ترکیب: دانش شما + محتوای بی‌نظیر تدریس ما

درسنامه آپدیت

تمرین و پاسخنامه

کوییز و آزمون

«آسان و روان، حرفه‌ای و متمایز تدریس کنید.»



تدریس ریاضیات

ارائه‌ای از:

دکتر علیرضا نورالدینی

و تیم گروه آموزشی درس‌آموز

(دانش‌آموختگان دانشگاه صنعتی امیرکبیر)

پیشنهاد ویژه:

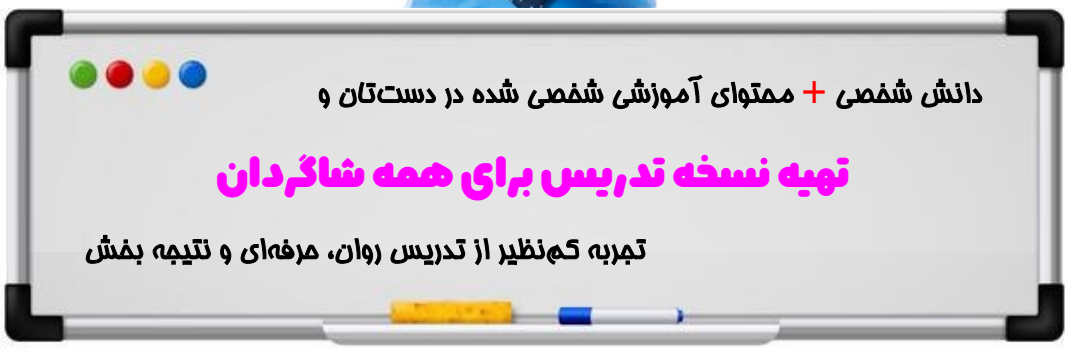


«چاپ تمام رنگی جزوه اختصاصی شما برابر هزینه فایل»

(حذف هزینه چاپ۱)



کلاس ایده‌ال:



سرعت آموزش خود را دو برابر کنید!

(رفع مشکل کمبود وقت برای تدریس کامل کتاب)



پیشنهادات ویژه چاپ:

چاپ کلاسی: بین ۷۰ تا ۸۰ درصد تخفیف برای سفارش ۱۰ جلد یا بیشتر.

چاپ تک جلد: بدون هزینه اضافه، معادل هزینه فایل در آدرستان تحویل می‌شود.

(یک جلد هدیه نسخه خودآموز به مدرس در سفارشات ۲۰ جلد یا بیشتر)

(نسخه تدریس در دست شاگردان)

چند نمونه از نتایج درخشان برخی از همکاران مجموعه درس‌آموز: (خرداد و تابستان ۱۴۰۴)

- **از یک جمع چند نفره خصوصی، تمام افراد نمره ۱۹/۵ یا ۱۹/۷۵ کسب کردند؛ (حسابان دوازدهم نهایی)**
- **از یک گروه ۲۷ نفره در آموزشگاه، چند نفر ۲۰ و اکثراً نمره بالاتر از ۱۵ نهایی و از یک گروه ۱۱ نفره، پنج نفر نمره ۱۹/۵ یا بالاتر و هیچ‌کدام کمتر از ۱۸ نبودند؛ (دوازدهم انسانی نهایی)**
- **از جمع شاگردان فقط یکی از اساتید، کسب ۱۰ رتبه دو رقمی منطقه ۲ در رشته‌های ریاضی، تجربی و انسانی. (کنکور ۱۴۰۴)**
- **کسب درصد ریاضی فقط ۳ درصد کمتر از رتبه یک کنکور تجربی. (کنکور ۱۴۰۲)**

تدریس ریاضیات انسانی

(نمره و معدل نهایی + کنکور پیشرفته)

تدریس تشریحی

- بیان دقیق و کامل مفاهیم درسی
- نمونه مثال‌های متنوع و فراوان
- فعالیت‌های هنگام تدریس ویژه شاگردان
  پوشش مثال‌ها و فعالیت‌های مهم کتاب درسی

تمرینات پایانی

تعداد مناسبی تمرین در انتهای هر بخش + فایل پاسخ‌نامه

ویژه اساتید

جدید

فایل کوییز – آزمون

در ابتدای هر هفته کوییز ۱۰ دقیقه‌ای و در پایان ماه، آزمون فصل بگیرید.

درسنامه کنکوری

- بیان نکات تکمیلی کنکور + نکات سرعتی
- بیان نمونه‌های ساده جهت تفهیم

تمرین تست

تعداد قابل توجهی تست تمرینی متوسط و دشوار که به شاگردان واگذار کنید. (تحویل پاسخ‌نامه تشریحی)

دریافت جدیدترین نمونه‌ها:

۰۹۳۵ ۶۰۰ ۸۴۵۴

راه حلی حرفه‌ای برای هدفی مهم

اطلاعات شخصی مدرس، لوگو و تبلیغات شخصی یا مدرسه یا آموزشگاه، روش‌های ارتباطی با شما و . . . روی جلد و در تمام صفحات درسنامه، به زیباترین شکل ممکن درج می‌شود.

و

در کل مجموعه، هیچ نام یا نشانی از گروه ما درج نمی‌شود.

فهرست

۱ **اتحاد و معادله** — حل معادله درجه اول، یادآوری اتحاد و تجزیه — ۲

۲ **معادله درجه ۲** — روش‌های حل معادله درجه ۲، معادله گویا و کاربرد — ۲۷

۳ **تابـع** — معرفی تابع و ضابطه، نمودار پیکانی و مختصاتی — ۵۹

۴ **نمودار تابع** — بررسی کامل نمودار توابع درجه اول و درجه دوم — ۸۷

۵ **داده و متغیر** — آمار، جامعه و نمونه، جمع‌آوری داده‌ها، انواع متغیر — ۱۱۶

۶ **شاخص‌ها** — مد، میانه، میانگین و شاخص‌های پراکندگی — ۱۳۹

۷ **نمایش داده‌ها** — روش رسم نمودارهای یک متغیره و چند متغیره — ۱۶۷

تشریحی & کنکور

ریاضی و آمار ۱



۱

معادله، اتحاد و تجزیه

فهرست	صفحه
مقدمات	۳
معادله درجه اول	۹
معادله درجه دوم	۱۳
ویژه کنکور	۱۶
تمرینِ تست	۲۳

۱ مقدمات

در بخش مقدماتی، مفاهیم مهم و ضروری اتحادهای جبری و کاربرد آن‌ها در تجزیه‌ی عبارت‌های جبری بیان می‌شود. این مفاهیم پیش زمینه‌ی لازم برای مطالعه‌ی موفق مباحث بعدی، بویژه حل انواع معادلات هستند.

اتحاد جبری:

یک تساوی جبری (بر حسب متغیری مانند x) که برای هر عدد که جای x قرار گیرد، درست باشد. مانند:

$$x+۲x=۳x \qquad \text{یا} \qquad x(x-۱)=x^۲-x$$

بیان اولین اتحاد:

اتحاد مربع دو جمله‌ای

دو حالت دارد؛ اتحاد «**مربع جمع دو جمله**» به صورت زیر بیان می‌شود:

$$(a+b)^۲=a^۲+۲ab+b^۲$$

بعلاوه:

اگر به جای b، در اتحاد بالا $-b$ قرار دهیم، حالت دوم: «**مربع تفاضل دو جمله**» حاصل می‌شود:

$$(a-b)^۲=a^۲-۲ab+b^۲$$

مثال‌هایی ببینید:

مثال: مربع عبارت $x+۵$ با استفاده از اتحاد:

$$(\underbrace{x}_{a}+\underbrace{۵}_{b})^۲=(x)^۲+۲(x)(۵)+(۵)^۲=x^۲+۱۰x+۲۵$$

توجه کنید:

در محاسبات پایانی، اولویت محاسبات و قوانین توان‌ها رعایت شده و روش ضرب یک جمله‌ای‌ها به‌کار رفته است.

