

ترکیب: دانش شما + ممتوای بی نظیر تدریس ما

تمرین و پاسفنامه

درسنامه آپدیت

کوئیز و آزمون

«آسان و روان، حرفه‌ای و متمایز تدریس کنید.»





«چاپ تمام رنگی جزوه اختصاصی شما برابر هزینه فایل»

(مذف هزینه چاپ)



کلاس ایده‌ال:



سرعت آموزش خود را دو برابر کنید!

(رفع مشکل کمبود وقت برای تدریس کامل کتاب)



پیشنهادات ویژه چاپ:

چاپ کلاسی: بین ۷۰ تا ۸۰ درصد تخفیف برای سفارش ۱۰ جلد یا بیشتر.

چاپ تک جلد: بدون هزینه اضافه، معادل هزینه فایل در آدرستان تحویل می‌شود.

(یک جلد هدیه نسخه خودآموز به مدرس در سفارشات ۲۰ جلد یا بیشتر)

(نسخه تدریس در دست شاگردان)

پند نمونه از نتایج درفشان برفی از همکاران مجموعه درس آموزه: **(خرداد و تابستان ۱۴۰۴)**

- از یک جمع چند نفره خصوصی، تمام افراد نمره ۱۹/۵ یا ۱۹/۷۵ کسب کردند؛ (حسابان دوازدهم نهایی)
- از یک گروه ۲۷ نفره در آموزشگاه، چند نفر ۲۰ و اکثراً نمره بالاتر از ۱۵ نهایی و از یک گروه ۱۱ نفره، پنج نفر نمره ۱۹/۵ یا بالاتر و هیچ کدام کمتر از ۱۸ نبودند؛ (دوازدهم انسانی نهایی)
- از جمع شاگردان فقط یکی از اساتید، کسب ۱۰ رتبه دو رقمی منطقه ۲ در رشته‌های ریاضی، تجربی و انسانی. (کنکور ۱۴۰۴)
- کسب درصد ریاضی فقط ۳ درصد کمتر از رتبه یک کنکور تجربی. (کنکور ۱۴۰۲)

تدریس ریاضیات کنکور:

100%

از متوسط تا پیشرفته و بسیار پیشرفته

با ترکیب دانش فود و ممتوای آموزشی ما، آسان، روان و مؤثر تدریس کنید
(اختصاصی دبیران، مدرسان و اساتید)



دریافت جدیدترین نمونه‌ها:



۰۹۳۵ ۶۰۰ ۸۴۵۴

جزوات شخصی شما
برای تدریس حرفه‌ای ریاضیات کنکور

اطلاعات شخصی مدرس، لوگو و تبلیغات شخصی یا مدرسه یا آموزشگاه، روش‌های ارتباطی با شما و ... روی جلد و در تمام صفحات درسنامه، به زیباترین شکل ممکن درج می‌شود.

۲	هندسه تملیلی و جبر خطوط در صفحه، معادله درجه دوم، گویا و اصم	۱
۱۴۸	هندسه ترسیم، تناسب و خواص، استدلال و تشابه در مثلث	۲
۸۶	تابع انواع توابع، ا به ۱ و وارون پذیری، جبر توابع	۳
۱۱۳	مثلثات واحد رادیان، روابط و توابع مثلثاتی	۴

۵	نمایی و لگاریتم توابع نمایی و لگاریتم، خواص، معادلات و کاربرد	۱۳۷
۶	مد و پیوستگی فرآیند حدی، محاسبه حد، پیوستگی توابع	۱۶۶
۷	آمار و احتمال احتمال شرطی، شاخص مرکزی و پراکندگی آماری	۲۰۰



هندسه تحلیلی و جبر

صفحه	فهرست
۳	دستگاه مختصات
۷	معادله ی خط
۱۸	معادلات درجه دوم
۲۷	نمودار تابع درجه دوم
۳۶	معادلات گویا و اصم
۴۳	ویژه صد درصدی ها



اطلاعات ضروری در مورد نقاط در دستگاه مختصات:

ایستگاه ۱: دستگاه مختصات

برای نقاط $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ در صفحه:

- مختصات نقطه M وسط پاره خط AB :

$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

- فاصله دو نقطه فوق، (طول پاره خط AB):

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

بویژه: فاصله $A(x_1, y_1)$ تا مبدأ برابر است با:

$$OA = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$$

کاربرد ساده:

اگر سه رأس مثلث داده شوند، با محاسبه طول اضلاع، نوع مثلث معلوم می‌شود:

متساوی اضلاع یا متساوی الساقین یا مختلف الاضلاع

بعلاوه:

اگر $(a^2 = b^2 + c^2)$ باشد، مثلث قائم الزاویه است. (a ضلع بزرگ‌تر مثلث)

یک نمونه ساده:

در مثلث با رئوس: مبدأ O ، $A(4, 5)$ و $B(2, 1)$ ، طول میانه OM را حساب می‌کنیم. ابتدا، تعیین مختصات نقطه M وسط ضلع AB :

$$x_M = \frac{2+4}{2} = 3, \quad y_M = \frac{1+5}{2} = 3 \rightarrow M(3, 3)$$

طول میانه OM ، همان فاصله M از نقطه O (یعنی مبدأ) برابر است با:

$$OM = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

تیب سوالات

اگر $A(4, 4)$ و $B(1, 1)$ دو رأس متقابل یک مربع باشند، مساحت مربع کدام است؟

4 11

3 10

2 9

1 8

پاسخ

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

دایره‌ای از نقاط $(0,1)$ و $(3,0)$ گذشته و $x = 2 + y$ معادله‌ی قطری از آن است. فاصله‌ی مرکز دایره تا مبدأ کدام است؟

④ $2\sqrt{2}$

③ $2\sqrt{5}$

② $\sqrt{5}$

① $\sqrt{2}$

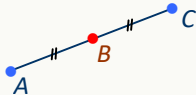
پاسخ ✓

استفاده از مختصات وسط پاره‌خط:

ایستگاه ۱: برقی کاربردها

قرینه‌ی نقاط:

اگر C قرینه‌ی A نسبت به نقطه‌ی B باشد:



چون B وسط AC است: $x_B = \frac{x_A + x_C}{2}$ و $y_B = \frac{y_A + y_C}{2}$

با طرفین - وسطین خواهیم داشت: $C = (2x_B - x_A, 2y_B - y_A)$

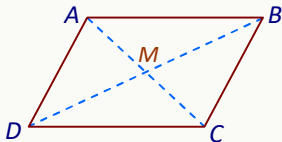
حالت خاص: (قرینه‌ی A نسبت به مبدأ):

مختصات قرینه می‌شوند: $A' = (2(0) - x_A, 2(0) - y_A) \Rightarrow A' = (-x_A, -y_A)$

رئوس متوازی‌الاضلاع:

چون در متوازی‌الاضلاع، قطرهای یکدیگر را نصف می‌کنند، رابطه‌ی مفیدی

بین مختصات رئوس نوشته می‌شود:



$$\left. \begin{aligned} x_M &= \frac{x_A + x_C}{2} \\ x_M &= \frac{x_B + x_D}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x_A + x_C = x_B + x_D$$

به صورت مشابه داریم:

$$y_A + y_C = y_B + y_D$$

بعلاوه:

الف) نقطه $A = (a, b)$ را در نظر بگیرید: قرینه‌اش نسبت به محور طول: $(a, -b)$ ، قرینه نسبت به محور عرض: $(-a, b)$ ،

قرینه نسبت به خط $y = x$: (b, a) و قرینه نسبت به خط $y = -x$: $(-b, -a)$ است. **دلیل:** نمایش در دستگاه

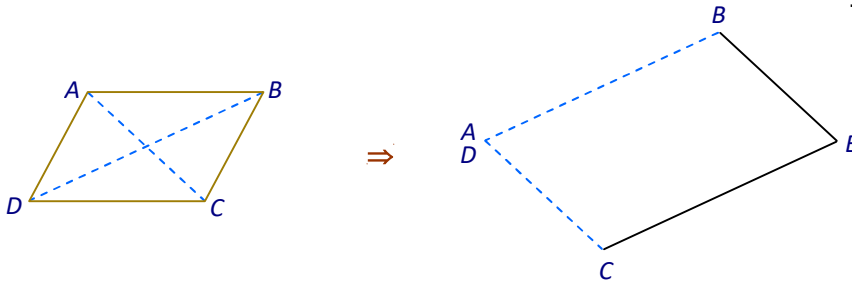
ب) چند مطلب ساده‌ی دیگر در مورد متوازی‌الاضلاع:

① چهار مثلث حاصل از رسم قطرهای در شکل بالا دو به دو هم‌نهشت، ولی مساحت هر چهارتا یکسان است.

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

۲) اگر قطرهای را از یک نقطه رسم کرده و توسط آنها متوازی الاضلاعی تشکیل دهیم، مساحت آن دو برابر مساحت متوازی الاضلاع اولیه خواهد شد.



توجه کنید:

خواص فوق در مورد مربع، مستطیل و لوزی نیز برقرار است.

❖ گزینه‌ی نقطه‌ی $A(3a+1, a+3)$ نسبت به نقطه‌ی $B(2a, 2-a)$ روی خط $2x - 3y = 6$ قرار دارد. طول AB کدام است؟

۴ $\sqrt{34}$

۳ $\sqrt{13}$

۲ ۵

۱ ۴

پاسخ ✓

❖ نقاط $A(-3, 2)$ و $B(-1, 2)$ دو رأس متوازی الاضلاع $ABCD$ بوده و $M(1, -1)$ محل برخورد قطرهای آن است. طول ضلع AD کدام است؟

۴ $3\sqrt{6}$

۳ $\sqrt{6}$

۲ $6\sqrt{2}$

۱ $\sqrt{2}$

پاسخ ✓

❖ دو انتهای یکی از قطرهای مستطیلی $A(1, 7)$ و $C(-4, 19)$ هستند. اگر زاویه‌ی بین دو قطر 30° باشد، مساحت مستطیل کدام است؟

۴ $\frac{169\sqrt{3}}{4}$

۳ $\frac{169}{2}$

۲ ۱۶۹

۱ $\frac{169}{4}$

پاسخ ✓

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

تمرین تست (1)



۱- نقاط $A(1, 2)$ ، $B(2, -1)$ و $C(-1, -1)$ رأس‌های مثلث ABC هستند. نوع این مثلث کدام است؟

- ① متساوی الاضلاع ② متساوی الساقین ③ قائم الزاویه ④ هیچکدام

۲- اگر نقاط $A(3, 1)$ و $B(3, -3)$ دو انتهای قطر بزرگ یک لوزی باشند و قطر کوچک آن نصف قطر بزرگ آن باشد، مساحت لوزی کدام است؟

- ① ۴ ② ۸ ③ ۲ ④ ۱۲

۳- مرکز کوچک‌ترین دایره‌ای که از نقاط $A(a+1, -2a)$ و $B(a-3, 2)$ عبور می‌کند، روی نیمساز نواحی اول و سوم واقع است. شعاع دایره کدام است؟

- ① ۴ ② $4\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ ۲

۴- اگر $A(2, 2)$ ، $B(6, 2)$ و $C(10, 8)$ سه رأس یک متوازی الاضلاع باشند، کدام نقطه نمی‌تواند محل تقاطع قطرهای این متوازی الاضلاع باشد؟

- ① $(4, 2)$ ② $(6, 5)$ ③ $(8, 5)$ ④ $(6, 4)$

۵- مرکز دایره به مختصات (α, β) روی خط $y - 2x = 0$ قرار داشته و این دایره از مبدأ مختصات می‌گذرد. اگر مساحت دایره 20π باشد، حاصل $\alpha + 2\beta$ کدام می‌تواند باشد؟

- ① ۸ ② ۶ ③ -۶ ④ ۱۰

۶- اگر قرینه‌ی نقطه‌ی A نسبت به مبدأ مختصات $(-1, 4)$ باشد، قرینه‌ی $P(3, -2)$ نسبت به A کدام است؟

- ① $(-1, 6)$ ② $(-1, -6)$ ③ $(1, 6)$ ④ $(1, -6)$

۷- قرینه‌ی نقطه‌ی دلخواه A نسبت به نیمساز ربع دوم و چهارم را نسبت به خط $y = x$ تقارن می‌دهیم. نقطه‌ی حاصل چگونه است؟

- ① قرینه A نسبت به مبدأ ② قرینه A نسبت به محور طول
③ قرینه A نسبت به محور عرض ④ خود A

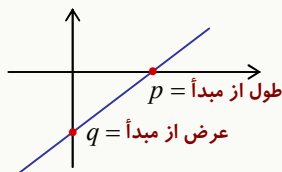
ساده‌ترین معادله در صفحه:

ایستگاه ۱: معادله خط

معادله‌ی یک خط بر حسب x و y درجه اول است و دو شکل مرتب $ax + by + c = 0$ (یا $y = mx + h$) دارد.

