $f(g(x))$ ظاهر کنیم:

$$f(g(x)) = x^p + \frac{1}{x^p} = x^p + \frac{1}{x^p} - 2 + 2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^p + 2 = (g(x))^p + 2 \Rightarrow f(g(x)) = (g(x))^p + 2$$

در نتیجه $f(t) = t^p + 2$ و یا همان $f(x) = x^p + 2$ است.

تیب سوالات

❖ اگر $f(x-3) = x^2 - 4x + 5$ باشد، حاصل $f(1-x)$ کدام است؟ (کنکور ۹۰)

④ $x^2 + 1$

③ $x^2 + 4x + 5$

② $x^2 + 3$

① $x^2 - 4x + 5$

پاسخ

❖ اگر $gof(x) = 5x^2 + 11$ و $f(x) = 2x$ باشد، کمترین مقدار $g(x-7)$ کدام است؟ (کنکور ۱۴۰۱)

④ ۱۱

③ ۹

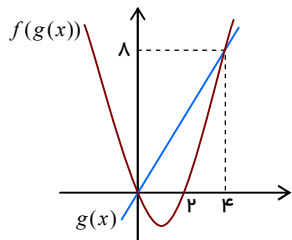
② ۷

① ۳

پاسخ

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.



نمودار توابع $g(x)$ و سهمی $f(g(x))$ به صورت روبه‌رو است.

مقدار $f(-1)$ کدام است؟

2 $-\frac{3}{4}$

1 $\frac{3}{4}$

4 $-\frac{5}{4}$

3 $\frac{5}{4}$

پاسخ

تمرین تست (۲)



۱- اگر $f(x) = x^2 - 2[x]$ باشد، مقدار $f\left(-\frac{1}{p}f(\sqrt{3})\right)$ کدام است؟

4 $1/75$

3 $2/5$

2 $2/75$

1 $2/25$

۲- اگر $f(x) = |x|$ و $g(x) = x^2 + 2x + 1$ ، آنگاه حاصل $(fog - gof)(1 - \sqrt{2})$ کدام است؟

4 $4\sqrt{2} - 8$

3 $8 - 4\sqrt{2}$

2 $4 - 4\sqrt{2}$

1 $4\sqrt{2} - 4$

۳- برای $f = \{(2, 5), (3, 4), (4, 7), (6, 3)\}$ و $g = \{(1, 3), (3, 2), (4, 5), (2, 1)\}$ برد تابع $fo(2g)$ کدام است؟

4 $\{3, 4, 5, 7\}$

3 $\{7, 5, 3\}$

2 $\{4, 5, 7\}$

1 $\{5, 3\}$

۴- اگر $f(x) = x - \sqrt{x}$ و $g = \{(1, 7), (5, 4), (4, 2), (2, -3)\}$ ، مقدار $f\left(g\left(\frac{a}{3}\right)\right) = 2$ باشد، مقدار a کدام است؟

4 5

3 3

2 $\frac{5}{3}$

1 15

۵- اگر $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & x > 0 \\ \sqrt{-x} & x \leq 0 \end{cases}$ ، آنگاه $f(f(f(-8)))$ کدام است؟

4 $\frac{1}{9}$

3 $-\frac{1}{9}$

2 $-\frac{1}{3}$

1 $\frac{1}{3}$

۶- اگر $f(x) = \begin{cases} -2 & x > 0 \\ x^2 + 1 & x \leq 0 \end{cases}$ ، آنگاه $f(f(-x^2))$ کدام است؟

4 $x^4 + 1$

3 $x^2 + 1$

2 -2

1 -4

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

۷- اگر $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ و $g(x) = \frac{2x+2}{2-x}$ باشند، ضابطه‌ی تابع $g(f(x))$ کدام است؟

- ① $x-1$ ② $x+1$ ③ x ④ $2x$

۸- اگر $f(x) = \begin{cases} x+2 & x < 1 \\ 2x-3 & x \geq 1 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} x^2+1 & x \leq 0 \\ \frac{x-1}{x+1} & x > 0 \end{cases}$ باشد، مقدار $(f \circ g) \circ f$ در $x=0$ کدام است؟

- ① -4 ② -6 ③ -2 ④ 4

۹- برای توابع $f = \{(1, -2), (2, 2), (0, -1)\}$ و $g = \{(0, \sqrt{3}), (1, -4)\}$ ، حاصل $f \circ g$ کدام است؟

- ① 0 ② -1 ③ 2 ④ تعریف نشده

۱۰- اگر $f(x) = 2x + 2a$ ، $g(x) = x^2 + bx + c$ و $f \circ g(x) = 2x^2 + x + 1$ باشند، حاصل $a + b + c$ کدام است؟

- ① 1 ② -1 ③ -2 ④ 2

۱۱- اگر $f(x) = (2x-3)^2$ و $g(x) = x+2$ ، نمودارهای دو تابع f و $f \circ g$ با کدام طول متقاطع‌اند؟ (کنکور ۹۲)

- ① $\frac{3}{2}$ ② 1 ③ -1 ④ $\frac{1}{2}$

۱۲- اگر $f(x) = x^2 + x$ و $g(x) = \sqrt{4x+1}$ باشند، مساحت ناحیه‌ی محدود به نمودار تابع $f \circ g$ و خط به معادله‌ی $y=3$ کدام است؟ (کنکور ۹۵)

- ① 4 ② 6 ③ $4/5$ ④ 3

۱۳- اگر $f(x) = \sqrt{5-x}$ و $g(x) = x^2 + 4x$ ، آنگاه دامنه‌ی تابع $f \circ g$ کدام است؟

- ① $[-5, 1]$ ② $[-4, 1]$ ③ $[-1, 5]$ ④ $(-\infty, 5]$

۱۴- برای تابع $f(x) = 2 - \sqrt{x}$ دامنه‌ی $f \circ f$ بازه‌ی $[a, b]$ است. میانگین a و b کدام است؟

- ① 4 ② 2 ③ 1 ④ 3

۱۵- اگر $f(x) = \begin{cases} 1 & x > 1 \\ x^2 & x < 1 \end{cases}$ باشد، دامنه‌ی تابع $f \circ f$ کدام است؟

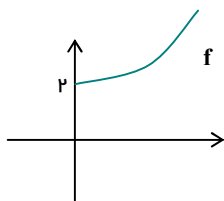
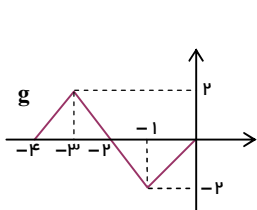
- ① \mathbb{R} ② $\mathbb{R} - \{1\}$ ③ $(-\infty, 1)$ ④ $(-\infty, 1) - \{-1\}$

۱۶- تابع $f = \{(2, 1), (3, 2), (4, 5), (1, 7)\}$ و $g = \{(1, 2), (3, 1), (a, 3), (b, 1)\}$ مفروض‌اند. اگر $(4, 2) \in f \circ g$ و

$(4, 1) \in g \circ f$ باشند، دوتایی (a, b) کدام است؟ (ریاضی ۹۰)