مثال: تعیین مقدار عدد توانی $۵۱^۲$ با استفاده از اتحاد:

$$۵۱^۲=(\underbrace{۵۰}_{a}+\underbrace{۱}_{b})^۲=(۵۰)^۲+۲(۵۰)(۱)+(۱)^۲=۲۵۰۰+۱۰۰+۱=۲۶۰۱$$

مثال: حاصل عبارت مقابل را با استفاده از اتحاد به‌دست آورید. $(۳x-۱)^۲=$

پاسخ

توجه فرمایید:
اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

اتحاد مزدوج

تساوی مربوطه از ضرب $a+b$ و $a-b$ حاصل می‌شود:

$$(a+b)(a-b)=a^۲-b^۲$$

نمونه‌هایی از محاسبات با این اتحاد را ببینید:

- $(x+۵)(x-۵)=(x)^۲-(۵)^۲=x^۲-۲۵$
- $(۲x+۳y)(۲x-۳y)=(۲x)^۲-(۳y)^۲=۴x^۲-۹y^۲$
- $(x^۲+۱)(۱-x^۲)=(۱+x^۲)(۱-x^۲)=۱^۲-(x^۲)^۲=۱-x^۴$

مثال: عبارت زیر را تا حد ممکن ساده کنید:

$$(۲x-۱)(۲x+۱)(۴x^۲+۱)$$

پاسخ

اتحاد جمله مشترک

در این اتحاد، ضرب $(x+a)(x+b)$ انجام می‌شود. (می‌بینید جمله‌ی x در دو پرانتز مشترک بوده و جملات a و b غیر مشترک هستند)

$$(x+a)(x+b)=x^۲+(a+b)x+ab$$

یعنی:

ضرب غیر مشترک‌ها + جمع غیر مشترک‌ها ضرب‌در مشترک + جمله‌ی مشترک به توان ۲

نمونه‌هایی ببینید:

- $(x+۵)(x-۳)=(x)^۲+(۵-۳)(x)+(۵)\times(-۳)=x^۲+۲x-۱۵$
- $(x^۲-۳)(x^۲-۱)=(x^۲)^۲+(-۳-۱)(x^۲)+(-۳)\times(-۱)=x^۴-۴x^۲+۳$

هنگام جایگذاری، از پرانتز استفاده کرده و اولویت محاسبات را فراموش نکنید.

توجه فرمایید:
اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

در ادامه با یک مفهوم بسیار مهم و پرکاربرد در مورد چند جمله‌ای‌ها آشنا می‌شویم.

تجزیه‌ی عبارات

منظور از تجزیه کردن یک چندجمله‌ای:

نوشتن آن به‌صورت ضرب دو یا چند چندجمله‌ای با درجات کمتر است.

برای نمونه، در اتحادِ:

$$(a+b)^۲ = a^۲ + ۲ab + b^۲$$

عبارت سمت چپ تجزیه شده‌ی عبارت سمت راست است؛ زیرا، سمت راست به صورت مجموع و سمت چپ به صورت ضرب $(a+b)(a+b)$ می‌باشد.

(به هر کدام از پرانتزهایی که در هم ضرب شده‌اند، یک عامل ضرب گفته می‌شود.)

بعلاوه:

یکی از دو روش زیر یا هر دو همزمان، باعث تجزیه‌ی عبارات می‌شوند:

فاکتورگیری و **استفاده از اتحادها**

فاکتورگیری:

این کار فقط در عبارات جمع یا تفریق ممکن بوده و همزمان باعث خلاصه کردن عبارات و یک مرحله تجزیه‌ی آن می‌شود:

در عبارت $ab+ac$ می‌توان از a فاکتور گرفت و نوشت: $ab+ac=a(b+c)$.

روش انجام:

به دنبال حروف یا عامل‌هایِ ضربِ مشترک با توان کوچک‌تر در بین جملات بگردید؛ برای نمونه در عبارت:

$$۳x^۳ - ۶x^۲ + ۳x$$

جمله‌ی $۳x$ در هر سه جمله به صورت ضرب وجود دارد. بنابراین:

$$۳x^۳ - ۶x^۲ + ۳x = ۳x(x^۲ - ۲x + ۱)$$

در صورت لزوم، عبارت داخل پرانتز را با تقسیم جملات بر عبارت فاکتور گرفته شده مشخص کنید. (مانند پاسخ مثال بعد)

مثال: در عبارت $x^۲ab + x^۲b^۲$ تا حد ممکن فاکتورگیری کنید.

پاسخ

مثال: عبارت $x(x-۲)+(۱-۲x)(x-۲)$ را به صورت ضرب بنویسید.

پاسخ

توجه فرمایید:
اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

تجزیه توسط اتحاد:

در هر سه اتحاد گفته شده‌ی قبل، یک طرف تساوی تجزیه شده‌ی طرف دیگر است:

❖ تجزیه با اتحاد مربع:

اگر $a^۲+۲ab+b^۲$ داده شود، تجزیه‌ی آن $(a+b)^۲$ است؛ زیرا در واقع به صورت ضرب $(a+b)(a+b)$ است.

(تجزیه‌ی $a^۲-۲ab+b^۲$ نیز به صورت $(a-b)^۲$ است.)

دو نمونه تجزیه به این روش:

- $x^۲-۸x+۱۶=(x-۴)^۲$
- $۴x^۲+۱۲xy+۹y^۲=(۲x)^۲+۲(۲x)(۳y)+(۳y)^۲=(۲x+۳y)^۲$

❖ تجزیه با اتحاد مزدوج:

اگر $a^۲-b^۲$ داده شود، تجزیه‌ی آن $(a+b)(a-b)$ است.

توجه کنید:

شرایط این که تجزیه توسط اتحاد مزدوج انجام شود، عبارت است از:

- عبارت مورد نظر دو جمله‌ای به صورت تفریق باشد.
- هر دو جمله مجذور کامل (متغیر با توان زوج) باشند؛ مانند $x^۲$ یا $۹y^۴$ و . . .

برای نمونه؛

- $x^۲-۲۵=x^۲-۵^۲=(x+۵)(x-۵)$
- $۴x^۲-۹y^۲=(۲x)^۲-(۳y)^۲=(۲x+۳y)(۲x-۳y)$

❖ تجزیه با اتحاد مشترک:

اگر $x^۲+(a+b)x+ab$ داده شود، تجزیه‌ی آن $(x+b)(x+b)$ است.

توجه کنید:

معمولاً سه جمله‌ای‌ها توسط این روش تجزیه می‌شوند. مثلاً در تجزیه‌ی عبارت:

$$x^۲\underbrace{+۱۰}_{a+b}x\underbrace{+۱۶}_{ab}$$

جمله‌ی مشترک x است و باید دو عدد یافت که جمع آن‌ها برابر ۱۰ و ضربشان برابر ۱۶ شود. این دو عدد ۲ و ۸ هستند که جای a و b در اتحاد مشترک قرار می‌گیرند:

$$x^۲+۱۰x+۱۶=(x+۲)(x+۸)$$

(**سؤال:** چرا در تجزیه‌ی عبارت $x^۲+۱۰x+۱۶$ اتحاد مربع به‌کار نمی‌رود؟)

چند نمونه‌ی دیگر از تجزیه توسط اتحادها:

مثال: عبارت‌های زیر را تجزیه کنید.