بعلاوه:

دو مفهوم ساده در مورد نمودار خط:

❖ «طول از مبدأ»: طول نقطه‌ی برخورد خط با محور x ها. (برای تعیین p ، درمعادله، $y = 0$ را قرار دهید.)❖ «عرض از مبدأ»: عرض نقطه‌ی برخورد خط با محور y ها. (برای تعیین q ، درمعادله، $x = 0$ را قرار دهید.)(توجه: طبق شکل، مساحت مثلثی که توسط خط و محورها ساخته می‌شود: $S = \frac{1}{2} |pq|$)

بعلاوه:

هر خط از بی‌شمار نقطه تشکیل شده و برای تعیین نقطه‌ای از آن کافی است:

- به x یا y عدد دلخواهی نسبت دهیم.
- با جایگذاری آن در معادله، برای متغیر دوم مقداری به دست آوریم.

رسم خط:

کافی است دو نقطه‌ی دلخواه از آن را مشخص کرده و سپس خط گذرا از آن دو را رسم کنید.

تیپ سوالات

❖ نقاط $A(5, 2)$ و $B(-1, 4)$ داده شده‌اند. به ازای کدام مقدار a خط به معادله‌ی $y = ax + 7$ از وسط AB می‌گذرد؟

۲ ④

۱ ③

-۱ ②

-۲ ①

پاسخ ✓

❖ مساحت مثلثی که خط $x - 2y = 5$ با محورهای مختصات تشکیل می‌دهد، کدام است؟④ $\frac{25}{2}$ ③ $\frac{25}{4}$ ② $\frac{5}{4}$

① 5

پاسخ ✓

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

مفهومی مهم در مورد خط‌ها:

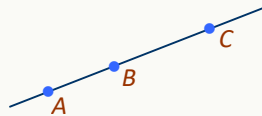
ایستگاه ۲: شیب خط

«شیب» خطی که از دو نقطه‌ی (x_1, y_1) و (x_2, y_2) عبور کند:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, \quad (x_1 \neq x_2)$$

یک کاربرد:

شرط آن که سه نقطه‌ی $A(x_1, y_1)$ ، $B(x_2, y_2)$ و $C(x_3, y_3)$ در یک امتداد (روی یک خط راست) باشند، آن است که:



$$m_{AB} = m_{BC} \Rightarrow \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2}$$

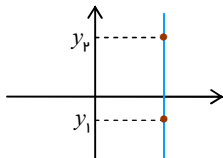
تعیین شیب از معادله:

خط را به صورت مرتب $y = mx + h$ (با ضریب $+1$ در یک طرف) نوشته و سپس:

- شیب آن ضریب x ، یعنی عدد m است.
- عدد h عرض از مبدأ خط است.

به موارد ساده‌ی زیر توجه داشته باشید:

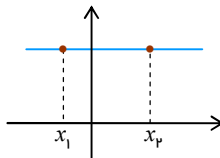
- اگر طول دو نقطه برابر باشد، یعنی $x_1 = x_2$ ، شیب $m = \frac{y_2 - y_1}{0}$ تعریف نشده است. این حالت فقط در مورد خط‌های عمودی اتفاق می‌افتد:



پس:

برای خط‌های عمودی، شیب تعریف نشده است.

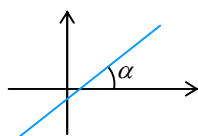
- اگر عرض‌های دو نقطه برابر باشند، یعنی $y_1 = y_2$ ، آنگاه شیب $m = \frac{0}{x_2 - x_1} = 0$ است. این حالت فقط در مورد خط‌های افقی اتفاق می‌افتد:



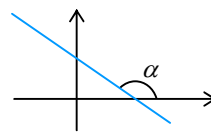
پس:

شیب هر خط افقی برابر صفر است.

- شیب خط، دقیقاً تانژانت زاویه‌ی بین خط با جهت مثبت محور طول است:



شیب مثبت $m = \tan \alpha$



شیب منفی $m = \tan \alpha$

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

تیب سوالات

❖ دو نقطه با مختصات $(-\frac{1}{p}, a)$ و $(-\frac{1}{p}, b)$ دو رأس مجاور یک مربع بوده و روی خط Δ قرار دارند. اگر شیب خط Δ برابر $\sqrt{3}$ باشد، طول قطر این مربع کدام است؟ (نوبت ۲- کنکور ۱۴۰۴)

4 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

2 $\frac{\sqrt{2}}{3}$

1 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

پاسخ ✓

❖ شیب کدام خط از بقیه بیشتر است؟

1 $4x - 3y = 1$

2 گذرا از نقاط $(-1, 3)$ و $(1, 2)$

3 با محور طول زاویه‌ی 60° تشکیل دهد.

4 طول از مبدأ ۱ و عرض از مبدأ ۲ داشته باشد.

پاسخ ✓

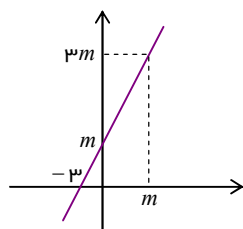
❖ در شکل مقابل، مقدار m کدام است؟

1 ۶

2 ۵

3 ۰

4 ۳



پاسخ ✓

ایستگاه ۳: نوشتن معادله

اطلاعات لازم برای نوشتن معادله‌ی یک خط:

«مختصات یک نقطه روی آن» و «شیب»

اگر نقطه روی خط (x_1, y_1) و شیب m باشد، معادله:

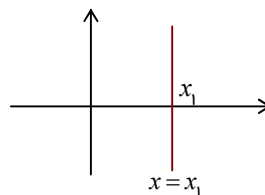
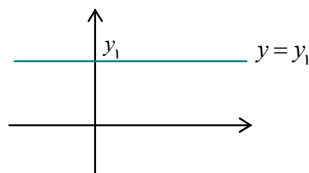
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

بعلاوه:اگر خط از نقاط (x_1, y_1) و (x_2, y_2) بگذرد، معادله آن را می‌توان یکبارگی نیز نوشت:

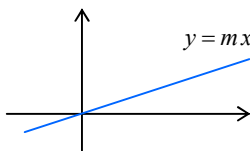
$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

حالت‌های خاص:

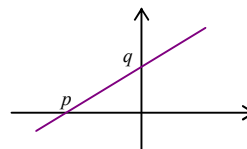
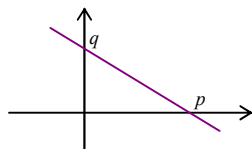
- معادله‌ی خط عمود گذرنده از (x_1, y_1) به صورت $x = x_1$ و معادله‌ی خط افقی گذرنده از (x_1, y_1) به صورت $y = y_1$ است.

**بویژه:**خط $x = 0$ ، محور y ها و خط $y = 0$ ، معادله‌ی محور x ها است.

- معادله‌ی خط با شیب m که از مبدأ عبور کند به صورت $y = mx$ است.



- معادله‌ی خطی که از نقاط $(p, 0)$ و $(0, q)$ عبور کند به صورت $\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$ است.



- معادله‌ی نیمساز ربع‌های اول و سوم به صورت $y = x$ و معادله‌ی نیمساز ربع‌های دوم و چهارم $y = -x$ است.

تیب سوالات

در خطی با طول از مبدأ ۳ و عرض از مبدأ -۱، عرض نقطه‌ی به طول ۶ روی آن خط کدام است؟

۴ ④

-۱ ③

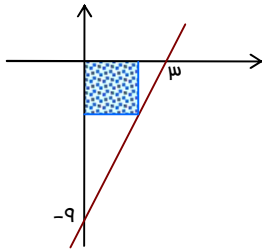
۲ ②

۱ ①

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

پاسخ ✓



در شکل مقابل، قطر مربع هاشور خورده کدام است؟ (نوبت ۲- ریاضی ۱۴۰۳)

۳ / $5\sqrt{2}$ ②

۲ / $5\sqrt{2}$ ④

① $\frac{9}{\sqrt{2}}$

③ $\frac{9}{2\sqrt{2}}$

پاسخ ✓

قرینه‌ی خط $3y - 2x = 4$ را نسبت به خط $y = x$ ، خط d می‌نامیم. عرض از مبدأ خط d کدام است؟ (کنکور ۹۷)

④ ۲

③ ۱

② -۱

① -۲

پاسخ ✓

ایستگاه ۴: مقایسه خطها

دو خط به شکل مرتب $y = mx + h$ و $y = m'x + h'$:

◆ موازی‌اند، هرگاه $m = m'$ ؛ (برابری شیب‌ها)

◆ بر هم عمودند، هرگاه $m' = -\frac{1}{m}$ ؛ یعنی: شیب‌ها قرینه و وارون باشند. ($m \times m' = -1$)

«اگر دو خط موازی نباشند، متقاطع‌اند و نقطه برخوردشان، از تشکیل دستگاه و حل آن مشخص می‌شود.»

بعلاوه؛

اگر دو خط به صورت $ax + by + c = 0$ و $a'x + b'y + c' = 0$ نوشته شوند، آنگاه:

▪ موازی‌اند، هرگاه: $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$ و در غیر این صورت متقاطع‌اند.

▪ در حالت موازی، دو خط بر هم منطبق‌اند، هرگاه: $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$.

▪ بر هم عمودند، هرگاه: $aa' + bb' = 0$.

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

تذکر:

بسیاری مواقع، مختصات رأسی از یک چندضلعی یا معادله برخی اضلاع داده می‌شود. چند کار مفید:

- ۱) اگر نقطه و خط داده شدند، چک کنید نقطه روی خط است یا خیر؟
- ۲) اگر معادله‌ی دو ضلع داده شده، موازی یا متقاطع بودن آن‌ها را چک کنید. (مختصات نقطه برخورد معمولاً لازم می‌شود).
- ۳) برحسب اطلاعات حاصل شده، یک شکل مناسب (تقریبی) رسم کنید.