- ① $(3, 4)$ ② $(4, 3)$ ③ $(4, 5)$ ④ $(5, 4)$

۱۷- برای توابع f و g با نمودارهای زیر، دامنه $f \circ g$ کدام است؟



① $[-4, 0]$

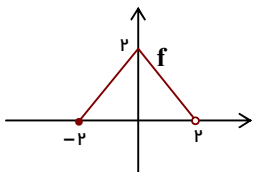
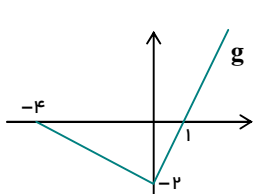
② $[-4, -2] \cup \{0\}$

③ $[0, 2]$

④ $\{-4, -3, -2, -1, 0\}$

۱۸- با توجه به نمودارهای مقابل، چند عدد صحیح در دامنه تابع $f \circ g$

قرار دارد؟



② ۶

① ۵

④ ۸

③ ۷

۱۹- اگر $g(x) = 2x - 3$ و $(f \circ g)(x) = 4(x^2 - 4x + 5)$ باشند، تابع $f(x)$ کدام است؟ (ریاضی ۹۳)

④ $x^2 - 2x + 3$

③ $x^2 - 2x + 5$

② $x^2 - 4x + 5$

① $x^2 - 4x + 3$

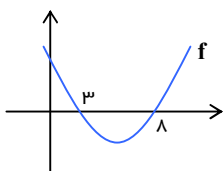
۲۰- اگر $f(x) = \sqrt{10x - x^2}$ و $g(x) = \frac{1}{x + |x|}$ باشند، دامنه تابع $f \circ g$ کدام است؟

④ $(\frac{1}{10}, 10]$

③ $(\frac{1}{20}, 10)$

② $(0, 10)$

① $(\frac{1}{20}, +\infty)$



۲۱- نمودار تابع درجه دوم f به صورت مقابل، $g(x) = x + 2\sqrt{x}$ و نمودار $f \circ g$

محور طول را در نقاط a و b قطع می‌کند. مقدار $a + b$ کدام است؟

② ۴

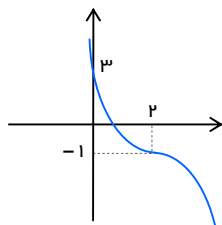
① ۱

④ ۱۱

③ ۵

۲۲- نمودار تابع $f(x) = a(x - b)^3 + c$ به صورت زیر، $g = \{(1, 5), (-1, 4), (-3, 1)\}$ و $(f \circ g)(-3) = \frac{m}{2}$ است. مقدار

$(2f + g)(m)$ کدام است؟



① $-16/5$

② -29

③ 29

④ $16/5$

۲۳- اگر $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ و $(g \circ f)(x) = \frac{x^2+1}{x+1}$ ، آنگاه مقدار $g(2)$ کدام است؟

④ ۳

③ ۲

② $3/5$

① $2/5$

۲۴- اگر $f(x) = x^2 - x - 2$ و $f(g(x)) = x^2 + x - 2$ باشد، آنگاه $(f + g)(x)$ کدام می‌تواند باشد؟

④ $x^2 - 2x$

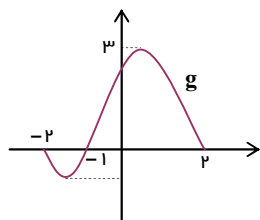
③ $x^2 + 2x$

② $x^2 - 1$

① $x^2 + 1$

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.



۲۵- اگر $f(x) = 4x^2 - 2$ و نمودار تابع g در دامنه‌ی تعریف خود به صورت روبه‌رو

باشد، آنگاه دامنه‌ی تعریف تابع $g \circ f$ کدام است؟

- ① $[-1, 1]$ ② $[\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{5}}{2}]$ ③ $[-\frac{\sqrt{5}}{2}, -\frac{1}{2}]$ ④ $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$

۲۶- فرض کنید $g(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$ و $f(x) = 1 - x^2$. تعداد نقاط نایبوستگی تابع $g \circ f$ کدام است؟ (کنکور ۱۴۰۰)

- ① ۰ ② ۱ ③ ۲ ④ ۳

۲۷- نمودار تابع g محور x ها را در نقاطی به طول ۱ و $2\sqrt{2}$ قطع می‌کند. اگر $f(x) = x\sqrt{x}$ باشد، اختلاف طول نقاطی که

نمودار تابع $g \circ f$ محور x ها را قطع می‌کند، کدام است؟ (نوبت ۱- کنکور ۱۴۰۴)

- ① ۱ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\sqrt{2}$

**یادآوری: انتقال عمودی**

در رسم نمودار $y = f(x) + k$ ، طول نقاط نمودار f ثابت مانده و فقط عرض نقاط تغییر می‌کند:

- اگر k **مثبت** باشد، نمودار به اندازه k به **بالا** منتقل می‌شود.
- اگر k **منفی** باشد، نمودار به اندازه k به **پایین** منتقل می‌شود.

برای نمونه؛ رسم نمودار $y = f(x) - 1$ توسط نمودار f به صورت زیر است:



می‌بینید:

در این انتقال، دامنه ثابت مانده، ولی برد از $[0, 2]$ به $[-1, 1]$ تبدیل شده است.

روشی دیگر برای تغییر عمودی نمودار:

ایستگاه ۱: انبساط و انقباض

در نمودار $y = kf(x)$ ، طول نقاط ثابت مانده و فقط عرض‌ها در k ضرب می‌شوند. بنابراین:

- اگر $k > 1$ باشد، اندازه‌ها بزرگ‌تر شده و نمودار به صورت عمودی گسترده‌تر می‌شود. (نمودار **انبساط** عمودی می‌یابد.)
- اگر $0 < k < 1$ باشد، اندازه‌ها کوچک‌تر شده و نمودار به صورت عمودی جمع‌تر می‌شود. (نمودار **انقباض** عمودی می‌یابد.)

حالت ویژه:

در رسم نمودار $y = -f(x)$ ، چون عرض‌ها قرینه می‌شوند:

نمودار تابع f نسبت به محور طول قرینه می‌شود.

در انتقال، انقباض و انقباض عمودی، همیشه:

دامنه‌ی تابع ثابت مانده و فقط معمولاً برد تغییر می‌کند.

دقیق‌تر:

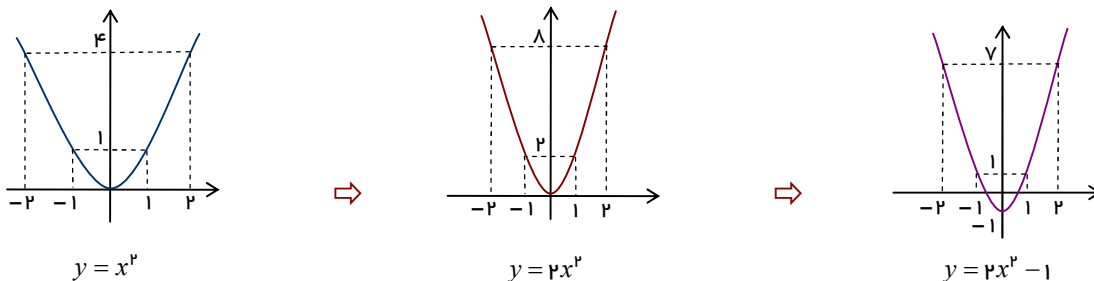
- در تابع $f(x) + k$ ، مقادیر واقع در برد f با k جمع می‌شوند.
- در تابع $kf(x)$ ، مقادیر واقع در برد f در k ضرب می‌شوند.