الف) $a^۲b^۲-۶ab+۹$

توجه فرمایید:
اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

ب) $۹a^۲ - b^۲$

پ) $x^۲ + ۵x - ۲۴$

مثال: عبارت $a^۴ - ۸۱$ را تا جای ممکن تجزیه کنید.

پاسخ

توجه کنید: (مهم)

ممکن است لازم باشد ابتدا فاکتورگیری کرده تا بتوان اتحادها را با هدف تجزیه کردن به‌کار برد.

نمونه‌ای ببینید:

در تجزیه‌ی عبارت $۲x - x^۲ - ۱$ شرایط اتحاد مربع برقرار نیست؛ اگر ابتدا (از منفی) فاکتورگیری کنیم، راه باز می‌شود:

$$۲x - x^۲ - ۱ = -(x^۲ - ۲x + ۱) = -(x-۱)^۲$$

مثال: عبارت‌های زیر را تجزیه کنید.

الف) $x^۲y - ۶xy + ۹y$

ب) $x^۵ - ۸۱x$

پاسخ دهید (۱)

۱- جاهای خالی را با استفاده از اتحاد کامل کنید.

الف) $(۲x + \frac{۱}{۲})^۲ = \ldots\ldots + \ldots\ldots + \frac{۱}{۴}$

ب) $(۲ + \cdots)^۲ = \ldots\ldots + ۱۲xy + \ldots\ldots$

پ) $(x - ۲y)(\cdots + \cdots) = x^۲ - ۴y^۲$

ت) $(x+۵)(x-۲) = x^۲ + \ldots\ldots - \ldots\ldots$

ث) $(x - \frac{۳}{۲})^۲ = \ldots\ldots - \ldots\ldots + \frac{۹}{۴}$

ج) $x^۲ - \ldots\ldots + ۱۲ = (x-۶)(x-۲)$

۲- حاصل عبارت زیر را با استفاده از اتحاد به‌دست آورید:

الف) $(۵x+۲)(۵x+۲)$

ب) $(۳x+۲)(۳x-۲)$

پ) $(۵x+۱)(۵x+۳)$

توجه فرمایید:
اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

۳- مقادیر زیر را توسط اتحاد محاسبه کنید.

الف) ۲۰۱×۱۹۹ ب) $۹۹۸^۲$ پ) $۸۵۰^۲-۷۵۰^۲$

۴- عبارت‌های زیر را تجزیه کنید.

الف) $x^۲-۶x+۹$ ب) $۴a^۲-b^۲+۲b-۱$

پ) $x^۲+۴x+۴-۹y^۲$ ت) $۹a^۳-۱۶a$

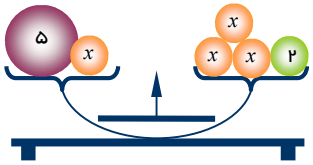
توجه فرمایید:
اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

۲ معادله درجه اول

در این بخش، مفهوم معادله و جواب آن را به صورت دقیق بیان کرده و روش حل معادلات درجه اول را می‌بینیم.

مثال: (مشابه کتاب)

با توجه به موازنه‌ی روبه‌رو، یک تساوی بنویسید.



پاسخ

معادله و جواب‌ها

هر تساوی بر حسب مجهولی مانند x یک معادله تشکیل می‌دهد. نمونه‌ها:

$$\frac{x+۱}{۳}-۲x=\frac{۱}{۲} \quad \text{و} \quad ۲x-۱=۳x$$

بعلاوه:

هر عددی که در معادله صدق می‌کند، یک **«جواب»** یا **«ریشه»** معادله است. مجموعه‌ی تمام جواب‌ها را **«مجموعه جواب»** معادله گویند.

برای نمونه؛

در معادله‌ی $۱+۳x=۷$، عدد ۲ یک جواب معادله است؛ زیرا:

$$۱+۳(۲)=۱+۶=۷$$

ولی، عدد ۱ در معادله صدق نکرده و جواب محسوب نمی‌شود. زیرا:

$$۱+۳(۱)=۱+۳\neq ۷$$

برای حل یک معادله، باید آن را ساده و جواب‌ها را معلوم کرد. این کار طبق خواصی از تساوی (=) انجام می‌شود:

۱) اگر یک مقدار مانند b از یک طرف تساوی به طرف دیگر منتقل شود، علامت آن تغییر می‌کند. زیرا اگر تساوی $a+b=c$ را داشته باشیم، با کم کردن b از دو طرف داریم:

$$a+b=c \rightarrow a+\underbrace{b-b}_{=۰}=c-b \Rightarrow a=c-b$$

۲) همواره می‌توان عددی را در دو طرف یک تساوی ضرب کرد؛ یعنی:

$$a=b \Rightarrow ac=bc$$

۳) توجه داشته باشید که تقسیم دو طرف فقط بر عددی **غیر صفر** ممکن و مجاز است:

$$a=b\ ,\ c\neq ۰ \Rightarrow \frac{a}{c}=\frac{b}{c}$$

توجه فرمایید:
اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

ساده‌ترین نوع معادلات و روش حل آن:

معادله درجه اول

معادله‌ای که پس از ساده شدن به صورت $ax=b$ نوشته شود، معادله‌ی درجه اول نام دارد. در این معادله:

- عدد a باید غیر صفر باشد؛ به آن «**ضریب مجهول**» گویند.
- مقدار b هر عددی می‌تواند باشد و به آن «**طرف معلوم**» گفته می‌شود.

روش حل:

طبق خواص تساوی:

- مجهولات به سمت چپ و عددهای ثابت به سمت راست رفته تا شکل $ax=b$ به‌دست آید.
- با تقسیم طرفین معادله بر a، جواب معادله به صورت $x=\frac{b}{a}$ حاصل خواهد شد:

$$ax=b \xrightarrow{\div a} \frac{ax}{a}=\frac{b}{a} \Rightarrow x=\frac{b}{a}$$

رابطه‌ی آخر معمولاً به صورت زیر خوانده می‌شود:

$$x=\frac{\text{طرف معلوم}}{\text{ضریب مجهول}}$$

مثال: معادله‌ی $-۲x+۳=x-۶$ را حل کنید.

پاسخ

توجه کنید:

در صورتی که ضرایب معادله شامل عددهای کسری هم باشند، بهتر است ابتدا طرفین معادله را در عددی که بر همه مخرج‌ها بخش‌پذیر باشد، ضرب کنیم تا مخرج‌ها از بین بروند؛ (**بهترین انتخاب، ک.م.م مخرج‌ها است.**)

مثال: معادله‌ی $\frac{-x-۳}{۲}-۱=\frac{۳}{۴}-۲x$ را حل کنید.

پاسخ

مثال: الف) معادله‌ی ریاضی عبارت توصیفی «**سه برابر پول شخصی به اضافه‌ی نصف آن ۲۸۰۰۰ تومان می‌شود.**» کدام است؟ (**نهایی؛ خرداد ۱۴۰۳**)

☐ $۳x+\frac{x}{۲}=۲۸۰۰۰$ ☐ $\frac{۳x}{۲}+x=۲۸۰۰۰$ ☐ $۳x+\frac{x}{۲}=۱۴۰۰۰$ ☐ $\frac{۳x}{۲}+x=۱۴۰۰۰$

توجه فرمایید:
اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

ب) معادله‌ی انتخابی قسمت قبل را حل کنید.