تیپ سوالات

❖ به ازای کدام مقدار m دستگاه معادلات $\begin{cases} mx + y = m - 1 \\ 3x + (m - 2)y = 4 - 2m \end{cases}$ دارای بی‌شمار جواب است؟ (کنکور ۹۳)

- ۱) -۱ ۲) -۲ ۳) ۳ ۴) هیچ مقدار m

پاسخ ✓

❖ دو ضلع OA و OC از متوازی‌الاضلاع $OABC$ به ترتیب روی محور x و نیمساز ربع اول واقع‌اند و مختصات رأس B به صورت $B(3, 2)$ است. مجموع طول و عرض رأس C کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) ۱ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ ✓

❖ نقاط $A(2, 0)$ و $C(0, -1)$ دو رأس یک مربع و روی یک قطر هستند. کدام نقطه یک رأس مربع روی قطر دیگر است؟ (نوبت ۱ - کنکور ۱۴۰۳)

- ۱) $(0, \frac{3}{2})$ ۲) $(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$ ۳) $(\frac{3}{4}, -\frac{5}{4})$ ۴) $(\frac{5}{4}, \frac{1}{4})$

پاسخ ✓

❓ دایره به مرکز $O(2, -3)$ مفروض است. از نقطه‌ی $A(8, -5)$ واقع بر محیط دایره، خط d را مماس بر دایره رسم می‌کنیم. این خط محور x را در کدام نقطه قطع می‌کند؟

④ $(\frac{19}{3}, 0)$

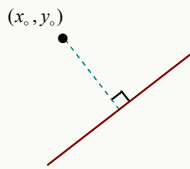
③ $(\frac{29}{3}, 0)$

② $(-\frac{29}{3}, 0)$

① $(-\frac{19}{3}, 0)$

پاسخ ✓

ایستگاه ۵: فاصله تا خط



۱) فاصله‌ی نقطه‌ی (x_0, y_0) از خط به شکل مرتب $ax + by + c = 0$:

$$\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (\text{صورت کسر: نقطه در معادله خط جایگزین شده})$$

حالت خاص:

$$\frac{|c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad \text{فاصله‌ی مبدأ مختصات از خط فوق}$$

۲) فاصله‌ی دو خط موازی:

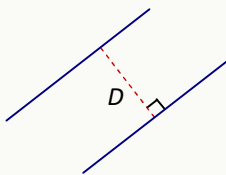
هر یک از روش‌های زیر برای محاسبه D قابل استفاده است:

▪ می‌توان معادله‌ها را به صورت مشابه $ax + by + c = 0$ و $ax + by + c' = 0$ نوشت.

$$D = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad \text{در این حالت}$$

▪ می‌توان معادله‌ها را به صورت مشابه $y = mx + h$ و $y = mx + h'$ نوشت.

$$D = \frac{|h - h'|}{\sqrt{1 + m^2}} \quad \text{در این حالت}$$



روش دیگر: (فاصله‌ی دو خط موازی)

نقطه‌ای دلخواه روی یکی از خط‌ها انتخاب کرده و فاصله‌اش تا خط دیگر را حساب کنید.

توجه کنید:

بیشترین کاربرد موارد بالا: «ابعاد و بویژه ارتفاع مثلث»، «ابعاد مربع یا مستطیل» و «شعاع دایره»، وقتی معادله یک خط مماس بر آن داده شده است.

تیب سوالات

نقطه‌ی $A(2, 3)$ رأس مربعی است که خط $2x + y - 2 = 0$ یک قطر آن می‌باشد. مساحت مربع کدام است؟

۲۰ 4

۱۰ 3

 $\frac{5}{2}$ 2

۲۵ 1

پاسخ ✓

توجه: مساحت مربع بر حسب قطر مستقیماً از رابطه‌ی $S = \frac{d^2}{2}$ حاصل می‌شود.

سه ضلع یک مثلث به معادلات $AB: y + 2x = 7$ ، $AC: 4y - 3x = 17$ و $BC: 2y - 7x = -19$ هستند. طول

ارتفاع BH کدام است؟ (کنکور ۱۴۰۱)

۳ 4

 $\frac{2}{5}$ 3 $\frac{4}{4}$ 2

۱ 1

پاسخ ✓

دایره‌ی به مرکز $(2, 1)$ بر دو خط $3x + 4y = 5$ و $12y - 5x = a$ مماس است. مقادیر ممکن برای a کدام اند؟

-۱ و -۳ 4

۱۵ و -۱۱ 3

۱ و ۳ 2

-۱۵ و ۱۱ 1

پاسخ ✓

دو ضلع مقابل به هم یک مستطیل روی خطوط به معادله‌ی $y - ax = 1$ و $ay - x = a - 1$ واقع هستند. اگر قطر مستطیل

برابر ۵ و نقطه‌ی $(1, 2)$ یک رأس مستطیل باشد، مساحت مستطیل کدام است؟ (نوبت ۱ - کنکور ۱۴۰۲)

 $2\sqrt{34}$ 4 $\sqrt{46}$ 3 $\frac{3}{5}$ 2 $\frac{2}{5}$ 1

پاسخ ✓

تمرین تست (۲)



۱- اگر خط به معادله‌ی $y = (2m - n)x + n + 1$ از نقاط $A(1, 2)$ و $B(-3, 0)$ بگذرد، شیب خط به معادله‌ی $ny + 2mx + 1 = 0$ کدام است؟

- ۱ ① ۱ ② -۲ ③ ۲ ④

۲- مساحت ناحیه‌ی محدود به محور x ها و نیمساز ناحیه‌ی سوم و خط به معادله‌ی $y = 2(x + 3)$ کدام است؟

- ۶ ① ۸ ② ۹ ③ ۱۲ ④

۳- خط گذرنده از نقطه‌ی $(-1, 2)$ و عمود بر خط $2y + x = 0$ محور x ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

- ۴ ① ۲ ② -۲ ③ -۴ ④

۴- سه خط $\begin{cases} x + y = 7 \\ 2x - 4y + 10 = 0 \\ (k + 1)x - ky = 0 \end{cases}$ در یک نقطه متقاربانند، (یعنی هر سه در یک نقطه با هم برخورد می‌کنند). k کدام است؟

- ۳ ① ۴ ② ۵ ③ ۶ ④

۵- اگر سه نقطه‌ی $(m, 2)$ ، $(0, m)$ و $(-1, 0)$ روی یک خط راست باشند، مقدار m کدام است؟

- ۱ ① ۲ و -۱ ② -۲ و ۱ ③ ۲ ④

۶- هرگاه $A(2, -2)$ و $C(3, 2)$ دو رأس مربع $ABCD$ باشند، معادله‌ی قطر BD کدام است؟

- $y = -x + \frac{5}{8}$ ① $y = -\frac{1}{4}x + \frac{5}{8}$ ② $y = \frac{1}{4}x + \frac{5}{8}$ ③ $y = x + \frac{5}{8}$ ④

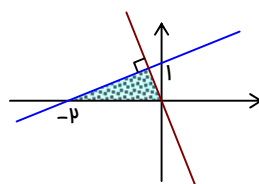
۷- معادله‌ی عمود منصف پاره‌خط AB که در آن $A(-a, b)$ و $B(b, 0)$ هستند، به صورت $y = 3x + 4$ است. فاصله‌ی مبدأ مختصات از A کدام است؟

- $\sqrt{2}$ ① $2\sqrt{2}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{5}$ ④

۸- دستگاه معادلات $\begin{cases} (m-1)x + y = m-2 \\ 4x + (m-1)y = 2 \end{cases}$ فاقد جواب است. خط $(m-2)x + my = 3$ بر کدام خط زیر عمود است؟

- $2y - 3 = 6x$ ① $2x - 4 = 6y$ ② $y - 5 = 3x$ ③ $y + \frac{1}{3}x = -1$ ④

۹- مساحت ناحیه‌ی سایه‌دار در شکل مقابل کدام است؟



- ۵/۶ ① ۵/۸ ② ۱ ③ ۱/۲ ④

توجه فرمایید:

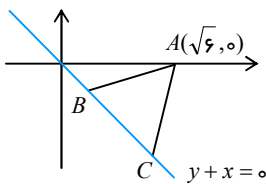
اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

۱۰- فاصله‌ی مبدأ مختصات از خط به معادله‌ی $2y = mx + b$ گذرنده بر نقطه‌ی $(1, 2)$ برابر یک است. m کدام است؟

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{2}{3}$ ④ $-\frac{3}{2}$

۱۱- دو نقطه روی خط $2x + y = 1$ وجود دارند که از خط گذرا بر نقطه‌ی $(1, 2)$ و دارای شیب ۲، به فاصله‌ی $\sqrt{5}$ هستند. فاصله‌ی این دو نقطه کدام است؟

- ① ۴ ② $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{5\sqrt{5}}{2}$ ④ ۵



۱۲- اگر مثلث ABC در شکل روبه‌رو متساوی الاضلاع باشد، مساحت آن کدام است؟

- ① ۹ ② $2\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ ۳

۱۳- نقطه $(-6, 3)$ یک رأس متوازی الاضلاعی است که دو ضلع آن روی خطوط $x - 3y = 4$ و $x + 4y = -3$ هستند. بیشترین فاصله وسط قطر از اضلاع کدام است؟

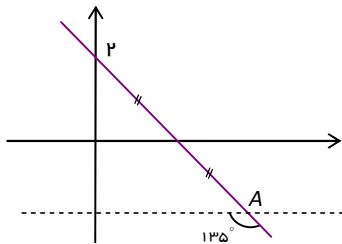
- ① $\frac{19}{2\sqrt{10}}$ ② $\frac{19}{\sqrt{10}}$ ③ $\frac{\sqrt{65}}{\sqrt{2}}$ ④ $\frac{\sqrt{65}}{2}$

۱۴- دو خط $3x - 4y = 1$ و $2by + x = 3b + 1$ موازی‌اند. مجذور فاصله‌ی دو خط کدام است؟

- ① $0/16$ ② $0/25$ ③ $0/64$ ④ $1/44$

۱۵- در شکل مقابل، فاصله‌ی نقطه‌ی A از مبدأ مختصات کدام است؟

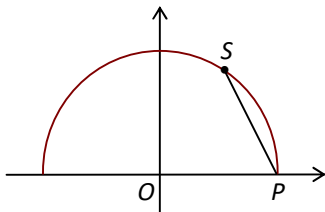
(نوبت ۱- ریاضی ۱۴۰۳)



- ① $2\sqrt{5}$ ② $3\sqrt{6}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $5\sqrt{2}$

۱۶- نقطه $S(a, 3)$ روی نیم‌دایره شکل زیر داده شده است. اگر طول وتر

PS برابر شعاع نیم‌دایره باشد، مقدار a کدام است؟ (نوبت ۲- ریاضی ۱۴۰۴)



- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ ۱ ④ $\sqrt{3}$

۱۷- دو خط با عرض از مبدأهای ۲ و -۱ هر دو با جهت مثبت محور طول زاویه‌ی 30° درجه می‌سازند. فاصله‌ی بین این دو خط کدام است؟

- ① ۳ ② $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ③ $3\sqrt{3}$ ④ $\frac{3}{2}$

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

۱۸- دو ضلع مستطیلی منطبق بر دو خط $2y+x=6$ و $2x-y=7$ و یک رأس آن نقطه‌ی $A(8,5)$ است. مساحت مستطیل کدام است؟

- ① $9/6$ ② $11/4$ ③ $12/8$ ④ $7/2$

۱۹- نقطه‌ی $A(7,6)$ رأس یک متوازی‌الاضلاع است که دو ضلع آن منطبق بر دو خط $2y-3x=11$ و $3y+4x=8$ هستند. مختصات وسط یک قطر آن کدام است؟

- ① $(3,4)$ ② $(1,5)$ ③ $(4,3)$ ④ $(3,5)$

۲۰- در مثلث با رأس‌های $A(-1,2)$ ، $B(3,0)$ و $C(1,-2)$ ، طول ارتفاع AH کدام است؟