بویژه:

در تعیین برد $-f(x)$ ، کافی است برد f را نسبت به مبدأ قرینه کنید. (بیان دیگر: ضرب در -1)

بررسی چند نمونه:

۱) رسم نمودار تابع $g(x) = 2x^2 - 1$ در دو مرحله توسط نمودار $y = x^2$:



۲) در تابع $f(x) = 2 - \sqrt{2-x}$ ، چون $R_f = (-\infty, 2]$ است، برد تابع $y = f(x) - 1$ به صورت $(-\infty, 1]$ و برد تابع $y = -2f(x) + 3$ به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$R_{f(x)} = (-\infty, 2] \xrightarrow{x(-2)} R_{-2f(x)} = [-4, +\infty) \xrightarrow{+3} R_{-2f(x)+3} = [-1, +\infty)$$

تیب سوالات

۱) مساحت محدود به نمودار $y = -|x| + 2$ و محور طول‌ها کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) $\frac{1}{2}$

پاسخ

۲) برد تابع f برابر $[-1, 2]$ است. اگر برد تابع $y = -\frac{1}{a}f(x) + b$ برابر $[-1, 1]$ باشد، ab کدام است؟ ($a > 0$)

- ۱) ۴ ۲) $\frac{4}{7}$ ۳) $\frac{7}{4}$ ۴) ۷

پاسخ

نوع دیگری از تغییرات عمودی نمودار:

ایستگاه ۲: تأثیر قدرمطلق

حالت کلی:

در رسم نمودار $y = |f(x)|$:

عرض نقاطی از نمودار f که منفی است، قرینه و مثبت خواهند شد.

بنابراین:

فقط قسمت‌های زیر محور طول، به صورت قرینه در بالا رسم شوند. (بقیه بدون تغییر)

موارد ویژه:

روشی سریع برای رسم توابع «گلدان» یا «آبشار» و موارد مشابه مانند:

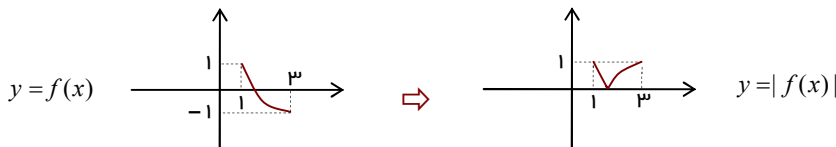
$$y = |ax \pm b| \pm |cx \pm d| \quad \text{و} \quad y = |ax \pm b| \pm |cx \pm d|$$

مراحل رسم (بدون حفظ فرمول):

- ریشه‌های داخل قدرمطلق‌ها را تعیین کنید.
- یک عدد قبل از کوچک‌ترین ریشه و یک عدد بعد از بزرگ‌ترین ریشه در نظر بگیرید.
- مقدار تابع را در ریشه‌ها و نقاط مرحله‌ی قبل مشخص کنید.
- این نقاط را در دستگاه مختصات مشخص کرده و به طور متوالی توسط پاره خط‌هایی به هم اتصال دهید.

بررسی چند نمونه:

۱) رسم $y = |f(x)|$ توسط نمودار f .

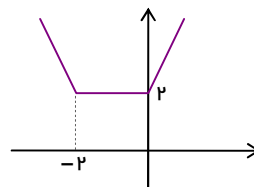


۲) رسم نمودار تابع $y = |x+2| + |x|$: ابتدا تعیین ریشه‌ها:

$$|x+2|: x+2=0 \rightarrow x=-2 \quad \text{و} \quad |x|: x=0$$

سپس تشکیل جدول مقادیر با دو عدد کمکی:

x	-۳	-۲	۰	۱
y	۴	۲	۲	۴



توجه کنید:

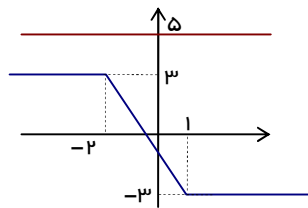
ابتدا و انتهای نمودار، نیم‌خط بوده و تا بی‌نهایت ادامه دارند.

۳) تعداد جواب‌های معادله‌ی $|x-1| - |x+2| = 5$ را مشخص می‌کنیم. برای این کار، نمودار $y = |x-1| - |x+2|$ را مانند قبل و خط $y = 5$ را رسم کرده تا برخورد‌های آن‌ها تعداد جواب‌ها را معلوم کند:

توجه فرمایید:

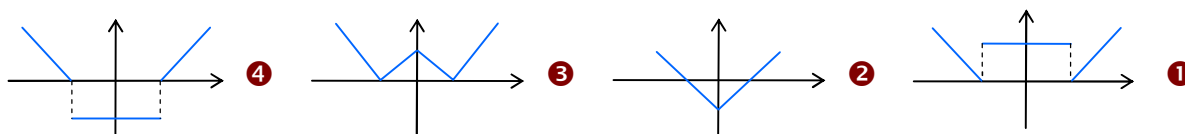
اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

x	-۳	-۲	۱	۲
y	۳	۳	-۳	-۳



چون نمودارها برخوردی ندارند، معادله هیچ جوابی ندارد.

منحنی نمایش تابع $f(x) = ||x| - 2|$ شبیه کدام است؟



پاسخ

نمرین تست (۳)



۱- نقطه $(-1, 3)$ روی نمودار تابع f قرار دارد. نقطه متناظر آن روی نمودار $y = -3f(x) + 4$ کدام است؟
 ① $(-1, 5)$ ② $(3, 5)$ ③ $(3, -5)$ ④ $(-1, -5)$

۲- نقطه $(3, -2)$ روی نمودار تابع $y = -3f(x) + 4$ قرار دارد. نقطه متناظر آن روی نمودار $y = \frac{1}{3}f(x) - 1$ کدام است؟
 ① $(3, 0)$ ② $(3, 5)$ ③ $(3, -5)$ ④ $(3, -\frac{3}{4})$

۳- در مورد ریشه‌های معادله $x^3 = -|x| + 2$ ، کدام مورد درست است؟

① فقط یک ریشه مثبت ② فقط یک ریشه منفی ③ دو ریشه مختلف‌العلامت ④ بدون ریشه

تغییر افقی نمودار

یادآوری: (انتقال افقی)

دو حالت برای انتقال افقی نمودار وجود دارد: ($a > 0$)

رسم نمودار $y = f(x+a)$

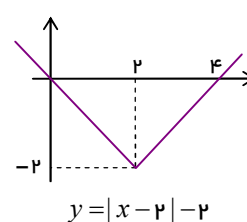
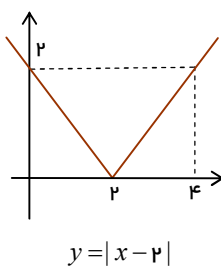
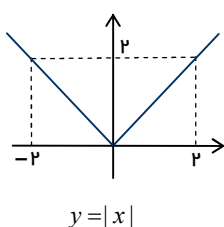
نمودار f را به اندازه a و در **جهت افقی به سمت چپ** منتقل می‌کنیم.