مثال: $\frac{۵}{۷}$ عددی به اضافه‌ی عدد ۱۸، دو برابر همان عدد است. این عدد را بیابید.

پاسخ

مثال: (از کتاب)

پرنده‌ای با گروهی از پرندگان مواجه شده است. سردسته گروه برای معرفی تعدادشان به آن پرنده می‌گوید:

«ما و ما و نصف ما و نیمه‌ای از نصف ما، گر تو هم با ما شوی، جملگی صد می‌شویم.»

شرط این‌که گروه حاضر به پذیرش پرنده‌ی اول در جمع خود شود، تعیین تعداد اعضای گروه است. این مقدار را تعیین کنید.

پاسخ

مثال: دانش‌آموزی ۵۴۰۰۰۰ تومان پول دارد. او با $\frac{۱}{۴}$ پولش تعدادی خودکار به قیمت هر عدد ۱۲۰۰۰ تومان و تعدادی مداد به قیمت هر عدد ۹۰۰۰ تومان خریداری کرده و می‌دانیم تعداد مدادها یکی بیشتر از تعداد خودکارها است. مجموع تعداد مداد و خودکار را حساب کنید.

پاسخ

پاسخ دهید (۲)

۱- هر یک از معادله‌های زیر را حل کنید.

الف) $۷x-۲-۳(۲x+۵)=۰$ ب) $\frac{۳}{۴}x+\frac{۲}{۳}=\frac{۵}{۶}x$ پ) $۲x+۶(\frac{۱}{۲}x+۴)=۱۴$

۲- اگر به سه برابر عددی چهار واحد اضافه کنیم، حاصل مساوی ۲۵ برابر ثلث آن عدد می‌شود. آن عدد چیست؟

۳- پدری ۴۰ سال دارد. دو فرزند او ۱۰ و ۱۲ ساله هستند. پس از چند سال سن پدر برابر با مجموع سن فرزندانش می‌شود؟

توجه فرمایید:
اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

منتخب کتاب:

۱- هر یک از عبارت‌های زیر را به یک معادله تبدیل کنید.

الف) عددی را بیابید که پنج برابر آن به علاوه دو مساوی با سه برابر آن عدد منهای دو باشد.

ب) مربع عددی برابر با همان عدد بعلاوه‌ی عدد یک است.

۲- در یک کارخانه، حقوق یک مهندس دو برابر یک تکنسین و $\frac{۲}{۳}$ مدیر بخش خود است. قسمت تولید این کارخانه ۳ مدیر بخش، ۸ مهندس و ۱۲ تکنسین دارد. مدیر عامل کارخانه برای این قسمت ماهانه ۵۵/۵ میلیون تومان حقوق پرداخت می‌کند. حقوق یک تکنسین در این کارخانه ماهانه چقدر است؟

۳- با توجه به پیش‌بینی درخواست بازار آهن، کارخانه ذوب آهن اصفهان از روز شنبه هر روز تولید خود را دو برابر کرده است. در پایان روز چهارشنبه، تولید فولاد به سقف ۶۴ هزار تن رسیده است.

الف) مجموع تولید فولاد در این پنج روز چقدر بوده است؟

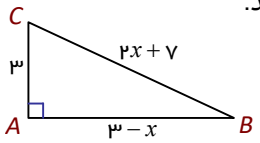
ب) اختلاف تولید فولاد در پایان روز شنبه با تولید فولاد در پایان روز چهارشنبه چقدر است؟

توجه فرمایید:
اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

۳ معادله درجه دو

در این بخش، معادله‌ی درجه‌ی دوم را معرفی کرده و حل آن را در یک حالت خاص می‌بینیم. بررسی بیشتر و بیان روش‌های دیگری برای حل این نوع معادله، در فصل بعد آمده است. نمونه‌ی زیر را ببینید:

مثال: در شکل مقابل، معادله‌ای بر حسب x بنویسید و درجه‌ی آن را مشخص کنید.



پاسخ

معادله درجه دوم

هر گاه معادله پس از ساده شدن بر حسب x درجه ۲ باشد، به آن یک «**معادله‌ی درجه دوم**» گفته می‌شود.

شکل کلی:

$$ax^۲ + bx + c = ۰$$

(درجه: یعنی بیشترین توان x در شکل ساده شده‌ی معادله!)

برای نمونه؛

معادلات $۳x^۲ - ۴x + ۲ = ۰$ و $-x^۲ + ۹ = ۰$ درجه دوم هستند.

چنان‌که در بالا می‌بینید:

- ضریب $x^۲$ را با a نشان می‌دهیم.

توجه:

باید a غیر صفر باشد، زیرا در غیر این صورت درجه‌ی معادله از دو کمتر می‌شود.

- ضریب x را با b و عدد ثابت که مستقل از x است را با c نشان می‌دهیم.

روشی ساده در حل یک حالت خاص معادلات درجه دوم را ببینید.

روش ریشه‌گیری:

فرض کنید a عددی معلوم باشد. معادله‌ای به صورت:

$$x^۲ = a$$

را در نظر گرفته و به سه حالت در مورد جواب آن توجه کنید:

۱) اگر a عددی منفی باشد، چون $x^۲$ هیچ‌گاه منفی نمی‌شود، تساوی $x^۲ = a$ غیرممکن بوده و معادله جواب ندارد.

توجه فرمایید:
اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

برای نمونه، معادله‌ی $x^۲+۴=۰$ هیچ جوابی ندارد:

$x^۲+۴=۰ \rightarrow x^۲=-۴$ (چون $x^۲$ نمی‌تواند منفی شود.)

۲) اگر $a=۰$ باشد، فقط یک عدد به عنوان جواب به‌دست خواهد آمد:

$x^۲=۰ \Rightarrow x=۰$

۳) اگر a عددی مثبت باشد، معادله‌ی $x^۲=a$ دارای دو جواب مختلف (متمایز) خواهد بود:

$$x^۲=a \Rightarrow x=\sqrt{a} \ , \ x=-\sqrt{a}$$

برای نمونه، حل معادله‌ی $۲x^۲-۴=۰$ را ببینید:

$۲x^۲-۴=۰ \rightarrow ۲x^۲=۴ \xrightarrow{\div ۲} x^۲=۲ \Rightarrow x=\pm\sqrt{۲}$

مثال: معادلات زیر را حل کنید.

الف) $(۲x+۱)^۲-۹=۰$

ب) $x^۲-۴x+۴=۱$

مثال: معادله‌ی $x^۲+۶x+۴=۱۱$ را به روش بالا حل کنید.

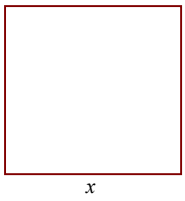
پاسخ

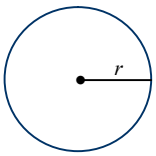
مثال: محیط مربعی را حساب کنید که اندازه‌ی قطر آن $\sqrt{۸}$ است.

پاسخ

مثال: (تمرین از کتاب)

اگر مجموع مساحت‌های دو شکل مقابل برابر ۶ باشد، طول ضلع مربع سمت چپ را حساب کنید.





$r=\frac{۱}{\sqrt{۲\pi}}x$

پاسخ

توجه فرمایید:
اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

حالت خاص:

وقتی معادله به صورت $x^۲=۰$ باشد، فقط یک عدد ۰ جواب معادله است؛ ولی این عدد طبق مطلب زیر دو بار به عنوان جواب حاصل می‌شود:

$$x^۲=۰ \rightarrow x\times x=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=۰ \\ x=۰ \end{cases}$$

به همین دلیل، عدد صفر را «ریشه مضاعف» یعنی تکراری معادله گویند. در کل، وقتی معادله به صورت $(x-a)^۲=۰$ تبدیل شود، جواب $x=a$ ریشه‌ی مضاعف خواهد بود.