- ① 3 ② $3\sqrt{21}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt{2}$

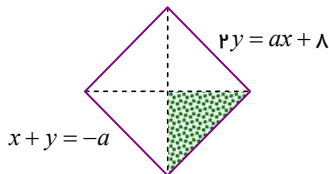
۲۱- مساحت متوازی‌الاضلاع $ABCD$ که سه رأس آن $A(1,5)$ ، $B(7,3)$ و $C(2,-2)$ باشند، کدام است؟

- ① 40 ② $40\sqrt{2}$ ③ $20\sqrt{2}$ ④ 20

۲۲- در مثلثی معادله‌ی سه ضلع AB ، AC و BC به ترتیب $y=2x$ ، $y=-4x+12$ و $y=\frac{1}{4}x-4$ است. اگر معادله‌ی

ارتفاع وارد بر BC به صورت $ax+by+c=0$ باشد، نسبت a به c کدام است؟

- ① $-\frac{1}{10}$ ② $-\frac{1}{6}$ ③ $-\frac{1}{4}$ ④ $-\frac{1}{2}$



۲۳- در مربع شکل روبه‌رو، مساحت ناحیه‌ی سایه‌دار کدام است؟

- ① 2 ② 1 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{4}$

۲۴- نقطه‌ی C قرینه‌ی $A(a,4)$ نسبت به $B(2,-1)$ است و فاصله‌ی C از خط $x+2y=3$ برابر $\frac{\sqrt{5}}{5}$ است. مجموع

مقادیر ممکن برای a کدام است؟

- ① 2 ② -2 ③ -22 ④ -10



یادآوری:

معادله درجه دوم پس از ساده شدن به شکل $ax^2 + bx + c = 0$ با شرط $(a \neq 0)$ است؛ جواب‌ها بر حسب $\Delta = b^2 - 4ac$:

♦ اگر $\Delta > 0$ باشد، معادله **دو ریشه‌ی مختلف** (متمايز) α و β دارد که عبارتند از:

$$\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{و} \quad \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

♦ اگر $\Delta = 0$ باشد، معادله **دو ریشه‌ی مضاعف** (برابر) دارد که عبارتند از:

$$\alpha = \beta = -\frac{b}{2a}$$

♦ اگر $\Delta < 0$ باشد، معادله **هیچ جوابی** ندارد.

حالت‌های ویژه: (بسیار مهم)

در معادله‌ی بالا، همواره به سه حالت زیر توجه داشته باشید:

- اگر a و c مختلف‌العلامه باشند، همیشه $\Delta > 0$ است و معادله یک جواب مثبت و یک جواب منفی دارد.
- اگر $a + b + c = 0$ باشد، آنگاه یکی از ریشه‌ها 1 و دیگری $\frac{c}{a}$ است.
- اگر $b = a + c$ باشد، آنگاه یکی از ریشه‌ها -1 و دیگری $-\frac{c}{a}$ است.

◊ کدام یک از عددهای زیر، یک ریشه‌ی معادله‌ی $x^2 - (a-1)x + (a-2) = 0$ است؟

4 $a-2$

3 $2-a$

2 $1-a$

1 $a-1$

پاسخ

توجه کنید: (مهم)

هر وقت در مورد ریشه‌های α و β از یک معادله‌ی درجه دوم صحبت می‌شود، باید از وجود جواب‌ها مطمئن باشید.

(در صورت لزوم باید شرط $\Delta \geq 0$ را چک کنید.)

ایستگاه ۱: ارتباط ریشه‌ها

α و β را ریشه‌های معادله‌ی $ax^2 + bx + c = 0$ بگیرید. آنگاه:

$$s = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \quad \text{مجموع ریشه‌ها؛} \quad p = \alpha\beta = \frac{c}{a} \quad \text{حاصل ضرب ریشه‌ها؛}$$

برخی عبارت‌های خاص بر حسب s و p :

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = s^2 - 2p \quad \text{جمع مجذورات؛}$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{s}{p} \quad \text{جمع معکوس‌ها؛}$$

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

$$\frac{1}{\alpha^p} + \frac{1}{\beta^p} = \frac{\beta^p + \alpha^p}{\alpha^p \beta^p} = \frac{s^p - 2p}{p^p}$$

جمع معکوس مجزوات:

جمع مکعب ریشه‌ها:

$$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha^2\beta - 3\alpha\beta^2 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = s^3 - 3ps$$

بعلاوه:

اختلاف (فاصله) ریشه‌ها به آسانی به صورت $|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$ و یا $|\alpha - \beta| = \sqrt{s^2 - 4p}$ محاسبه می‌شود.

نتایج ساده:

معادله وقتی دو جواب قرینه دارد که $s = -\frac{b}{a} = 0$ ، یعنی $b = 0$ باشد. شرط ریشه‌های وارون:

$$p = 1 \Rightarrow a = c$$

بررسی یک نمونه:

اگر α و β جواب‌های معادله $3x^2 + x + 2 = 0$ باشند، مقدار $3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2$ را حساب می‌کنیم. چون:

$$s = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \Rightarrow s = -\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \quad \text{و} \quad p = \alpha\beta = \frac{c}{a} \Rightarrow p = \frac{2}{3} = -\frac{2}{3}$$

است، در نتیجه:

$$3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 = 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = 3ps \Rightarrow 3\left(-\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{2}{3}$$

تیب سوالات

اگر مجموع ریشه‌های معادله $2x^2 + mx + n = 0$ برابر 2 و حاصل ضرب آنها $-\frac{5}{2}$ باشد، مقدار $m + n$ کدام است؟

4 9

3 -9

2 -1

1 1

پاسخ ✓

معادله $x^2 + (m^3 - m)x + 3m + 1 = 0$ به ازای کدام مقدار m دو ریشه‌ی حقیقی قرینه دارد؟

4 0

3 0 و 1

2 -1 و 0 و 1

1 -1

پاسخ ✓

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

به ازای کدام مقدار m در معادله $x^2 - mx + 8 = 0$ یکی از ریشه‌ها مربع دیگری است؟

- 1 4
 2 8
 3 2
 4 6

پاسخ

به ازای کدام مقدار m مجموع مجذورات دو ریشه‌ی حقیقی معادله $x^2 - mx + m - 1 = 0$ برابر 4 است؟

- 1 -6
 2 -2
 3 2
 4 6

پاسخ

مجموع جذر معکوس ریشه‌های معادله $x^2 + 3x + 2 = 0$ کدام است؟ (نوبت 2- کنکور 1404)

- 1 3
 2 2
 3 -2
 4 -3

پاسخ

α و β ریشه‌های معادله $x^2 + 6x + a = 0$ هستند. اگر $\alpha < \beta < 0$ و $3\alpha^2 + 2\beta^2 = 12\sqrt{2} + 85$ باشد، مقدار a

چقدر است؟ (ریاضی 1401)

- 1 $\frac{13}{4}$
 2 $\frac{21}{5}$
 3 1
 4 2

پاسخ

توجه کنید: (کاربردی و مهم)

ریشه‌ها در معادله صدق می‌کنند! یعنی: اگر x' و x'' ریشه‌های معادله‌ی $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، باید:

$$ax'^2 + bx' + c = 0 \quad \text{و} \quad ax''^2 + bx'' + c = 0$$

در معادله‌ی درجه دوم $x^2 - 3x + 1 = 0$ حاصل $\sqrt{x'^2(3x'' - 1)}$ چقدر است؟

۱ 4

۲ 3

۳ 2

۴ 1

پاسخ

اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 3x - 5 = 0$ باشند، حاصل $\alpha^2 - 2\alpha + \beta$ کدام است؟

۴ 4

۶ 3

۸ 2

۳ 1

پاسخ

اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 2x - 6 = 0$ باشند، حاصل عبارت $(\alpha^2 - 6)^3 + 8\beta^3$ کدام است؟

۳۵۲ 4

۴۴ 3

۲۶۴ 2

۸۸ 1

پاسخ

اگر α و β جواب‌های معادله‌ی $x^2 + x - 1 = 0$ باشند، حاصل عبارت $\frac{\alpha^6}{(\beta+1)^6} + \frac{\beta^5}{(\alpha+1)^5}$ برابر کدام است؟

۰ 4

۱ 3

۳ 2

۲ 1

پاسخ

ایستگاه ۲: نوشتن معادله

حالت کلی: هرگاه s و p (جمع و ضرب ریشه‌ها) معلوم باشند، معادله چنین است:

$$x^2 - sx + p = 0$$

یک تکنیک سریع:

گاهی باید معادله‌ای بنویسیم که ریشه‌هایش با ریشه‌های یک معادله‌ی داده شده، ارتباط معلومی دارند. به جای

تعیین s و p (که ممکن، ولی زمان‌بر است)، چنین عمل کنید:

- ریشه‌ی معادله‌ی داده شده را x و ریشه‌ی معادله‌ی مورد نظر را y در نظر بگیرید.
- با توجه به شرط مسأله، رابطه‌ای بین x و y بنویسید.
- از رابطه‌ی نوشته شده، x را بر حسب y به دست آورده و در معادله‌ی داده شده جایگزین کنید.
- عبارت حاصل را ساده کنید تا یک معادله‌ی درجه دوم حاصل گردد.

توجه کنید:

حالت‌های ساده‌ی زیر را مستقیماً و بدون تکنیک‌های بالا هم می‌توان جواب داد:

(الف) وقتی ریشه‌های معادله $(x_1$ و $x_2)$ معلوم باشند، معادله مستقیماً به صورت $(x-x_1)(x-x_2)=0$ نیز نوشته می‌شود. بعلاوه، اگر ضریب x^2 در معادله (عدد a) داده شده باشد، باید معادله را به صورت $a(x-x_1)(x-x_2)=0$ در نظر بگیرید.

(ب) وقتی x_1 و x_2 ریشه‌های معادله‌ی $ax^2 + bx + c = 0$ باشند:

- معادله‌ای که ریشه‌هایش معکوس x_1 و x_2 باشند: $cx^2 + bx + a = 0$
- معادله‌ای که ریشه‌هایش قرینه‌ی x_1 و x_2 باشند: $ax^2 - bx + c = 0$
- معادله‌ای که ریشه‌هایش معکوس x_1 و x_2 باشند: $cx^2 - bx + a = 0$

بیان چند نمونه:

(۱) معادله‌ی درجه دوم با دو شرط زیر را می‌نویسیم:

یکی از جواب‌های آن $1-2\sqrt{3}$ باشد. ضرایب آن عددهای گویا باشند.

چون یکی از جواب‌ها $1-2\sqrt{3}$ است، برای این که s و p عددهای گویا (غیر رادیکالی) به دست آیند، لازم است جواب دیگر مزدوج جواب اول باشد، یعنی: $1+2\sqrt{3}$. بنابراین:

$$s = 1 - 2\sqrt{3} + 1 + 2\sqrt{3} = 2 \quad \text{و} \quad p = (1 - 2\sqrt{3})(1 + 2\sqrt{3}) = 1^2 - (2\sqrt{3})^2 = 1 - 12 = -11$$

و معادله به صورت $x^2 - 2x - 11 = 0$ نوشته می‌شود.

(۲) معادله‌ای می‌نویسیم که ریشه‌های آن از ریشه‌های معادله‌ی $4x^2 - x - 1 = 0$ دو واحد کوچک‌تر باشد.