رسم نمودار $y = f(x-a)$

نمودار f را به اندازه a و در **جهت افقی به سمت راست** منتقل می‌کنیم.

برای نمونه:

نمودار تابع $f(x) = |x-2| - 2$ را با تغییرات مناسب نمودار $y = |x|$ رسم می‌کنیم.



تیب سوالات

نمودار تابع $f(x) = x^3 - 3x$ با کدام انتقال‌ها بر نمودار $g(x) = x^3 + 3x^2 + 1$ منطبق می‌شود؟

- ① ۱ واحد به راست و ۱ واحد به بالا
 ② ۱ واحد به چپ و ۳ واحد به بالا
 ③ ۱ واحد به چپ و ۲ واحد به پایین
 ④ ۱ واحد به راست و ۲ واحد به پایین

پاسخ

نمودار تابع $y = 3 - \sqrt{2x}$ را ابتدا یک واحد در امتداد محور x ‌ها در جهت منفی و سپس قرینه آن نسبت به محور x ‌ها را

۵ واحد در امتداد محور y ‌ها در جهت مثبت انتقال می‌دهیم. طول نقطه برخورد نمودار تابع جدید با تابع ثابت $f(x) = \frac{y}{2}$ کدام است؟ (نوبت ۱- کنکور ۱۴۰۴)

④ $\frac{1}{16}$

③ $\frac{1}{8}$

② $\frac{1}{4}$

① $\frac{1}{2}$

پاسخ

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

◆ نمودار $\frac{1}{f}$ را در امتداد محور x ها، a واحد در جهت مثبت انتقال داده و آن را g می‌نامیم. سپس تابع $|g|$ را در امتداد محور y ها، ۲ واحد در جهت منفی انتقال می‌دهیم. طول نقطه‌ی برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع $\frac{1}{f}$ برابر $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ است. اگر f تابع همانی باشد، اختلاف مقادیر در تساوی $f(x+a) = ۳$ کدام است؟ (نوبت ۱- کنکور ۱۴۰۲)

④ $\sqrt{۲}$

③ ۲

② $۲ - \sqrt{۲}$

① $۲ + \sqrt{۲}$

پاسخ

روشی مهمی در تغییر افقی نمودار:

ایستگاه ۱: انقباض و انقباض

در رسم نمودار $y = f(kx)$:

- ◆ نقاطی با طول و عرض مشخص از نمودار مشخص می‌کنیم.
- ◆ طول این نقاط بر k تقسیم (یا: در $\frac{1}{k}$ ضرب) شده و عرض‌ها ثابت می‌ماند.

در نتیجه:

- اگر $۰ < k < ۱$ باشد، نمودار به صورت افقی گسترده‌تر می‌شود، (انبساط افقی می‌یابد).
- اگر $k > ۱$ باشد، نمودار به صورت افقی جمع‌تر می‌شود، (انقباض افقی می‌یابد).

حالت ویژه:

در رسم نمودار $y = f(-x)$ کافی است:نمودار تابع f نسبت به محور عرض قرینه شود.

تذکره ۱: (تضییع دامنه و برد)

در تغییرات افقی نمودار، بدیهی است که طبق مفاهیم بالا:

برد تابع ثابت مانده و دامنه معمولاً تغییر می‌کند.

دقیق‌تر:

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

- دامنه‌ی $f(x-a)$: مقادیر دامنه‌ی f با عدد a جمع می‌شوند.
- دامنه‌ی $f(x+a)$: عدد a از مقادیر دامنه‌ی f کم می‌شود.
- دامنه‌ی $f(kx)$: مقادیر دامنه‌ی f بر عدد k تقسیم (یا در $\frac{1}{k}$ ضرب) می‌شوند.

بویژه:

در تعیین دامنه‌ی $f(-x)$ ، کافی است دامنه‌ی $f(x)$ را نسبت به مبدأ قرینه کنید. (به عبارت دیگر: ضرب در -۱)

تذکره ۲: (بسیار مهم)

در انواع جابه‌جایی نمودار تابع، دو راهکار زیر را رعایت کنید:

۱) در کل:

ضریب x یا قرینه‌سازی آن را در آخرین گام تأثیر دهید.

۲) وقتی x با ضریب منفی (مانند: $f(-x-2)$ یا $f(-2x+1)$) وجود دارد:

- ضریب x را موقتاً مثبت کرده و نمودار آن ضابطه را کامل رسم کنید.
- در پایان، نمودار را نسبت به محور عرض قرینه کنید تا نمودار مورد نظر حاصل شود.

بررسی چند نمونه:

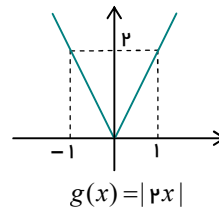
الف) نمودار توابع $g(x) = |2x|$ و $h(x) = \left|\frac{x}{2}\right| - 1$ را با تغییرات مناسب نمودار $f(x) = |x|$ رسم می‌کنیم.

- چون $g(x) = f(2x)$ ، باید انقباض افقی با $k=2$ رسم شود:

$$(-2, 2) \in f \xrightarrow{k=2} \left(\frac{-2}{2}, 2\right) = (-1, 2) \in g$$

$$(0, 0) \in f \longrightarrow \left(\frac{0}{2}, 0\right) = (0, 0) \in g$$

$$(2, 2) \in f \longrightarrow \left(\frac{2}{2}, 2\right) = (1, 2) \in g$$

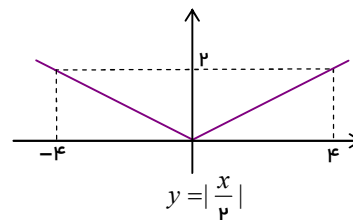


- برای رسم تابع h ، ابتدا انبساط افقی $\left|\frac{x}{2}\right|$ را رسم می‌کنیم:

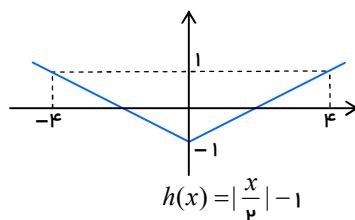
$$(-2, 2) \in f \xrightarrow{k=\frac{1}{2}} \left(\frac{-2}{\frac{1}{2}}, 2\right) = (-4, 2)$$

$$(0, 0) \in f \longrightarrow \left(\frac{0}{\frac{1}{2}}, 0\right) = (0, 0)$$

$$(2, 2) \in f \longrightarrow \left(\frac{2}{\frac{1}{2}}, 2\right) = (4, 2)$$

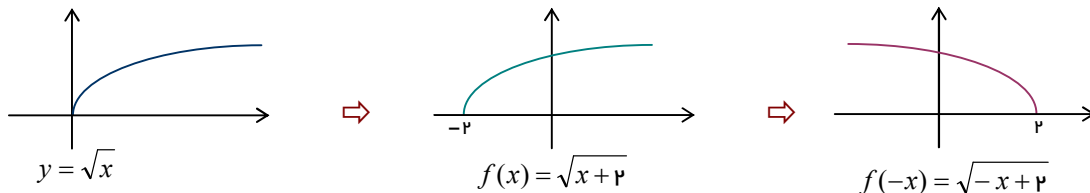


اکنون کافی است، عرض نقاط یک واحد کم شود:

**نمونه فرمایید:**

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

پ) رسم نمودار $y = \sqrt{-x+2}$ به صورت زیر انجام می‌شود:



پ) برای رسم $f(2x-1)$ و $f(-2x+1)$ ، طبق مراحل زیر عمل کنید:

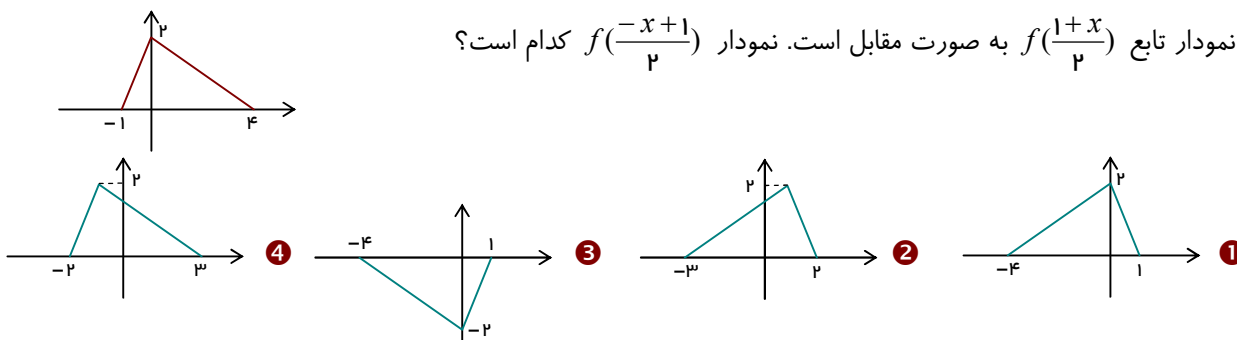
$f(x) \rightarrow f(x-1) \rightarrow f(2x-1)$ ابتدا یک واحد به راست و سپس ضرب طول نقاط در $\frac{1}{2}$

$f(x) \rightarrow f(x+1) \rightarrow f(2x+1) \rightarrow f(-2x+1)$

ابتدا یک واحد به چپ، سپس انقباض با ضریب ۲ و در پایان قرینه نسبت به محور عرض

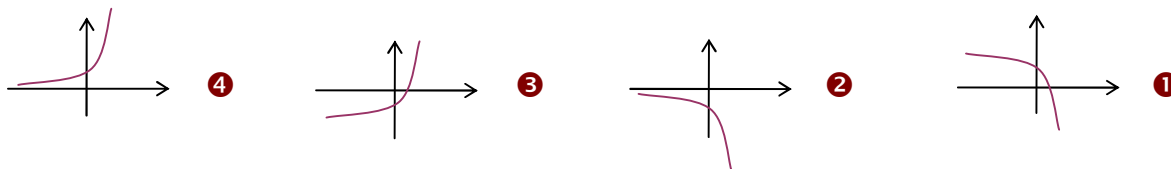
تیب سوالات

نمودار تابع $f(\frac{1+x}{p})$ به صورت مقابل است. نمودار $f(\frac{-x+1}{p})$ کدام است؟

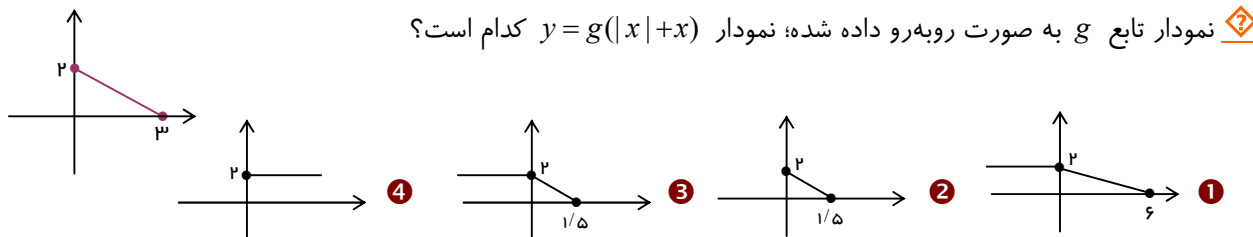


پاسخ

نمودار تابع $y = -(\frac{4}{V})^{-x}$ شبیه کدام است؟



پاسخ



پاسخ ✓

دامنه تابع $y = f(x)$ و $y = f(kx)$ برابر $[b, c]$ است. اگر $k = 2a^2 - a - 5$ باشد، حاصل ضرب مقادیر a کدام است؟
(نوبت ۲- کنکور ۱۴۰۳)

۳ ④

-۳ ③

-۲/۵ ②

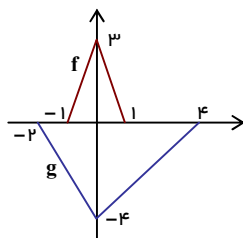
۲/۵ ①

پاسخ ✓

نقطه $(9, 5)$ روی نمودار $y = 3 - f(1 + \frac{x}{3})$ قرار دارد. نقطه متناظر آن روی نمودار $y = 3f(-2x+1) - 4$ کدام است؟

 $(\frac{3}{2}, 2)$ ④ $(-\frac{3}{2}, -10)$ ③ $(\frac{3}{2}, 10)$ ② $(-\frac{3}{2}, -2)$ ①

پاسخ ✓



در شکل مقابل، نمودارهای دو تابع f و g را در یک دستگاه مختصات می‌بینید. ضابطه‌ی f بر حسب تابع g کدام است؟

 $-\frac{3}{4}g(3(x+1))$ ② $-\frac{3}{4}g(3x+1)$ ① $-\frac{4}{3}g(3(x-1))$ ④ $-\frac{4}{3}g(3x-1)$ ③

پاسخ ✓

تذکر مهم: (با دقت بفوانید!)