برای نمونه؛

معادله‌ی $x^۲+۴x=-۴$ نیز جواب مضاعف دارد:

$$x^۲+۴x+۴=۰ \rightarrow (x+۲)^۲=۰ \xrightarrow{(x+۲)(x+۲)=۰} x=-۲\ ,\ x=-۲$$

پاسخ دهید (۳)

۱- معادله‌های زیر را حل کنید.

الف) $(۳a-۱)^۲-۲۵=۰$

ب) $x^۲+۴x+۴=۹$

پ) $x^۲-۸x+۱۶=۰$

۲- محیط و مساحت مربعی را حساب کنید که اندازه‌ی قطر آن $۲\sqrt{۵}$ باشد.

۳- معادله‌ی $x^۲-۱۰x+۲۵=۱۸+۳m$ دارای جواب مضاعف است. مقدار m را بیابید.

منتخب کتاب:

۱- معادله‌ی درجه دومی بنویسید که $x=۱$ ریشه‌ی مضاعف آن باشد.

۲- اگر در یک قالی با ابعاد $۲/۸۰m\times۲/۱۰m$ (که عموماً ۲×۳ نامیده می‌شود)، تعداد گره‌های قالی ۵,۸۸۰,۰۰۰ عدد باشد؛

الف) این قالی چند رج است؟

ب) اگر برای هر گره $۱cm$ نخ قالی یا همان خامه قالی استفاده شود، در این قالی چند متر نخ استفاده شده است؟

پ) یک قالی‌باف حرفه‌ای در یک روز می‌تواند ۶۰۰۰ گره قالی ببافد. اگر این قالی‌باف ۵ روز در هفته کار کند، برای اتمام این قالی چند هفته باید کار کند؟

ت) اگر این قالی‌باف برای خرید مواد اولیه قالی شامل تار و پود، نخ قالی و . . . پنج میلیون و ششصد هزار تومان هزینه کرده باشد و بتواند در پایان بافت قالی آن را به قیمت ۳۵ میلیون تومان بفروشد، این قالی‌باف برای هر هفته کار خود چه دستمزدی دریافت کرده است؟

توجه فرمایید:
اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

ویژه آمادگی کنکور

در بخش پایانی، مطالب لازم جهت آمادگی کامل برای شرکت در آزمون‌های آزمایشی و کنکور آورده می‌شوند.



اگر در حال مطالعه برای تسلط بر کتاب و شرکت در امتحان پایان سال هستید،
می‌توانید فعلاً از خواندن این بخش صرف‌نظر کنید!

نمونه‌هایی از کاربرد اتحاد مربع:

مثال: با استفاده از اتحاد مربع دو جمله‌ای داریم:

$$(۱-\sqrt{۲})^۲=(۱)^۲-۲(۱)(\sqrt{۲})+(\sqrt{۲})^۲=۳-۲\sqrt{۲}$$

بنابراین می‌توان عبارت $\sqrt{۳-۲\sqrt{۲}}$ را ساده کرد:

$$\sqrt{۳-۲\sqrt{۲}}=\sqrt{(۱-\sqrt{۲})^۲}=|۱-\sqrt{۲}|=\sqrt{۲}-۱$$

توجه کنید: (گاهی لازم می‌شود!)

عبارت‌های $a^۲$ و $|a|^۲$ یکسان هستند. برای نمونه؛ جای $(x-۱)^۲$ می‌توان نوشت $|x-۱|^۲$ و برعکس. بعلاوه:

$$(a^۲=b^۲ \quad \text{یا} \quad |a|=|b|) \Rightarrow a=\pm b$$

اگر $a+b=۴\sqrt{ab}$ باشد، عبارت $\frac{a^۲+b^۲+۴ab}{a^۲+b^۲-۵ab}$ برابر کدام است؟

❶ ۱ ❷ ۲ ❸ ۵ ❹ ۱۰

پاسخ

ارتباط دادن عبارات $x\pm\frac{۱}{x}$ و $x^۲+\frac{۱}{x^۲}$ به صورت‌های زیر انجام می‌شود.

نکته ۱

چون $x\cdot\frac{۱}{x}=۱$ است، دو شکل خاص از اتحاد مربع حاصل می‌شوند:

$$(x-\frac{۱}{x})^۲=x^۲+\frac{۱}{x^۲}-۲ \quad \text{و} \quad (x+\frac{۱}{x})^۲=x^۲+\frac{۱}{x^۲}+۲$$

با داشتن یک طرف تساوی، طرف دیگر قابل محاسبه است.

توجه فرمایید:
اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

اگر $x^۲+\frac{۱}{x^۲}=۱۸$ باشد، حاصل $x-\frac{۱}{x}$ برابر کدام است؟

❶ ± ۱۶ ❷ ± ۴ ❸ ± ۱ ❹ ± ۲

پاسخ

اگر $۲x+\frac{۵}{x}=۹$ باشد، حاصل $۴x^۲+\frac{۲۵}{x^۲}$ کدام است؟ (کنکور ۹۷)

❶ ۴۳ ❷ ۵۱ ❸ ۵۷ ❹ ۶۱

پاسخ

نکته ۲

با جمع یا تفریق دو شکل اتحاد مربع، روابط مفیدی حاصل می‌شود:

- $(a+b)^۲-(a-b)^۲=۴ab$
- $(a+b)^۲+(a-b)^۲=۲(a^۲+b^۲)$

اگر $xy^۲=\frac{۴}{۳}$ باشد، حاصل $(x+۳y^۲)^۲-(x-۳y^۲)^۲$ کدام است؟ (کنکور خارج ۹۷)

❶ ۸ ❷ ۱۲ ❸ ۱۶ ❹ ۱۸

پاسخ

چنان‌که دیدیم برای تجزیه کردن، فاکتورگیری یا اتحاد و یا ترکیب آن‌ها با هم به‌کار می‌روند. برای انجام موفقِ این کار، گاهی به دسته‌بندی مناسب جملات نیاز است. بویژه، وقتی عبارت چهار جمله دارد، معمولاً دو حالت زیر کاربرد دارند:

نکته ۳

دسته‌بندی دو به دو:

گاهی اگر جملات را دو به دو بگیرید، تجزیه انجام می‌شود. نمونه عبارت: $bx-yb-ab+xy$

$$\underline{bx}-\underline{\underline{yb}}-\underline{ab}+\underline{\underline{xy}}=b(x-b)+y(-b+x)=(x-b)(b+y)$$

توجه فرمایید:
اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

توجه کنید:

این روش فقط وقتی موفق است که در پایان باعث تبدیل کل عبارت به ضرب شود.

نمونه‌ی دیگر؛

محاسبات زیر نمونه‌ای از اقدام ناموفق در تجزیه عبارت $x^۲+۱۰x+۲۵-۴y^۲$ را نشان می‌دهد:

$$\underbrace{x^۲+۱۰x}+\underbrace{۲۵-۴y^۲}=x(x+۱۰)+(۵-۲y)(۵+۲y)$$

(چون عامل مشترک برای فاکتورگیری ایجاد نشد.)