روش عادی:

باید ریشه‌ها $\alpha - 2$ و $\beta - 2$ باشند. چون $\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{1}{4}$ و $\alpha\beta = \frac{c}{a} = -\frac{1}{4}$ است، پس در معادله‌ی مورد نظر:

$$s = \alpha - 2 + \beta - 2 = \alpha + \beta - 4 = \frac{1}{4} - 4 = -\frac{15}{4}$$

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

$$p = (\alpha - 2)(\beta - 2) = \alpha\beta - 2(\alpha + \beta) + 4 = -\frac{1}{4} - 2\left(\frac{1}{4}\right) + 4 = \frac{13}{4}$$

$$x^2 - \left(-\frac{15}{4}\right)x + \frac{13}{4} = 0 \xrightarrow{\times 4} 4x^2 + 15x + 13 = 0 \quad \text{و معادله چنین است:}$$

روش سریع:

باید $y = x - 2$ و در نتیجه $x = y + 2$ باشد. جایگذاری و ساده سازی:

$$\underbrace{4(y+2)^2}_{4(y^2+4y+4)} - (y+2) - 1 = 0 \rightarrow 4y^2 + 15y + 13 = 0$$

تیب سوالات

ریشه‌های کدام معادله از معکوس ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم $2x^2 - 3x - 1 = 0$ یک واحد کمتر است؟ (کنکور ۹۴)

$$x^2 + 5x + 2 = 0 \quad \textcircled{4}$$

$$x^2 - 5x + 2 = 0 \quad \textcircled{3}$$

$$x^2 + 3x + 1 = 0 \quad \textcircled{2}$$

$$x^2 - 3x + 1 = 0 \quad \textcircled{1}$$

پاسخ ✓

اگر $\frac{1}{\beta-1}$ و $\frac{1}{\alpha-1}$ ریشه‌های معادله‌ی $x^2 + 2x - 5 = 0$ باشند، α و β ریشه‌های کدام معادله هستند؟

$$5x^2 - 12x + 6 = 0 \quad \textcircled{2}$$

$$5x^2 - 12x - 6 = 0 \quad \textcircled{1}$$

$$5x^2 + 12x + 6 = 0 \quad \textcircled{4}$$

$$-5x^2 - 12x + 6 = 0 \quad \textcircled{3}$$

پاسخ ✓

توجه کنید: (تغییر متغیر)

برخی معادلات که ممکن است حتی درجه دوم نباشند، ولی کلیت آن‌ها شبیه این نوع معادلات است، با تغییر کوچکی تبدیل به درجه دوم شده و راهی برای حل پیدا می‌کنند.

برای نمونه:

در حل معادله‌ی درجه چهارم $(x^2 - 1)^2 + (x^2 - 1) = 6$ ، قرار می‌دهیم: $x^2 - 1 = t$ و در نتیجه معادله به صورت $t^2 + t - 6 = 0$ تبدیل و حل می‌شود:

$$(t+3)(t-2) = 0 \Rightarrow t = -3, t = 2$$

طبق تغییر متغیر به کار رفته:

- $t = 2: x^2 - 1 = 2 \rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \sqrt{3}, x = -\sqrt{3}$

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

- غیر ممکن و جواب ندارد $x^2 = -2 \rightarrow x^2 - 1 = -3: t = -3$

پس معادله فقط دو جواب $\pm\sqrt{3}$ دارد.

در معادله $x^2(x-4)^2 - 2x^2 + 8x = 15$ ، نسبت ریشه‌ی بزرگ‌تر به ریشه‌ی کوچک‌تر کدام است؟

- ① -1 ② $\frac{1}{5}$ ③ -5 ④ 1

پاسخ

اگر معادله $(m^3 + m)x^6 - 3x^3 + m^2 - 4 = 0$ دو جواب مختلف‌العلامت داشته باشد، محدوده‌ی m شامل چند عدد

طبیعی است؟

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

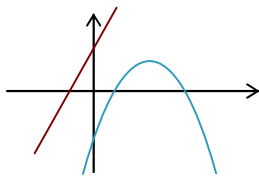
پاسخ

تمرین تست (۳)



۱- خط $y = 2x + 4$ و سهمی $y = -x^2 + 2ax - 4$ به صورت روبه‌رو هستند.

a چند جواب صحیح دارد؟



- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3

۲- در معادله $2x^2 - mx + 5m = 0$ مقدار m چقدر باشد تا ریشه‌های معادله عکس و قرینه‌ی هم باشند؟

- ① $\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{2}{5}$ ④ $\frac{2}{5}$

۳- اگر α یکی از ریشه‌های معادله $x^2 - 3x - 2 = 0$ باشد، مقدار عبارت $\alpha^3 - \frac{8}{\alpha^3}$ کدام است؟

- ① ۴۵ ② ۹ ③ -۹ ④ ۳۵

۴- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + x - 1 - m^2 = 0$ باشند، کمترین مقدار برای $\alpha^2 + \beta^2$ کدام است؟ (نوبت ۱- کنکور ۱۴۰۴)

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

4 5

3 3

7 2

1 1

۵- در معادله‌ی درجه دوم $x^2 - 4x + 1 = 0$ حاصل عبارت $(x_1^2 - 4x_1 + 2)(x_2^2 - 4x_2 + 4)$ چقدر است؟
(x_1 و x_2 ریشه‌های معادله هستند.)

3 4

2 3

1 2

0 1

۶- معادله‌ی درجه دومی که ریشه‌های آن $2 - \sqrt{4-a}$ و $2 + \sqrt{4-a}$ باشند، کدام است؟

4 $x^2 - ax + 4 = 0$ 3 $x^2 - 4x + a = 0$ 2 $x^2 + 4x - a = 0$ 1 $x^2 + ax - 4 = 0$

۷- اگر جواب‌های معادله‌ی $(m-1)x^2 - (2m+1)x + m = 5$ شیب‌های دو خط عمود بر هم باشند، مجموع مربعات جواب‌های این معادله کدام است؟

4 $\frac{57}{4}$ 3 $\frac{55}{4}$ 2 $\frac{53}{4}$ 1 $\frac{51}{4}$

۸- معادله‌ی $3x^2 + (2m-1)x + 2 - m = 0$ دارای دو ریشه‌ی حقیقی است. اگر مجموع ریشه‌ها با معکوس حاصل ضرب آن دو ریشه برابر باشد، m کدام است؟ (کنکور ۹۹)

4 $-\frac{5}{2}$

3 3

2 -1

1 $\frac{7}{2}$

۹- اگر $\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2}$ باشد، ضرب مقادیر قابل قبول برای $\tan x$ کدام است؟

4 -3

3 3

2 -1

1 1

۱۰- اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 3x - 2m + 1 = 0$ و $2\alpha - 3\beta = 6$ باشد، مقدار m کدام است؟

4 -2

3 $-\frac{3}{2}$ 2 $\frac{1}{2}$

1 0

۱۱- به ازای دو مقدار a ، یک ریشه‌ی معادله‌ی $3x^2 - ax + 4 = 0$ سه برابر ریشه‌ی دیگر است. اختلاف این دو مقدار a ، کدام است؟ (کنکور ۱۴۰۱)

4 18

3 16

2 9

1 8

۱۲- اگر α و β جواب‌های معادله‌ی $2x^2 + 2x - 1 = 0$ و $\frac{2\alpha + k}{\beta + 1} + \frac{2\beta + k}{\alpha + 1} = 1$ باشد، مقدار k برابر کدام است؟

4 $1/5$ 3 $-1/5$ 2 $-2/5$ 1 $2/5$

۱۳- در کدام مجموعه مقادیر a ، عدد -2 بین ریشه‌های معادله‌ی $-x^2 + ax + 2 = 0$ قرار دارد؟

4 $a < -1$ 3 $a < -2$ 2 $a > 2$ 1 $a > 1$

۱۴- اگر α و β جواب‌های معادله‌ی $2x^2 + 13x - 8 = 0$ باشند، مقدار $\frac{\alpha}{\beta^2 - 4} - \frac{2\beta}{13\alpha}$ کدام است؟

$$\frac{135}{104} \quad 4$$

$$\frac{201}{104} \quad 3$$

$$-\frac{201}{104} \quad 2$$

$$-\frac{135}{104} \quad 1$$

۱۵- ریشه‌های معادله‌ی $2x^2 - ax + b = 0$ نیم واحد از ریشه‌های معادله‌ی $6ax^2 + ax - 6 = 0$ بیشتر است. مقدار $\left[\frac{ab}{4}\right]$ کدام است؟ (نوبت ۲- کنکور ۱۴۰۲)

$$-1 \quad 4$$

$$-2 \quad 3$$

$$-3 \quad 2$$

$$-4 \quad 1$$

۱۶- حاصل ضرب ریشه‌های معادله‌ی $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7) = 20$ کدام است؟

$$22 \quad 4$$

$$5 \quad 3$$

$$85 \quad 2$$

$$15 \quad 1$$

۱۷- تعداد ریشه‌های معادله‌ی زیر چگونه است؟

$$(2x-1)(2x+1)(2x+3)(2x+5) = 9$$

۱ دو ریشه‌ی مثبت و دو ریشه‌ی منفی دارد.

۲ یک ریشه‌ی مثبت و سه ریشه‌ی منفی دارد. (یکی از ریشه‌های منفی مضاعف است).

۳ فقط دو ریشه‌ی مختلف‌العلامت دارد.

۴ سه ریشه‌ی مثبت دارد. (یکی از این سه ریشه مضاعف است).

۱۸- مجموع ریشه‌های حقیقی معادله‌ی $(x^2 + x)^2 - 18(x^2 + x) + 72 = 0$ کدام است؟

$$4 \quad 4$$

$$2 \quad 3$$

$$-2 \quad 2$$

$$-4 \quad 1$$

۱۹- حاصل ضرب ریشه‌های حقیقی معادله‌ی $(4-x^2)^2 = 23 - 2x^2$ کدام است؟

$$6 \quad 4$$

$$7 \quad 3$$

$$-7 \quad 2$$

$$-6 \quad 1$$

۲۰- برای کدام مقادیر m از معادله‌ی $x - 2\sqrt{x} + m - 1 = 0$ دو جواب متمایز برای x حاصل می‌شود؟

$$\text{هیچ مقدار} \quad 4$$

$$1 \leq m < 2 \quad 3$$

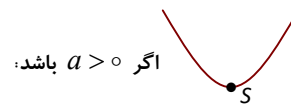
$$m < 2 \quad 2$$

$$m \geq 1 \quad 1$$



یادآوری:

- نمودار تابع $y = ax^2 + bx + c$ (با شرط: $a \neq 0$) یک سهمی با شکل و مشخصات زیر است:
- نمودار برای $a > 0$ دارای می‌نیم و برای $a < 0$ دارای ماکزیمم است. نقطه‌ی ماکزیمم یا می‌نیم «رأس» سهمی است.



مختصات رأس S به صورت زیر است:

$$x_S = -\frac{b}{2a} \quad \text{و} \quad y_S = -\frac{\Delta}{4a}$$

و خط عمودی به معادله $x = -\frac{b}{2a}$ محور تقارن سهمی است.

توجه کنید:

بیشترین یا کمترین مقدار عبارت درجه دوم، همان y_S ، یعنی $(-\frac{\Delta}{4a})$ است. (روش دیگر: جایگذاری x_S در ضابطه)

برای نمونه:

سهمی $y = x(2-x) + 4x - 1$ را در نظر بگیرید.