در عبارتی مانند $f(3-x)$ ، دو مفهوم: دامنه f و دامنه $f(3-x)$ متفاوت بوده و لازم است به آن توجه داشته باشید:

- دامنه $f(3-x)$ یعنی مقادیری که می‌توانند جای x قرار گیرند. (در واقع، دامنه تابع مرکب!) برای نمونه:

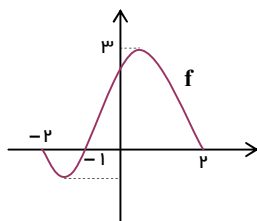
اگر دامنه $f(3-x)$ برابر $[-1, 2]$ داده شود، باید $-1 \leq x \leq 2$ بوده و می‌توان دامنه f را تعیین کرد:

$$-1 \leq x \leq 2 \xrightarrow{+3} 1 \leq 3-x \leq 4 \Rightarrow D_f = [1, 4]$$

- دامنه f یعنی مقادیری که می‌توانند به تابع وارد شوند. برای نمونه:

اگر دامنه f برابر $[-1, 1]$ داده شده، و دامنه $f(3-x)$ خواسته شود، باید $3-x$ در $[-1, 1]$ باشد:

$$-1 \leq 3-x \leq 1 \xrightarrow{-3} -4 \leq -x \leq -2 \xrightarrow{\times(-)} 2 \leq x \leq 4 \Rightarrow D_{f(3-x)} = [2, 4]$$



نمودار تابع f به صورت روبه‌رو داده شده؛ دامنه‌ی تابع

$$y = \frac{1-2f(2+x)}{f(-x)}$$

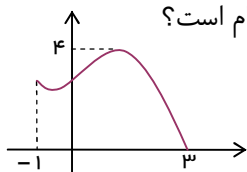
شامل چند عدد صحیح کدام است؟

- ۳ ۲
۲ ۴

- ۴ ۱
۱ ۳

پاسخ

اگر نمودار تابع $y = 3f(2x-1) + 1$ به صورت مقابل باشد، دامنه‌ی تابع $f\left(\frac{x}{2}\right) + 3$ کدام است؟



- $[-6, 10]$ ۲
 $[-3, 13]$ ۴

- $[0, 1]$ ۱
 $[2, 3]$ ۳

پاسخ

تمرین تست (۴)



۱- نمودار $y = |2-x| + 1$ محورهای مختصات را در چند نقطه قطع می‌کند؟

- ۳ ۴

- ۲ ۳

- ۱ ۲

- ۰ ۱

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

۲- اگر برد تابع f برابر $[-2, 1]$ باشد، برد تابع $g(x) = 2f(x+3) + 1$ کدام است؟

- ① $[3, 9]$ ② $[-3, 3]$ ③ $[-2, 4]$ ④ $[0, \frac{3}{2}]$

۳- اگر $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x - 8}$ و $g(x) = \sqrt{x+2} + 1$ باشند، با کدام یک از روش‌های زیر، نمودار $f \circ g$ بر نمودار g منطبق می‌شود؟

- ① ۹ واحد به چپ و ۱ واحد به پایین ② ۹ واحد به راست و ۱ واحد به پایین
③ ۹ واحد به راست و ۱ واحد به بالا ④ ۹ واحد به چپ و ۱ واحد به بالا

۴- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را در امتداد محور x ها، ۱۲ واحد در جهت مثبت و سپس در امتداد محور y ها، ۲ واحد در جهت مثبت انتقال می‌دهیم. فاصله‌ی نقطه‌ی برخورد منحنی حاصل با نمودار تابع f ، از مبدأ مختصات کدام است؟ (کنکور ۹۹)

- ① $4\sqrt{15}$ ② $6\sqrt{7}$ ③ $4\sqrt{17}$ ④ $6\sqrt{10}$

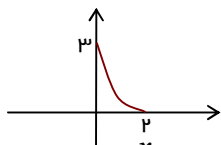
۵- با کدام تغییرات $f(x) = x^2 - 2x - 3$ به $y = -x^2$ تبدیل می‌شود؟

- ① سه واحد انتقال به بالا، یک واحد به راست و قرینه نسبت به محور طول
② چهار واحد انتقال به پایین، یک واحد به چپ و قرینه نسبت به محور طول
③ سه واحد انتقال به بالا، قرینه نسبت به محور طول، یک واحد انتقال به چپ و قرینه نسبت به محور عرض
④ چهار واحد انتقال به بالا، قرینه نسبت به محور عرض، یک واحد انتقال به راست و قرینه نسبت به محور طول

۶- نمودار تابع $f(x) = x^3$ را یک واحد به راست و دو واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم تا تابع g حاصل شود. مقدار $g(\sqrt[3]{4} + 1)$ کدام است؟

- ① ۲ ② ۴ ③ ۶ ④ ۸

۷- نمودار تابع f به صورت زیر داده شده است. نمودار تابع $y = \frac{2}{3}f(x-1) - 1$ کدام محور را قطع می‌کند؟

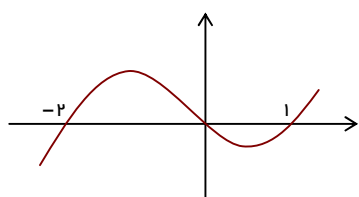


- ① فقط طول ② فقط عرض
③ هر دو ④ هیچ یک

۸- اگر دامنه و برد f به ترتیب $[-1, 3]$ و $[1, 5]$ باشند، تفاضل برد از دامنه‌ی تابع $g(x) = 3 - 2f(1 - \frac{x}{2})$ کدام است؟

- ① $(1, 4]$ ② $[-4, 4]$ ③ $[-7, -4]$ ④ $[-7, -4)$

۹- شکل روبه‌رو، نمودار تابع f است. دامنه‌ی تابع $y = \sqrt{-\frac{f(x)}{f(2+x)}}$ شامل چند



عدد صحیح است؟ (نوبت ۲- کنکور ۱۴۰۲)

- ① ۳ ② ۶

③ ۴

④ ۵

۱۰- اگر $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x$ و $(f \circ g)(x) = x^2 - 2x$ باشد، ضابطه‌ی g با کدام انتقال از تابع $\sqrt[3]{x^2 - 9}$ ساخته می‌شود؟

① ۱ واحد به چپ و ۲ واحد به پایین

② ۱ واحد به راست و ۲ واحد به بالا

③ ۲ واحد به راست و ۱ واحد به بالا

④ ۱ واحد به راست و ۲ واحد به پایین

۱۱- نقطه $(1, \frac{1}{3})$ روی نمودار $y = -\frac{2}{3}f(1-2x) + 3$ است. نقطه متناظر آن روی نمودار $y = -f(-\frac{x}{2}-1) - 1$ کدام است؟

① $(2, -5)$ ② $(-2, 5)$ ③ $(0, -5)$ ④ $(2, 5)$

«بررسی نمونه‌هایی پیشرفته‌تر و برقی نکات تکمیلی این مبحث با هدف گذاری درصد ۱۰۰ در آزمون‌ها»

ADVANCED

با هدف یادگیری عمیق‌تر و پیشرفت بیشتر، این بخش را دنبال کنید...

تذکر ساده:

هرگاه لازم باشد که دو چند جمله‌ای یکسان (برابر) باشند، باید ضرایب جملات با درجه‌ی یکسان آن‌ها با هم برابر باشند. برای نمونه:

$$ax^2 + bx + c - 2 = -x + 2x^2 + 3 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \\ c - 2 = 3 \Rightarrow c = 5 \end{cases}$$

چند جمله‌ای $g(x)$ طوری داده شده که $f(x) = \frac{2x^2 + ax + b}{g(x) - 16}$ یک تابع با دامنه‌ی $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$ و برد $\{-2\}$ است.