در تجزیه‌ی عبارت $x^۳-۸+۲x-۴x^۲$ کدام عامل وجود دارد؟

❶ $x+۲$ ❷ $x+۴$ ❸ $x-۴$ ❹ $x-۲$

پاسخ

نکته ۴

دسته‌بندی سه به یک:

گاهی اگر سه جمله را با هم بگیرید، نهایتاً تجزیه انجام می‌شود. چنان‌که در نمونه‌ی بعد می‌بینید:

این روش معمولاً وقتی سه جمله از عبارت، اتحاد مربع باشد، کاربرد دارد.

مثال: عبارت $x^۲+۱۰x+۲۵-۴y^۲$ را تجزیه کنید.

پاسخ

حالت‌های پیشرفته‌تری از تجزیه با اتحاد مشترک را ببینید:

نکته ۵

در سه جمله‌ای درجه دوم، در صورتی که $x^۲$ دارای ضریبِ مجذور مانند ۴ و ۹ و ... باشد،

- ابتدا جمله‌ی درجه دوم را به صورت مربع می‌نویسیم. مانند: $(۳x)^۲ \rightarrow ۹x^۲$
- سپس باید جمله‌ی شامل x را به صورت ضریب جمله‌ی مشترک ($۳x$) نوشته و در پایان ضرایب a و b را تشخیص داده و در اتحاد قرار دهید. نمونه‌ها را در ادامه ببینید.

توجه فرمایید:
اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

مثال: عبارت $۴x^۲-۱۴x-۶۰$ را تجزیه کنید.

پاسخ

توجه کنید:

شرط این‌که یک عبارت توسط اتحاد یک جمله مشترک تجزیه شود این است که:

- عبارت مذکور سه جمله‌ای باشد.
- جمله‌ی $x^۲$ در عبارت موجود باشد که ممکن است دارای ضریب هم باشد.

بعلاوه، اگر ضریب $x^۲$ مجذور کامل نباشد، برای تجزیه‌ی آن چنین عمل می‌کنیم:

تکنیک A:

- عبارت داده شده را موقتاً برابر A قرار می‌دهیم.
- طرفین تساوی را در عددی ضرب می‌کنیم تا ضریب $x^۲$ مجذور کامل شود.
- مانند نمونه‌های قبل تجزیه‌ی عبارت حاصل را انجام می‌دهیم.
- در پایان، با فاکتورگیری مناسب، ضریب A را حذف می‌کنیم.

برای نمونه؛

تجزیه‌ی عبارت $۲a^۲+۹a-۵$ را ببینید:

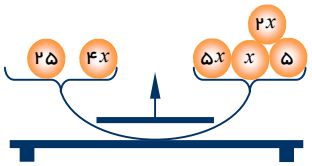
$$A=۲a^۲+۹a-۵ \xrightarrow{\times ۲} ۲A=(۲a)^۲+۹(۲a)-۱۰ \rightarrow ۲A=(۲a+۱۰)(۲a-۱)=۲(a+۵)(۲a-۱)$$
$$\xrightarrow{\div ۲} A=(a+۵)(۲a-۱)$$

مثال: عبارت $۳x^۲-۴x-۴$ را تجزیه کنید.

پاسخ

بررسی بیشتری از عبارات و معادلات درجه اول:

اگر در شکل روبه‌رو، ترازو در توازن باشد، مقدار هر کفه کدام است؟



❶ ۵
❷ ۲۰
❸ ۴۵
❹ ۹۰

پاسخ

توجه فرمایید:
اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

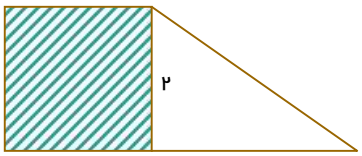
جواب معادله‌ی $۳x-\frac{۱}{۲}=۴(-\frac{x}{۲}+۳)$ کدام است؟

❶ $\frac{۱۱}{۲}$ ❷ $\frac{۵}{۲}$ ❸ $\frac{۱۱}{۱۰}$ ❹ $\frac{۲}{۵}$

پاسخ

در شکل زیر، مساحت مربع از $\frac{۱}{۳}$ مساحت مثلث به اندازه‌ی سه واحد مربع بیشتر است. مساحت ذوزنقه کدام است؟

(کنکور ۱۴۰۱)



❶ ۵
❷ ۵/۵
❸ ۶/۵
❹ ۷

پاسخ

سه نفر می‌خواهند زمین مستطیل شکلی را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده و حصارکشی کنند، به طوری که یک حصار مشترک بین دو قسمت کشیده شود. اگر کمترین حصارکشی ۱۹۰ متر باشد، ضابطه جبری مساحت زمین کدام است؟

(نوبت ۲- کنکور ۱۴۰۲)

❶ $S(x)=۹۵x-۲x^۲$ و $۰<x<۴۷/۵$
❷ $S(x)=۱۹۰x-x^۲$ و $۰<x<۹۵$
❸ $S(x)=۹۵x-۲x^۲$ و $۰<x<۹۵$
❹ $S(x)=۱۹۰x-x^۲$ و $۰<x<۴۷/۵$

پاسخ

اگر از چهار برابر عددی ۲ واحد کم شده و سپس به حاصل، ثلث همان عدد اضافه شود، جواب برابر ۲۰ می‌شود. عدد مورد نظر کدام است؟

❶ ۶ ❷ $۵\frac{۱}{۱۳}$ ❸ $۴\frac{۱۰}{۱۱}$ ❹ $۴\frac{۲}{۱۳}$

پاسخ

توجه فرمایید:
اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

با توجه به پیش‌بینی بازار آهن و فولاد، کارخانه ذوب آهن اصفهان از روز شنبه تا پنج‌شنبه، هر روز تولید خود را ۱/۵ برابر کرده است. اگر اختلاف تولید فولاد در روزهای چهارشنبه و دوشنبه ۴/۵ تُن باشد، تولید روز پنج‌شنبه چند تن است؟

❶ ۸/۱ ❷ ۱۲/۱۵ ❸ ۱۶/۲ ❹ ۲۴/۳

پاسخ

بیان دقیق‌تر و تعداد جواب‌های معادله‌ی درجه اول:

نکته ۶

بحث در تعداد جواب:

می‌دانیم معادله‌ی درجه اول قابل تبدیل به صورت $ax=b$ است و با شرط $a\neq 0$، همیشه دقیقاً یک جواب به صورت $x=\frac{b}{a}$ دارد. ولی دو حالت خیلی خاص هم وجود دارند:

- اگر $a=0$ و $b=0$ باشد، معادله به صورت $0\times x=0$ تبدیل شده و در نتیجه:
  هر عددی در معادله صادق بوده و به عنوان جواب قبول است. (بی‌شمار جواب)
- اگر $a=0$ و $b\neq 0$ باشد، معادله به صورت $0\times x=b$ تبدیل شده و در نتیجه:
  هیچ عددی در معادله صادق نخواهد بود. (بدون جواب)

برای نمونه؛

معادله‌ی $0x=2$ بدون جواب و معادله‌ی $0x=0$ دارای بی‌شمار جواب است.

اگر -1 جواب معادله‌ی درجه اول $(1-k)x^2+3k-6x=10m$ باشد، حاصل $k\times m$ کدام است؟

❶ ۰/۶ ❷ ۰/۷ ❸ ۰/۸ ❹ ۰/۹

پاسخ

توجه کنید:

گاهی معادله در شکل اولیه دو مجهول دارد؛ در چنین حالتی:

- معادله را بر حسب آن دو مجهول بنویسید.

توجه فرمایید:
اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

- با توجه به شرایط داده شده، یک مجهول را بر حسب مجهول دیگر نوشته و آن را در معادله جایگزین کنید.

با حل معادله؛

یکی از مجهولات حاصل شده و طبق شرایط، مجهول دیگر هم مشخص خواهد شد.