الف) نمودار دارای ماکزیمم است. زیرا در شکل استاندارد، $a < 0$ است:

$$y = x(2-x) + 4x - 1 = 2x - x^2 + 4x - 1 \Rightarrow y = -x^2 + 6x - 1$$

ب) مختصات نقطه‌ی ماکزیمم:

$$x = -\frac{b}{2a} \rightarrow x = -\frac{6}{2(-1)} = 3 \quad \text{و} \quad y = -\frac{3^2 - 4}{-4} = 8$$

پ) معادله‌ی محور تقارن نمودار: $x = 3$

تیب سوالات

محور تقارن سهمی‌های $y = x^2 + ax - 2$ و $y = -x^2 - 2x + b$ مشترک هستند. اگر از دو نقطه با عرض یکسان روی دو سهمی خط $y = 1$ رسم شود، مقدار ab کدام است؟ (نوبت ۱- کنکور ۱۴۰۲)

۴ ④

۸ ③

۸ ②

۴ ①

پاسخ

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

❓ به ازای کدام مقدار a ، تابع با ضابطه $f(x) = ax^2 - 2x + a$ ، روی محور x ها بیشترین مقدار خود را دارد؟

- 1 هیچ مقدار a 2 فقط $a = 1$ 3 فقط $a = -1$ 4 $a = \pm 1$

پاسخ ✓

❓ نقطه می نیم نمودار تابع $y = mx^2 - x + m$ در ناحیه ی چهارم دستگاه مختصات است. حدود m کدام است؟

- 1 $0 < m < 1$ 2 $0 < m < \frac{1}{2}$ 3 $|m| < 1$ 4 $|m| < \frac{1}{2}$

پاسخ ✓



❓ می خواهیم با ۲۲۰ متر تور سیمی در ساحل دریا محوطه ای مستطیل شکل ایجاد

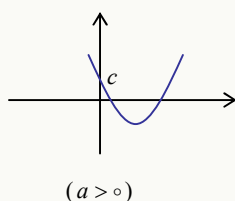
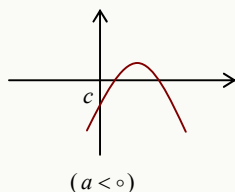
کنیم. بیشترین مساحتی که می توان داشت، کدام است؟

- 1 ۵۹۵۰ 2 ۶۰۰۰ 3 ۶۰۵۰ 4 ۶۱۵۰

پاسخ ✓

اطلاعات بیشتری از نمودار و ریشه های $f(x) = ax^2 + bx + c$:

ایستگاه ۱: علامت ریشه ها



وقتی $\Delta > 0$ است، بر حسب علامت $\frac{c}{a}$ دو حالت کلی وجود دارد:

❖ اگر $\frac{c}{a} > 0$ باشد، ریشه ها هم علامت هستند و:

▪ در حالت $-\frac{b}{a} > 0$ هر دو ریشه مثبت اند.

▪ در حالت $-\frac{b}{a} < 0$ هر دو ریشه منفی اند.

❖ اگر $\frac{c}{a} < 0$ باشد، ریشه ها علامت های مخالف دارند.

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

توجه کنید:

حالت خاص $\frac{c}{a} = 0$ بدیهی است، (چون $c = 0$): $x = 0, x = -\frac{b}{a}$ $\Rightarrow ax^2 + bx = 0$

تپ سوالات

خط $y = -2x + k$ نمودار $y = x^2 + 4x + 3$ را در دو نقطه‌ی مختلف در سمت چپ محور عرض قطع کرده است. حدود k کدام است؟

1 $(-6, 3)$

2 $(-6, +\infty)$

3 $(-3, 6)$

4 $(-\infty, 3)$

پاسخ

معادله‌ی $(m-2)x^2 + 4x + m - 5 = 0$ دو ریشه‌ی بزرگ‌تر از یک دارد و مجموعه مقادیر m یک بازه است. نقطه‌ی میانی این بازه کدام است؟

1 $\frac{5}{4}$

2 $\frac{11}{8}$

3 $\frac{13}{8}$

4 $\frac{7}{4}$

پاسخ

وضعیت دقیق نمودار سهمی به وضعیت آن نسبت به محورها بستگی دارد.

ایستگاه ۲: سهمی و ممورها

توجه:

می‌دانیم نمودار $y = ax^2 + bx + c$ همیشه محور y ها را به عرض c قطع می‌کند: $x = 0 \Rightarrow y = c$ بنابراین:

نمودار سهمی لااقل از دو ناحیه عبور می‌کند.

سهمی و ممور طول:

وضعیت نمودار بستگی به برخورد آن با محور طول دارد؛ یعنی: جواب‌های معادله‌ی $ax^2 + bx + c = 0$. بنابراین بر حسب مقدار Δ ، سه حالت اصلی داریم:

«برای $\Delta > 0$ دو تقاطع، برای $\Delta = 0$ نمودار مماس و برای $\Delta < 0$ ، نمودار برخورد با محور طول ندارد.»

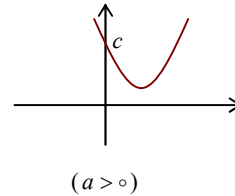
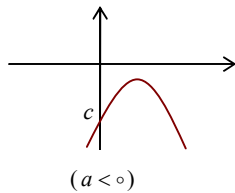
توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

جزئیات دقیق‌تر:

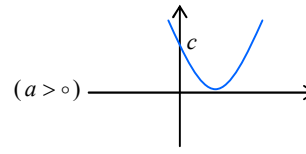
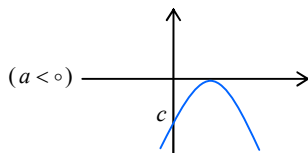
۱) اگر $\Delta < 0$ باشد، نمودار محور طول‌ها را قطع نمی‌کند. به‌طور دقیق:

- اگر $a > 0$ باشد، نمودار بالای محور x است و فقط از نواحی اول و دوم عبور می‌کند. (y همواره مثبت)
- اگر $a < 0$ باشد، نمودار پایین محور x است و فقط از نواحی سوم و چهارم عبور می‌کند. (y همواره منفی)



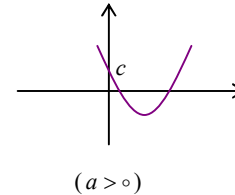
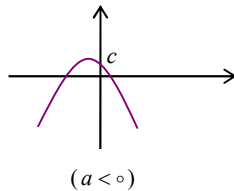
۲) اگر $\Delta = 0$ باشد، نمودار بر محور طول‌ها مماس است. به‌طور دقیق:

- اگر $a > 0$ باشد، نمودار از بالا بر محور x مماس می‌شود.
- اگر $a < 0$ باشد، نمودار از پایین بر محور x مماس می‌شود.



(بازهم نمودار فقط از دو ناحیه عبور می‌کند.)

۳) اگر $\Delta > 0$ باشد، نمودار محور طول‌ها را در دو نقطه قطع می‌کند.

**نکات مهم این حالت:**

۱) نمودار از سه یا چهار ناحیه عبور می‌کند. دقیقاً:

- اگر ریشه‌ها هم‌علامت باشند ($\frac{c}{a} > 0$)، نمودار از سه ناحیه عبور می‌کند.
- اگر ریشه‌ها دارای علامت‌های مخالف باشند، نمودار از هر چهار ناحیه عبور می‌کند.

مالت ویژه و مهم:

شرط آن‌که نمودار سهمی از هر چهار ناحیه عبور کند این است که $\frac{c}{a} < 0$.

زیرا در این حالت، شرط $\Delta > 0$ نیز خود به خود برقرار خواهد بود.

۲) به دلیل تقارن نمودار: «طول رأس، میانگین ریشه‌هاست!» در کل:

«طول رأس، میانگین طول هر دو نقطه‌ی هم عرض نمودار است.»

یک نمونه:

محدوده m را طوری مشخص می‌کنیم که نمودار تابع $y = (m-1)x^2 + \sqrt{3}x + m$ همواره زیر محور x ها باشد.

شرط‌های لازم: $\Delta < 0$ و $a < 0$

نامعادلات را حل کرده و بین جواب‌ها اشتراک می‌گیریم:

$$a < 0: m-1 < 0 \rightarrow m < 1$$

$$\Delta < 0: (\sqrt{3})^2 - 4(m-1)(m) < 0$$

نامعادله‌ی دوم به صورت $-4m^2 + 4m + 3 < 0$ نوشته می‌شود؛ ریشه‌ها $-\frac{1}{4}$ و $\frac{3}{4}$ بوده و چون ضریب m^2 با نامساوی

علامت یکسان دارند، خارج دو ریشه پذیرفته می‌شود: $(m > \frac{3}{4}$ یا $m < -\frac{1}{4})$. اشتراک این جواب با شرط اول $m < 1$:

$$m < -\frac{1}{4}$$

تیب سوالات

نقاط $(3, -4)$ و $(-1/5, -4)$ روی نمودار یک تابع درجه دوم هستند. مجموع صفرهای تابع کدام است؟ (ریاضی ۱۴۰۳)

4 $\frac{5}{2}$

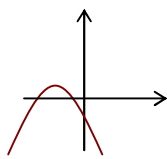
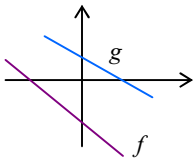
3 $\frac{5}{4}$

2 $\frac{3}{4}$

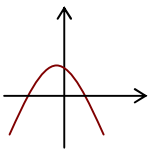
1 $\frac{3}{2}$

پاسخ

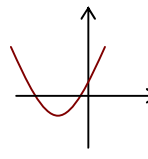
نمودارهای دو تابع خطی به صورت روبه‌رو است. نمودار تابع fg کدام می‌تواند باشد؟



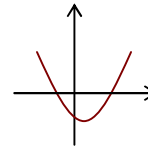
4



3



2



1

پاسخ

صفرهای تابع $y = 2x^2 - (m+2)x + m$ (یعنی: جواب‌های معادله $y = 0$) و نقطه تقاطع آن با محور عرض، رئوس یک مثلث

هستند. اگر مساحت این مثلث برابر $\frac{3}{4}$ باشد، کدام می‌تواند طول رأس سهمی $y = x^2 - mx + 1$ باشد؟ (نوبت ۲- کنکور ۱۴۰۲)

4 $-\frac{1}{2}$

3 $-\frac{3}{4}$

2 $\frac{2}{3}$

1 $\frac{1}{4}$

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

پاسخ ✓

❖ نمودار تابع درجه دوم $f(x) = ax^2 + 4x + 4 - a$ از هر چهار ناحیه عبور می‌کند. طول بالاترین نقطه‌ی نمودار در کدام محدوده واقع است؟

④ $x < 0$

③ $x < -2$

② $x > 2$

① $x > 0$

پاسخ ✓

❖ تحت کدام شرط، نمودار تابع $y = 2ax^2 + cx + b$ فقط از ربع سوم عبور نمی‌کند؟

④ $a < 0$

③ $b < 0$

② $c < 0$

① $ab < 0$

پاسخ ✓

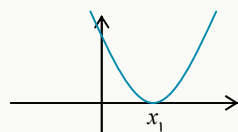
گاهی نمودار سهمی با اطلاعاتی روی آن داده می‌شود:

ایستگاه ۳: دو کاربرد نمودار

۱) نوشتن ضابطه:

بر حسب اطلاعات داده شده، ضابطه را به صورت $y = ax^2 + bx + c$ یا $y = a(x - h)^2 + k$ گرفته و با توجه به اطلاعات روی شکل، (جایگذاری مختصات نقاط، مختصات رأس و ...) ضرایب را مشخص می‌کنیم.

دو حالت ویژه:



$$y = a(x - x_1)^2$$



$$y = a(x - x_1)(x - x_p)$$

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

۲) علامت ضرایب:

با نگاه به نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ ، می‌توان علامت a ، b و c را مشخص کرد.

a : با نگاه به جهت دهانه سهمی

c : نقطه برخورد با محور عرض

برای تعیین علامت، از علامت طول رأس $(-\frac{b}{2a})$ استفاده کنید.