حاصل $\frac{f(b)}{g(a) - 2}$ کدام است؟

4 تعریف نشده

3 $-\frac{1}{4}$

2 $-\frac{1}{9}$

1 $-\frac{1}{2}$

پاسخ ✓

نمودارهای تابع خطی f و تابع درجه دوم g محور عرض‌ها را به ترتیب در ۲ و ۳ قطع می‌کنند. اگر

$f \circ g(x) = 2x^2 + x - 1$ باشد، آنگاه $(f - g)(x)$ کدام است؟

4 $2x^2 - 1$

3 $x^2 + x - 1$

2 $x^2 - 2$

1 $-2x^2 - 2x + 1$

پاسخ ✓

نمونه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

❖ اگر $f(x) = \frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{x-2}}$ و $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$ باشد، چند عدد طبیعی در دامنه‌ی تابع gof قرار ندارد؟

۴ 4

۵ 3

۴ 2

۳ 1

پاسخ ✓

❖ برای توابع $f(x) = 2x + a$ و $g(x) = \frac{x}{x+a}$ ، می‌دانیم طول نقطه‌ی تقاطع نمودارهای fog و gof بزرگ‌تر از $-a$ نبوده؛ بزرگ‌ترین مقدار ممکن برای a کدام است؟

۰ 4

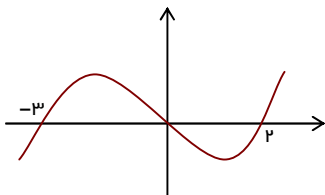
 $\frac{1}{2}$ 3

۲ 2

۱ 1

پاسخ ✓

❖ با توجه به نمودار تابع f در شکل مقابل، دامنه‌ی تابع $g(x) = \sqrt{\frac{f(x+1)}{f(2-x)}}$



شامل چند عدد صحیح است؟

۸ 4

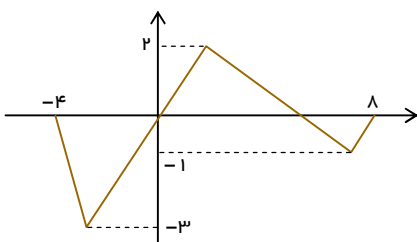
۷ 3

۶ 2

۵ 1

پاسخ ✓

❖ نمودار تابع $y = f\left(\frac{2-x}{3}\right)$ به صورت روبه‌رو است. اجتماع دامنه و

برد تابع $y = 2 - f\left(-\frac{x}{2}\right)$ کدام است؟

[-۴, ۵] 2

[-۴, ۹] 1

[۰, ۹] 4

[۰, ۵] 3

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

پاسخ

برای تبدیل نمودار $y = 2f(2+3x) - 1$ به $y = f(x)$ کدام ترتیب مراحل درست است؟

- ① انتقال یک واحد به بالا، انقباض عمودی با ضریب $\frac{1}{2}$ ، انتقال ۲ واحد به راست و انبساط افقی با ضریب ۳
- ② انتقال یک واحد به بالا، انبساط عمودی با ضریب ۲، انبساط افقی با ضریب ۳ و انتقال ۲ واحد به راست
- ③ انتقال دو واحد به راست، انقباض عمودی با ضریب $\frac{1}{2}$ ، انبساط افقی با ضریب ۳ و انتقال ۲ واحد به بالا
- ④ انتقال یک واحد به بالا، انقباض عمودی با ضریب $\frac{1}{2}$ ، انبساط افقی با ضریب ۳ و انتقال ۲ واحد به راست

پاسخ

نمودار $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 3}{x^2 + x + 1}$ را m واحد به راست و n واحد به پایین انتقال می‌دهیم تا بر نمودار $g(x) = \frac{2x - x^2}{x^2 - x + 1}$

منطبق شود. اگر m و n اعدادی طبیعی باشند، مقدار $m - n$ کدام است؟

- ① -۱ ② ۲ ③ ۰ ④ ۱

پاسخ

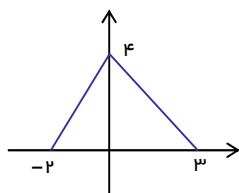
در تابع خطی نزولی $y = f(x)$ ، نمودار تابع $f \circ f$ را با ضریب ۳ در راستای محور طول منقبض کرده، نمودار را یک واحد به صورت عمودی به پایین انتقال داده و در پایان نمودار را نسبت به محور عرض قرینه می‌کنیم. اگر نمودار تابع بر نیمساز ربع دوم و چهارم منطبق شود، عرض از مبدأ تابع f کدام است؟

- ① $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$ ② $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}$ ③ $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

پاسخ ✓



نمودار تابع $y = f(2x-1)$ به صورت مقابل داده شده. مساحت محدود به نمودار $y = -2f(4x+1)$ و محور طول کدام است؟

۲۰ ②

۱۰ ①

۱۵ ④

۵ ③

پاسخ ✓

ایستگاه ۱: برد تابع مرکب

برای تعیین برد تابع $y = g(f(x))$ ، در صورت امکان:

- ۱) با توجه به دامنه f و تحلیل مقادیر یا نمودار، برد آن را مشخص کنید.
- ۲) برد f را به عنوان دامنه‌ی g گرفته و مجدداً با تحلیل مقادیر یا نمودار، برد g را در این دامنه (= برد تابع $g \circ f$) تعیین کنید.

توجه کنید:

در انجام این روش، شناخت نمودار توابع معروف ضروری است.

تیب سوالات

اگر $f(x) = x - [x]$ و $g(x) = \sqrt{2-x}$ باشد، برد تابع $g \circ f$ کدام است؟

④ $(1, \sqrt{2}]$ ③ $[1, \sqrt{2})$ ② $[0, \sqrt{2})$ ① $(0, \sqrt{2}]$

پاسخ ✓

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

برد تابع $f(x) = 2^{|x| - |x+2|}$ شامل چند عدد صحیح است؟

۴ ④

۳ ③

۲ ②

۱ ①

پاسخ ✓



ویژه‌ی داوطلبان سرآمد

۱- دو تابع با ضابطه‌های $f(x) = [x] + [-x]$ و $g(x) = x^2 + x - 2$ مفروض‌اند. اگر $g(f(x)) = -2$ باشد، مجموعه مقادیر x کدام است؟

∅ ④

ℝ ③

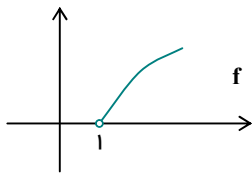
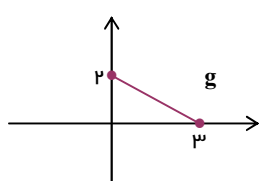
ℤ ②

ℝ - ℤ ①

۲- اگر $f(x) = x + [x]$ و $g(x) = x - [x]$ باشد، آنگاه ضابطه‌ی $fog(x)$ برابر کدام است؟ (براکت ≡ جزء صحیح)