طول و عرض یک مستطیل به نسبت ۴ به ۳ هستند. اگر محیط آن ۱۴۰ واحد باشد، مساحت کدام است؟

۱) ۴۵۰ ۲) ۶۰۰ ۳) ۹۰۰ ۴) ۱۲۰۰

پاسخ

حمید مجموعاً سیزده سکه‌ی ۲، ۵ و ۱۰ ریالی به ارزش ۶۷ ریال دارد. اگر تعداد سکه‌های ۲ ریالی دو برابر تعداد سکه‌های ۵ ریالی باشد، تعداد سکه‌های ۱۰ ریالی او کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

پاسخ

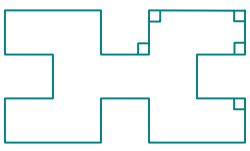
در پایان، نمونه‌هایی از کاربرد معادلات در شکل‌ها آورده می‌شود.

در مستطیلی که طول سه برابر عرض است، طول قطر $2\sqrt{10}$ می‌باشد. محیط آن کدام است؟

۱) $12\sqrt{5}$ ۲) $16\sqrt{5}$ ۳) ۱۲ ۴) ۱۶

پاسخ

در شکل زیر طول تمام پاره خط‌های کوچک x و پاره خط‌های بزرگ $2x$ است و پاره‌خط های مجاور عمود می‌باشند. اگر اندازه محیط شکل برابر اندازه مساحت آن باشد، مقدار x کدام است؟



۱) $\frac{16}{23}$ ۲) $\frac{23}{16}$ ۳) $\frac{11}{24}$ ۴) $\frac{24}{11}$

توجه فرمایید:
اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

پاسخ

TEST تمرین تست

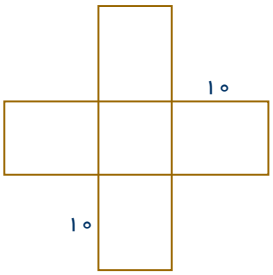
۱ کدام گزینه معادله‌ی درجه یک محسوب می‌شود؟

❶ $\frac{۵}{x}-x=x+۱$
❷ $\frac{x}{۵}-x=x+\frac{۱}{x}$
❸ $\frac{x}{۵}-x=x+۱$
❹ $\frac{۵}{x+۳}=x+۳$

۲ در قلکی کلاً صد سکه‌ی ۵۰ تومانی و ۱۰۰ تومانی وجود دارد. اگر مجموع پول قلک ۶۰۰۰ تومان باشد، تعداد سکه‌های ۱۰۰ تومانی کدام است؟

❶ ۲۰ ❷ ۴۰ ❸ ۶۰ ❹ ۸۰

۳ چهار مستطیل هر کدام به طول ۱۰ سانتی‌متر (ضلع بزرگ‌تر) را مطابق شکل در کنار یک مربع قرار داده‌ایم. اگر مساحت کل شکل ۱۲۹ سانتی‌متر مربع باشد، مساحت مربع کدام است؟



❶ ۴
❷ ۱۶
❸ ۹
❹ ۲۵

۴ کدام عدد است که نصف آن منهای ۱، برابر نصف نصف همان عدد بعلاوه‌ی ۱ باشد؟

❶ ۱۲ ❷ ۱۶ ❸ ۱۸ ❹ ۸

۵ زهرا از برادرش ده سال بزرگ‌تر است. هشت سال بعد، سن زهرا دو برابر سن برادرش می‌شود. سن کنونی زهرا کدام است؟

❶ ۱۲ ❷ ۱۶ ❸ ۲۰ ❹ ۱۴

۶ یک کارگاه تولیدی کفش از ابتدای هفته، هر روز تولید خود را دو برابر کرده است. اگر کل تولید از ابتدا تا سه‌شنبه، صد جفت از تولید چهارشنبه کمتر باشد، کل تولید هفته چند جفت کفش خواهد بود؟ (پنج‌شنبه و جمعه تعطیل است.)

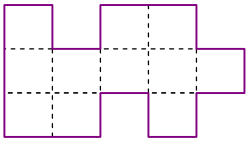
❶ ۳۱۰۰ ❷ ۱۶۰۰ ❸ ۱۵۰۰ ❹ ۱۰۰۰

توجه فرمایید:
اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

۷ در یک کارخانه، حقوق یک مهندس دو برابر یک تکنسین و $\frac{۲}{۳}$ مدیر است. قسمت تولید این کارخانه پنج مدیر، ده مهندس و پانزده نفر تکنسین دارد. ریاست کارخانه برای این قسمت ماهانه ۱۵۰ میلیون تومان حقوق پرداخت می کند. حقوق یک تکنسین در این کارخانه ماهانه چند میلیون تومان است؟

❶ ۴ ❷ ۳ ❸ ۲/۴ ❹ ۳/۶

۸ شکل زیر از تعدادی مربع یکسان تشکیل شده است. اگر مساحت کل مربع‌ها ۴۴ واحد باشد، محیط کل شکل کدام است؟



❶ ۴۴ ❷ ۶۰
❸ ۴۰ ❹ ۸۸

۹ اگر عدد ۴ جواب معادله‌ی $\frac{x}{۳}-a=\frac{۲-x}{۳}-۳$ باشد، a کدام است؟

❶ ۵ ❷ -۵ ❸ $-\frac{۷}{۳}$ ❹ $\frac{۷}{۳}$

۱۰ پنج برابر عددی به‌علاوه دو مساوی سه برابر آن عدد منهای دو است. آن عدد کدام است؟

❶ ۱ ❷ -۱ ❸ -۲ ❹ ۲

۱۱ در یک کارخانه، حقوق یک مهندس سه برابر یک تکنسین و $\frac{۳}{۴}$ مدیر بخش خود است. قسمت تولید این کارخانه، ۲ مدیر بخش، ۵ مهندس و ۱۲ تکنسین دارد. مدیر عامل کارخانه برای این قسمت ماهانه ۶۳ میلیون تومان حقوق پرداخت می‌کند. حقوق یک تکنسین این کارخانه در ماه چقدر است؟

❶ ۱۸۰۰۰۰۰ ❷ ۱۷۰۰۰۰۰ ❸ ۱۶۰۰۰۰۰ ❹ ۱۵۰۰۰۰۰

۱۲ تجزیه شده‌ی عبارت $۲۴x^۴y^۲-۱۶x^۳y^۳$ کدام است؟

❶ $۸x^۳y^۳(۳x-۲y)$ ❷ $۸x^۳y^۲(۳x^۲-۲y)$
❸ $۸x^۲y^۳(۳y-۲x)$ ❹ $۸x^۳y^۲(۳x-۲y)$

۱۳ با افزودن کدام عدد به عبارت $۴x^۲-۶x+\frac{۱}{۴}$ مربع دو جمله‌ای حاصل می شود؟ (کنکور ۸۹)