تیب سوالات

❓ فرض کنید $(-1, 9)$ رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ گذرا بر نقطه $(3, 1)$ باشد. سهمی، از کدام یک از نقاط زیر می‌گذرد؟

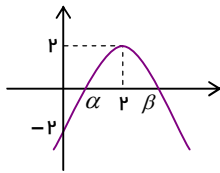
④ $(1, 5)$

③ $(2, 5)$

② $(5, -7)$

① $(5, -9)$

پاسخ ✓



❓ با توجه به نمودار سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، حاصل عبارت $2\alpha^2 + \alpha\beta^3$ کدام است؟

② ۲۴

① ۱۲

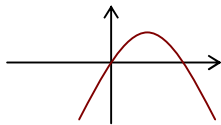
④ ۴۲

③ ۴۰

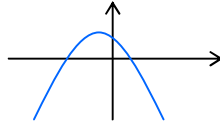
پاسخ ✓

❓ نمودارهای زیر مربوط به توابع چندجمله‌ای به فرم $y = ax^2 + bx + c$ است. در چه تعداد از آن‌ها حاصل abc عددی

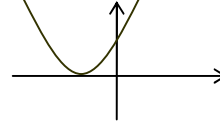
مثبت است؟



④ ۰



③ ۱



② ۲

① ۳

پاسخ ✓

تمرین تست (۴)



۱- فرض کنید نقاط $(-2, 5)$ ، $(0, 5)$ و $(1, 1)$ بر سهمی $y = ax^2 + bx + c$ واقع باشند. این سهمی، از کدام یک از نقاط زیر می‌گذرد؟ (کنکور ۹۹)

- ① $(-1, 3)$ ② $(-1, 4)$ ③ $(2, 9)$ ④ $(2, 15)$

۲- خط به معادله $y = -\frac{5}{4}x$ محور تقارن منحنی با ضابطه $y = \frac{1}{4}x^2 - 3x + a$ را بر روی خود منحنی قطع می‌کند. a کدام است؟

- ① -1 ② -2 ③ 1 ④ 2

۳- راکتی که به طور عمودی شلیک شده t ثانیه پس از پرتاب در ارتفاع h متری از سطح زمین قرار دارد که در آن $h(t) = 20t - 5t^2$ برای $t \geq 0$ است. چند ثانیه طول می‌کشد تا راکت به بالاترین ارتفاع ممکن خود برسد؟

- ① 5 ② 20 ③ 15 ④ 10

۴- به ازای کدام مقادیر a ، نمودار تابع $f(x) = (a-3)x^2 + ax - 1$ از تمام نواحی عبور می‌کند؟

- ① $a \geq 2$ ② $a > 3$ ③ $a < 3$ ④ $a < 0$

۵- نمودار $y = x^2 - 2x + 1 + a$ ($a > 0$) در چند نقطه محور طولها را قطع می‌کند؟

- ① بستگی به a دارد. ② 1 ③ 2 ④ 0

۶- اگر α و β صفرهای سهمی $y = 25ax^2 + 4x + \beta$ و $\beta > \alpha$ باشد، رأس این سهمی در کدام ناحیه از صفحه مختصات قرار دارد؟ (نوبت ۱ - کنکور ۱۴۰۳)

- ① اول ② دوم ③ سوم ④ چهارم

۷- سهمی $y = ax^2 + bx + c$ محور طول را در نقاط 1 و -3 و محور عرض را در نقطه -1 قطع کرده است. کمترین مقدار نمودار کدام است؟

- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{4}{3}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{2}{3}$

۸- اگر کمترین یا بیشترین مقدار سهمی $y = (2a-1)x^2 - 8x + 6$ روی محور طول باشد، معادله محور تقارن سهمی کدام است؟

- ① $x = \frac{3}{4}$ ② $x = \frac{3}{2}$ ③ $x = \frac{8}{3}$ ④ $x = \frac{11}{6}$

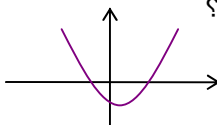
۹- نقطه $(5, 2)$ رأس یک سهمی است. اگر نمودار پاره خطی به طول 6 از محور x جدا کند، برخورد نمودار با محور عرض در چه عددی است؟

- ① $-\frac{32}{9}$ ② $-\frac{32}{3}$ ③ $-\frac{8}{9}$ ④ $-\frac{4}{3}$

۱۰- به ازای کدام مقادیر a ، نمودار تابع $f(x) = (a-3)x^2 + (a-2)x - 1$ فقط از ناحیه‌ی اول مختصات نمی‌گذرد؟

- ① $a < 2$ ② $2 < a < 2\sqrt{2}$
 ③ $a < -2\sqrt{2}$ ④ $-2\sqrt{2} < a < 2\sqrt{2}$

۱۱- در شکل مقابل، نمودار سهمی به معادله‌ی $y = ax^2 + bx + c$ داده شده است. کدام گزینه صحیح است؟



① $b - c > 0$ ② $b + c > 0$ ③ $abc < 0$ ④ $abc > 0$

۱۲- برای کدام مقادیر a ، نمودار $f(x) = (a-3)x^2 + ax - 1$ از ناحیه‌ی اول محورهای مختصات نمی‌گذرد؟ (ریاضی ۹۲)

- ① $a \leq 2$ ② $0 < a \leq 2$ ③ $2 < a < 3$ ④ $0 < a < 3$

۱۳- نقاط $A(3, y)$ و $B(-5, y)$ روی یک سهمی واقع شده‌اند و عرض رأس سهمی برابر ۱ است. اگر این سهمی، محور x ها را در نقاطی با طول‌های α و β قطع کند و $\alpha^2 + \beta^2 = 5$ باشد، این سهمی محور y ها را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟ (نوبت ۲- ریاضی ۱۴۰۲)

- ① $-\frac{1}{3}$ ② $-\frac{2}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{1}{3}$

۱۴- رأس $y = kx^2 - 4x - 6$ روی خط $y = -4x - 4$ قرار دارد. عرض رأس سهمی کدام است؟ (نوبت ۱- ریاضی ۱۴۰۲)

- ① -8 ② -4 ③ 2 ④ 6

۱۵- برای $m \in [a, +\infty) - \{b\}$ نمودار $y = (m-1)x^2 - mx + 1$ فقط از ناحیه‌ی سوم نمی‌گذرد. مقدار $a+b$ کدام است؟

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3

ایستگاه ۱: معادله گویا

معادله‌ی گویا، شامل کسرهایی با مخرج چند جمله‌ای است. مانند:

$$\frac{x+1}{2-x} = 1+2x$$

ریشه‌های مخرج در دامنه قرار ندارند: $D = \mathbb{R} - \{\text{ریشه‌های مخرج}\}$

روش حل:

- مخرج مشترک کسرها را تعیین کرده و آن را در دو طرف معادله ضرب کنید.
- عبارت حاصل را ساده کرده و معادله را حل کنید.
- فقط جواب‌هایی مورد قبول هستند که هیچ مخرجی را صفر نکنند. (= در دامنه باشند).

(وقتی معادله بر حسب دو کسر باشد، طرفین- وسطین هم قابل استفاده است.)

توجه کنید:

اگر چند عبارت گویا داشته باشیم، در تعیین دامنه باید ریشه‌های تمام آن‌ها از \mathbb{R} کم شود. برای نمونه: در معادله‌ی:

$$\frac{x}{x^2+2x} = \frac{1}{x} - \frac{3}{x-2}$$

ریشه‌های هر سه مخرج:

$$x^2+2x=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-2 \end{cases} \quad \text{و} \quad x=0 \quad \text{و} \quad x-2=0 \Rightarrow x=2$$

بنابراین: $D = \mathbb{R} - \{0, 2, -2\}$

تیب سوالات

تعداد جواب‌های معادله‌ی $\frac{x^2+2x+2}{x^2+2x} - \frac{x+3}{x+2} = \frac{x+1}{x}$ کدام است؟

- ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ

معادله‌ی $1 - \frac{m}{x^2+2x+2} = \frac{x^2}{1+x^2}$ دو جواب حقیقی متمایز دارد. چند مقدار طبیعی برای m وجود دارد؟

- ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

پاسخ ✓

یک تیب مهم سؤال: (جواب نداشتن)

اگر مجموعه جواب معادله‌ی $\frac{m+1}{3x} = \frac{5-x}{4x-x^2}$ تهی باشد، مقدار m کدام می‌تواند باشد؟

11 4

3 3

1 2

0 1

پاسخ ✓

چند نوع کاربرد:

بهر روز یک مجله را به تنهایی ۹ ساعت زودتر از فرهاد تایپ می‌کند. اگر هر دو با هم کار کنند، در ۲۰ ساعت این کار انجام

می‌شود. بهروز به تنهایی در چند ساعت این کار را انجام می‌دهد؟ (ریاضی ۹۸)

36 4

35 3

33 2

32 1

پاسخ ✓

صد کیلوگرم محلول آب و شکر با غلظت ۲۵ درصد موجود است. اگر $\frac{1}{3}$ از آب آن را تبخیر کنیم، چند کیلوگرم شکر باید

اضافه کرد تا غلظت آن ۸۰ درصد شود؟

175 4

150 3

125 2

75 1

پاسخ ✓

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

❖ اگر هر دو شیر استخری باز باشند، استخر در سه ساعت پر می‌شود. در صورتی که شیر بزرگ به تنهایی باز باشد، ۲۰ دقیقه زودتر از شیر کوچک استخر را پر می‌کند. شیر کوچک به تنهایی استخر را تقریباً در چند ساعت پر می‌کند؟

۴ ④

۵ ③

۶ ②

۷ ①

پاسخ ✓

توجه کنید:

برای دو عدد مثبت a و b ، همواره نامساوی $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ برقرار است. (تساوی در حالت $a = b$ رخ می‌دهد).

دو حالت ویژه:

دو خاصیت زیر مربوط به «مجموع یک عبارت با معکوس فود» را می‌توان از خاصیت بالا نتیجه گرفت که در حل معادلات و نامعادلات کاربرد دارند.

▪ برای $a > 0$ ، همواره داریم $a + \frac{1}{a} \geq 2$. به علاوه:

تساوی $a + \frac{1}{a} = 2$ فقط وقتی رخ می‌دهد که $a = 1$ باشد.

▪ برای a منفی، همواره داریم $a + \frac{1}{a} \leq -2$. به علاوه:

تساوی $a + \frac{1}{a} = -2$ فقط وقتی رخ می‌دهد که $a = -1$ باشد.

❖ معادله $(x + \frac{1}{x})^2 - 3(x + \frac{1}{x}) - 2 = 0$ چند جواب حقیقی متمایز دارد؟

۱ ④

۲ ③

۰ ②

۴ ①

پاسخ ✓

❖ در مورد معادله $\frac{x^2 - 2}{2x + 1} = 2 - \frac{2x + 1}{x^2 - 2}$ کدام گزینه درست است؟

① دو ریشه مختلف‌العلامه دارد. ② ریشه حقیقی ندارد.

③ دو ریشه مثبت دارد. ④ دو ریشه منفی دارد.

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

موضوع پایانی این بخش:

ایستگاه ۲: معادلات آصم

معادلاتی شامل رادیکال‌های مجهول، مانند:

$$2\sqrt{1-x} + x = 1 \quad \text{یا} \quad \sqrt{x-2} = 2+x$$

روش حل:

- عبارت رادیکالی را به یک طرف و سایر عبارات‌ها را به طرف دیگر تساوی منتقل می‌کنیم.
- دو طرف را به توان رسانده تا رادیکال حذف شود.
- معادله‌ی حاصل را حل کرده و جواب‌ها را مشخص می‌کنیم.