 $(f - g)(x)$ ④ $(f + g)(x)$ ③ $g(x)$ ② $f(x)$ ①

۳- برای توابع f و g با نمودارهای زیر، طول بازه‌ی دامنه‌ی fog کدام است؟



۱ ②

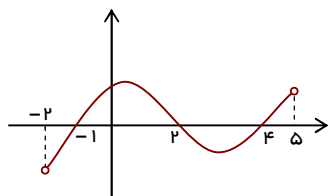
 $\frac{1}{2}$ ①

۲ ④

 $\frac{3}{2}$ ③

$$g(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 2x}{f(3-x)}}$$

۴- با توجه به نمودار تابع f در شکل مقابل، دامنه‌ی تابع



۶ ④

۳ ③

۲ ②

۴ ①

شامل چند عدد صحیح است؟

۵- اگر $f(x) = \tan x$ و $g(x) = \frac{2x(1-x^2)}{x^4 + 1 + 2x^2}$ باشند، مقدار تابع $gof(x)$ به ازای $x = \frac{\pi}{24}$ کدام است؟

 $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ①

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

۶- اگر f تابعی خطی، $f \circ g(x) = 2x^2 - 6x - 1$ و $g \circ f(x) = 4x^2 - 10x + 4$ باشد، طول نقطه‌ی برخورد نمودار f با محور طول‌ها کدام است؟

④ $\frac{1}{2}$

③ ۱

② -۱

① -۲

۷- اگر $f(x) = \sqrt{1-|x|}$ و $g(x) = 3-2x$ باشد، دامنه‌ی تابع $f \circ g + g \circ f$ کدام است؟

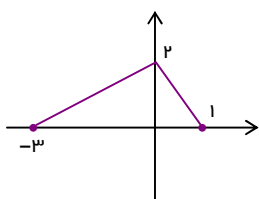
④ $[-1, 2]$

③ $[-1, 1]$

② $\{1, 2\}$

① $\{1\}$

۸- نمودار تابع f به صورت مقابل است. اگر نمودار تابع $y = f\left(\frac{a-2x}{3}\right)$ نمودار f را قطع نکند، حداقل مقدار طبیعی a کدام است؟



④ ۴

③ ۵

② ۶

① ۷

۹- در تابع f داریم: $D_f = [a, b]$ ، $D_f \cap D_{f(-x)} = \{c\}$ و $D_{f(x)} \cup D_{f(-x)} = [-4, k]$. حاصل $a+b$ کدام می‌تواند باشد؟

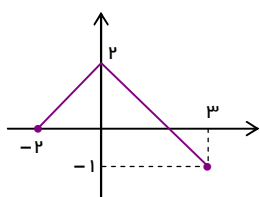
④ ۰

③ -۴

② -۲

① ۲

۱۰- نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت مقابل است. اگر اشتراک دامنه و برد تابع



$g(x) = a - 2f\left(\frac{x}{p} - a\right)$ مجموعه‌ای تک عضوی باشد، مجموع مقادیر ممکن برای a

کدام است؟

④ -۶

③ -۴

② ۲

① ۸

۱۱- قرینه نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 0 \\ x^2 + 2x + 6 & x < 0 \end{cases}$ نسبت به محور عرض را یک واحد به راست و شش واحد به پایین

انتقال می‌دهیم. کمترین طول برخورد نمودار حاصل با محور x کدام است؟

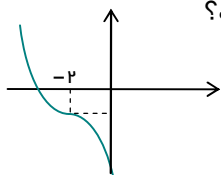
④ -۵۱

③ -۳

② -۳۵

① ۳

۱۲- نمودار تابع $y = ax^3 - bx^2 - 3x + c$ به صورت روبه‌رو داده شده؛ مقدار b کدام است؟



② $\frac{3}{2}$

① $\frac{3}{4}$

④ $-\frac{3}{2}$

③ $-\frac{3}{4}$

۱۳- اگر $g(x) = \sqrt{1-x}$ و $f(g(x)) = \sqrt{2-\sqrt{1-x}} - x$ باشد، برد تابع $f+g$ در دامنه‌ی $(-3, -1)$ کدام است؟

④ $(0, 2)$

③ $(2 + \sqrt{2}, 6)$

② $(\sqrt{2} - \sqrt{2}, 4)$

① $(\sqrt{2}, 2)$

لیست کامل مجموعه‌های آموزشی

ریاضی تیزهوشان	متوسطه اول (عادی)	دوره ابتدایی (عادی)
ریاضی تیزهوشان ششم	جزوه ریاضی هفتم	جزوه ریاضی پنجم
ریاضی تیزهوشان هفتم	جزوه ریاضی هشتم	جزوه ریاضی ششم
ریاضی تیزهوشان هشتم	جزوه ریاضی نهم	
ریاضی تیزهوشان نهم		

استعداد تحلیلی (ششم به هفتم)	استعداد تحلیلی (نهم به دهم)
جزوه هوش کلامی (ادبی)	جزوه هوش غیرکلامی (تصویری)
جزوه هوش غیرکلامی (تصویری)	جزوه هوش ریاضی و محاسبات
جزوه هوش ریاضی - منطقی و سرعتی	جزوه هوش منطقی و استدلال (شامل تحلیل متن)

متوسطه دوم (تجربی: کنگوری)	متوسطه دوم (تجربی: تشریحی)
جزوه کنکور ریاضی دهم	جزوه تشریحی ریاضی دهم
جزوه کنکور ریاضی یازدهم	جزوه تشریحی ریاضی یازدهم
جزوه کنکور ریاضی دوازدهم	جزوه تشریحی ریاضی دوازدهم
جزوه جامع کنکور تجربی	

متوسطه دوم (ریاضی: کنگوری)	متوسطه دوم (ریاضی: تشریحی)
جزوه کنکور ریاضی دهم	جزوه تشریحی ریاضی دهم
جزوه کنکور مسابان (۱)	جزوه تشریحی هندسه (۱)
جزوه کنکور آمار و احتمال	جزوه تشریحی هندسه (۲)
جزوه کنکور هندسه (۲)	جزوه تشریحی مسابان (۱)
جزوه کنکور مسابان (۲)	جزوه تشریحی آمار و احتمال
جزوه کنکور ریاضیات گسسته	جزوه تشریحی ریاضیات گسسته
جزوه کنکور هندسه (۳)	جزوه تشریحی هندسه (۳)
جزوه جامع کنکور ریاضی	جزوه تشریحی مسابان (۲)

رشته انسانی
جزوه ریاضی و آمار پایه دهم (تشریحی + کنکور در یک مجموعه، البته تفکیک شده)
جزوه ریاضی و آمار پایه یازدهم (تشریحی + کنکور در یک مجموعه، البته تفکیک شده)
جزوه ریاضی و آمار پایه دوازدهم (تشریحی + کنکور در یک مجموعه، البته تفکیک شده)

ما متمرکز بر ارتقای کیفیت آموزش هستیم.

سپاس از توجهتان



۰۹۳۵ ۶۰۰ ۸۴۵۴
 ۰۹۲۰ ۶۰۰ ۸۴۵۴