❶ $\frac{۱۵}{۴}$ ❷ ۱۲ ❸ ۶ ❹ ۲

۱۴ حاصل عبارت $۴۱۴^۲-۴۰۰^۲-۱۴^۲$ کدام است؟

❶ ۱۱۰۰۰ ❷ ۱۱۲۰۰ ❸ ۱۱۴۰۰ ❹ ۱۱۶۰۰

۱۵ اگر $x-\frac{۱}{x}=۴$ باشد، حاصل $(x+\frac{۱}{x})^۲$ کدام است؟

❶ ۲۰ ❷ ۱۸ ❸ ۱۶ ❹ ۱۴

توجه فرمایید:
اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

۱۶ اگر $x+\frac{۱}{x}=۳$ باشد، حاصل $x^۴+x^{-۴}$ کدام است؟

❶ ۸۱ ❷ ۷۹ ❸ ۴۷ ❹ ۴۹

۱۷ یکی از عامل‌های عبارت $۳x^۳-۲x^۲+۹x-۶$ کدام است؟

❶ $۲x+۳$ ❷ $۲x-۳$ ❸ $۳x-۲$ ❹ $۳x+۲$

۱۸ در تجزیه‌ی عبارت $(x-۲)(x+۳)+xy-۲y$ کدام عامل موجود است؟

❶ $x+y+۳$ ❷ $x-y-۳$ ❸ $x-y+۲$ ❹ $x+y-۲$

۱۹ اگر $x+y=۸$ و $x^۲-y^۲=۴۰$ باشد، حاصل $y-x$ کدام است؟

❶ ۵ ❷ ۲/۵ ❸ −۲/۵ ❹ −۵

۲۰ در تجزیه‌ی عبارت $۴a^۲-b^۲-۲b+۴a$ کدام عامل موجود است؟

❶ $۲a+b+۲$ ❷ $۲a-b+۲$ ❸ $۲a+b-۲$ ❹ $۲a-b-۲$

۲۱ حاصل ضرب دو عبارت $(\sqrt{۵}-۱)^۲$ و $(\sqrt{۵}+۱)^۲$ چقدر از جمعشان بیشتر است؟

❶ ۸ ❷ ۶ ❸ ۴ ❹ ۲

۲۲ مستطیلی دارای مساحت $x^۲-۸x+۱۵$ است. اگر عرض مستطیل $x-۵$ باشد، محیط آن کدام است؟ $(x>۵)$

❶ $۲x-۸$ ❷ $۴x-۱۶$ ❸ $۲x-۶$ ❹ $۴x-۱۲$

۲۳ حاصل عبارت $(x-۳)(x^۲+۷)(x+۳)$ کدام است؟

❶ $x^۴-۲x^۲-۶۳$ ❷ $x^۴+۴x^۲-۲۱$
❸ $x^۴-۴x^۲-۲۱$ ❹ $x^۴+۲x^۲-۶۳$

۲۴ در تجزیه‌ی عبارت $۲۵x^۲+۵x-۱۲$ کدام عامل موجود است؟

❶ $۵x-۴$ ❷ $۵x-۱$ ❸ $۵x-۳$ ❹ $۵x+۳$

۲۵ در تجزیه‌ی عبارت $۶x^۲-۵x-۶$ کدام عامل موجود است؟

❶ $۲x+۳$ ❷ $۳x-۲$ ❸ $۳x+۲$ ❹ $۶x-۱$

۲۶ در تجزیه‌ی عبارت $x^۴-۱۰x^۲+۹$ کدام عامل موجود است؟

❶ $x^۲+۹$ ❷ $x^۲+۳$ ❸ $x+۳$ ❹ $x-۹$

۲۷ در تجزیه‌ی عبارت $a(a-۳)(a-۴)-۱۲a+۳۶$ کدام عامل ضرب وجود ندارد؟ **(کنکور ۹۰)**

توجه فرمایید:
اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

۱) $a-۶$ ۲) $a-۳$ ۳) $a-۲$ ۴) $a+۲$

۲۸ کدام معادله برای جمله‌ی «حاصل ضرب یک واحد کمتر از عددی در دو واحد بیشتر از آن، برابر ۱۲ است.» مناسب است؟

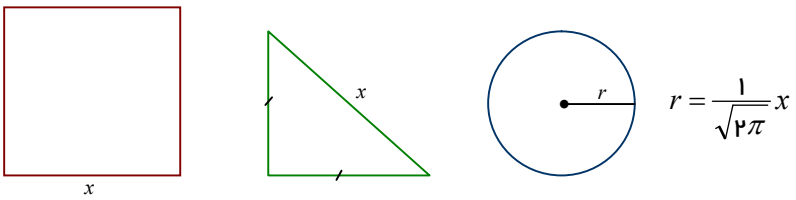
۱) $x^۲-x-۱۰=۰$ ۲) $x^۲+x-۱۰=۰$
۳) $x^۲-x-۱۴=۰$ ۴) $x^۲+x-۱۴=۰$

۲۹ ریشه‌های معادله‌ی $(۲x-۱)^۲=۴۹$ کدام است؟

۱) ۳ و ۴ ۲) -۳ و ۴ ۳) ۳ و -۴ ۴) -۳ و -۴

۳۰ اگر مجموع مساحت‌های سه شکل زیر برابر ۷ باشد، طول ضلع مربع سمت چپ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) $۲\sqrt{۲}$ ۴) ۲



توجه فرمایید:
اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

لیست کامل مجموعه‌های آموزشی

دوره ابتدایی (عادی)	متوسطه اول (عادی)	ریاضی تیزهوشان
جزوه ریاضی پنجم	جزوه ریاضی هفتم	ریاضی تیزهوشان ششم
جزوه ریاضی ششم	جزوه ریاضی هشتم	ریاضی تیزهوشان هفتم
	جزوه ریاضی نهم	ریاضی تیزهوشان هشتم
		ریاضی تیزهوشان نهم

استعداد تحلیلی (ششم به هفتم)	استعداد تحلیلی (نهم به دهم)
جزوه هوش کلامی (ادبی)	جزوه هوش غیرکلامی (تصویری)
جزوه هوش غیرکلامی (تصویری)	جزوه هوش ریاضی و محاسبات
جزوه هوش ریاضی – منطقی و سرعتی	جزوه هوش منطق و استدلال (شامل تحلیل متن)

متوسطه دوم (تجربی: کنکوری)	متوسطه دوم (تجربی: تشریحی)
جزوه کنکور ریاضی دهم	جزوه تشریحی ریاضی دهم
جزوه کنکور ریاضی یازدهم	جزوه تشریحی ریاضی یازدهم
جزوه کنکور ریاضی دوازدهم	جزوه تشریحی ریاضی دوازدهم
جزوه جامع کنکور تجربی	

متوسطه دوم (ریاضی: کنکوری)	متوسطه دوم (ریاضی: تشریحی)
جزوه کنکور ریاضی دهم	جزوه تشریحی ریاضی دهم
جزوه کنکور حسابان (۱)	جزوه تشریحی هندسه (۱)
جزوه کنکور آمار و احتمال	جزوه تشریحی هندسه (۲)
جزوه کنکور هندسه (۲)	جزوه تشریحی حسابان (۱)
جزوه کنکور حسابان (۲)	جزوه تشریحی آمار و احتمال
جزوه کنکور ریاضیات گسسته	جزوه تشریحی ریاضیات گسسته
جزوه کنکور هندسه (۳)	جزوه تشریحی هندسه (۳)
جزوه جامع کنکور ریاضی	جزوه تشریحی حسابان (۲)

رشته انسانی
جزوه ریاضی و آمار پایه دهم (تشریحی + کنکور در یک مجموعه، البته تفکیک شده)
جزوه ریاضی و آمار پایه یازدهم (تشریحی + کنکور در یک مجموعه، البته تفکیک شده)
جزوه ریاضی و آمار پایه دوازدهم (تشریحی + کنکور در یک مجموعه، البته تفکیک شده)

ما متمرکز بر ارتقای کیفیت آموزش هستیم.

سپاس از توجهتان

۰۹۳۵ ۶۰۰ ۸۴۵۴

۰۹۲۰ ۶۰۰ ۸۴۵۴