توجه کنید:

برای قابل قبول بودن یک جواب، کافی است که در معادله صدق کند؛
یا هیچ رادیکالی با مقدار منفی برابر نشود!

توضیح دقیق‌تر:

اگر معادله‌ای به شکل $2\sqrt{p} + q = 1$ را تا آخر حل کردید؛ یا جواب را در کل معادله امتحان کنید و یا:
«جواب باید p را منفی نکند و چون $2\sqrt{p} = 1 - q$ ، جواب باید $1 - q$ را نیز منفی نکند.»

برای نمونه:

معادله‌ی $\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{-x} = 0$ را حل می‌کنیم. چون دو عبارت رادیکالی داریم، یکی را در سمت چپ و دیگری را به سمت راست برده و توان‌رسانی:

$$\sqrt{x^2 + x} = \sqrt{-x} \rightarrow x^2 + x = -x \rightarrow x^2 + 2x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

با آزمایش جواب‌ها می‌بینید که هر دو قابل قبول هستند:

$$x = 0: \sqrt{0^2 + 0} - \sqrt{-0} = 0 \Rightarrow 0 = 0 \quad \text{قابل قبول}$$

$$x = -2: \sqrt{(-2)^2 - 2} - \sqrt{-(-2)} = 0 \Rightarrow \sqrt{2} - \sqrt{2} = 0 \quad \text{قابل قبول}$$

تیب سوالات

❖ اگر عدد ۴ یکی از جواب‌های معادله‌ی $x + a = \sqrt{5x - x^2}$ باشد، جواب دیگر آن کدام است؟

4 ندارد

3 3

2 2

1 1/2

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

پاسخ ✓

معادله $\sqrt{1-\sqrt{3x-5}} - \sqrt{4-x} = 0$ چند جواب حقیقی دارد؟

- ۱ ۳ ۲ ۲ ۳ ۱ ۴ ۰

پاسخ ✓

جواب‌های معادله $1 + \sqrt{1+x^2} = \sqrt{1+x}$ چگونه است؟

- ۱ فقط یک جواب مثبت ۲ فقط یک جواب منفی
۳ یک جواب دارد ۴ جواب ندارد

پاسخ ✓

جواب معادله $\sqrt{x} + \sqrt{x-a} = a$ یک عدد طبیعی دو رقمی است. حداقل مقدار طبیعی a کدام است؟

- ۱ ۵ ۲ ۶ ۳ ۷ ۴ ۱۰

پاسخ ✓

یک حالت ویژه: (توجه به دامنه)

معادله $\sqrt{2x-3} = \sqrt{x} + \sqrt{x-2} - \sqrt{2-x}$ چند ریشه‌ی حقیقی دارد؟ (نوبت ۱- کنکور ۱۴۰۲)

- ۱ ۰ ۲ ۱ ۳ ۲ ۴ ۳

پاسخ ✓

نمونه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

تمرین تست (5)



۱- معادله $\frac{3x-2}{x^2-6} + \frac{1}{3} = \frac{x^2-6}{2-3x}$ چند جواب حقیقی دارد؟

- ① ۰ ② ۱ ③ ۲ ④ ۳

۲- اگر یکی از جواب‌های معادله $\frac{x+6}{k+4} + \frac{x}{2x-4} = 3$ برابر ۴ باشد، جواب دیگر کدام است؟

- ① ۱/۵ ② ۳ ③ ۴/۵ ④ ندارد

۳- چند عدد حقیقی متمایز در معادله $\frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x-1} = 2x(1 - \frac{x-1}{x+1})$ صدق می‌کند؟

- ① ۰ ② ۱ ③ ۲ ④ ۳

۴- رضا و مهدی با هم کاری را در ۱۵ ساعت انجام می‌دهند. اگر رضا بخواهد به تنهایی این کار را انجام دهد، ۴۰ ساعت زودتر از مهدی این کار را انجام خواهد داد. رضا این کار را به تنهایی در چند ساعت انجام می‌دهد؟

- ① ۴۰ ② ۳۰ ③ ۲۵ ④ ۲۰

۵- برای انجام یک کار سه کارگر داریم: سرعت A سه برابر سرعت B و سرعت B دو برابر سرعت C است. وقتی این سه نفر با هم کار کنند، کار در طی ۶۰ روز تمام می‌شود. A و C دوتایی تقریباً در چند روز کار را تمام می‌کنند؟

- ① ۷۷ ② ۷۹ ③ ۸۱ ④ ۸۳

۶- نگار و زهرا در حال تایپ کتابی ۳۰۰ صفحه‌ای هستند. اگر نگار به تنهایی کار کند، تکمیل کار ۲۰ ساعت طول می‌کشد، ولی اگر هر دو همزمان کار کنند، ۱۲ ساعت. آن‌ها کار را با هم شروع می‌کنند، ولی بعد از ۴ ساعت، نگار کار را رها می‌کند. بقیه تایپ توسط زهرا چند ساعت طول خواهد کشید؟

- ① ۲۰ ② ۲۴ ③ ۲۲ ④ ۱۸

۷- نسبت طول به عرض یک مستطیل، ۵ به ۴ است. با افزایش طول مستطیل، یک مستطیل طلایی خواهیم داشت. نسبت مساحت مستطیل طلایی به مستطیل اولیه کدام است؟ (نوبت ۲- کنکور ۱۴۰۲)

- ① $\frac{5}{3} + \sqrt{5}$ ② $\frac{5}{2}(1 + \sqrt{5})$ ③ $\frac{5}{6} + 2\sqrt{5}$ ④ $\frac{5}{4}(1 + \sqrt{5})$

۸- اگر $1 = 2a + \sqrt{3a+16}$ باشد، مقدار $4a+9$ کدام است؟

- ① ۲۱ ② ۱۵ ③ ۶ ④ ۴

۹- اگر $x = 5$ یکی از جواب‌های معادله $2\sqrt{2x-1} + a = x$ باشد، اختلاف a و ریشه‌ی دیگر آن کدام است؟

- ① $\frac{1}{2}$ ② ۲ ③ ۱ ④ $\frac{3}{2}$

۱۰- اگر معادله $\sqrt{x-2} + 2\sqrt{4-2x} + k = x+3$ دارای جواب حقیقی برابر a باشد، مقدار $a+k$ کدام است؟

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

۴ 4

۵ 3

۶ 2

۷ 1

۱۱- کدام یک از معادلات زیر دو ریشه دارد؟

$$\begin{aligned} & 1 \quad (x^2 - 1)\sqrt{x+2} = 0 \\ & 2 \quad x\sqrt{x-3} = 0 \\ & 3 \quad (x-4)\sqrt{x+2} = 0 \\ & 4 \quad (x+2)\sqrt{x+1} = 0 \end{aligned}$$

۱۲- حاصل ضرب ریشه‌های حقیقی معادله $x^2 + 4x + 3 = \sqrt{x^2 + 4x + 5}$ کدام است؟

۲ 4

۴ 3

-۲ 2

۱ 1

۱۳- معادله $\sqrt{x^3 - x} + \sqrt{x+2} = 0$ چند جواب دارد؟

۳ 4

۲ 3

۱ 2

۰ 1

۱۴- معادله $\sqrt{\frac{3x+1}{x-4}} + \sqrt{\frac{x-4}{1+3x}} = 2$ چند جواب دارد؟

۳ 4

۲ 3

۱ 2

۴ 1

۱۵- معادله $(x^2 + x + 1) - 3\sqrt{x^2 + x + 1} + 2 = 0$ دارای:

- 1 چهار ریشه‌ی حقیقی است. 2 دو ریشه‌ی حقیقی است.
3 دو ریشه‌ی مضاعف است. 4 هیچکدام

۱۶- معادله $\sqrt{3x^2 + 2x - 1} + \sqrt{2x + 2 + 3x^2} = 1$ چند جواب دارد؟

۳ 4

۲ 3

۱ 2

۰ 1

۱۷- فاصله‌ی نقطه‌ی تلاقی منحنی‌های $2y = x^2$ و $x = \sqrt{y+3} - \sqrt{y-3}$ تا مبدأ مختصات کدام است؟ (کنکور ۱۴۰۰) $\sqrt{15}$ 4 $2\sqrt{3}$ 3 $\sqrt{6}$ 2 $\sqrt{3}$ 1۱۸- معادله $\sqrt{5x-4} = \sqrt{3x} + \sqrt{x-2} - \sqrt{4-2x}$ دارای چند جواب است؟

۰ 4

۱ 3

۳ 2

۲ 1

۱۹- معادله $\sqrt{x-1} + 2\sqrt{3-x} = -5x+4$ دارای چند جواب است؟

۰ 4

۱ 3

۳ 2

۲ 1

۲۰- معادله $\sqrt{x+1} + \sqrt{x+3} = \sqrt{x+2} + \sqrt{x+4}$ دارای چند جواب است؟

۰ 4

۱ 3

۳ 2

۲ 1



«بررسی نمونه‌هایی پیشرفته‌تر و برفی نکات تکمیلی این مبحث با هدف گذاری درصد ۱۰۰ در آزمون‌ها»

ADVANCED

با هدف یادگیری عمیق‌تر و پیشرفت بیشتر، این بخش را دنبال کنید . . .

خط‌های $y = 2x$ و $y = x + 3$ شامل دو ضلع یک متوازی‌الاضلاع هستند که قطرهایش در $M(2, 1)$ متقاطع‌اند. مساحت این چهارضلعی کدام است؟

۴۰ 4

۳۲ 3

۴۴ 2

۴۸ 1

پاسخ

دو ضلع روبه‌روی یک مستطیل روی دو خط به معادله‌های $ax + 3y = 1$ و $4x + (a-1)y = 3$ قرار دارند. اگر اندازه‌ی قطر مستطیل $\frac{1}{p}$ باشد، مساحت آن کدام است؟

۰/۱۵ 4

۰/۱۲ 3

۰/۱ 2

۰/۰۸ 1

پاسخ

قرینه‌ی نقطه‌ی $A(2, 1)$ نسبت به خط $y = x - 2$ ، با مبدأ چقدر فاصله دارد؟

۰ 4

۱ 3

۲ 2

۳ 1

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

پاسخ ✓

به فرض x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $x^2 - 5x = 0$ باشند. $\frac{1}{(x_1+1)^3}$ و $\frac{1}{(x_2+1)^3}$ ریشه‌های کدام معادله‌اند؟ (کنکور ۱۴۰۰)

$$125x^2 = 16x + 1 \quad 2$$

$$125x^2 + 16x = 1 \quad 1$$

$$125x^2 + 16x = 1 \quad 4$$

$$125x^2 = 16x + 1 \quad 3$$

پاسخ ✓

α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 3x + 1 = m$ هستند و $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = 10$. کدام معادله دو ریشه‌ی منفی دارد؟

$$-6x^2 - 9x + m - 1 = 0 \quad 2$$

$$6x^2 + x + m + 3 = 0 \quad 1$$

$$-6x^2 + 9x + m^2 + 3 = 0 \quad 4$$

$$6x^2 - 9x + m + 3 = 0 \quad 3$$

پاسخ ✓

اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + 2x - 7 = 0$ باشند و بین ریشه‌ها رابطه‌ی $\frac{49\alpha + \beta^5}{3\beta^2} = m - \frac{2}{3}$ برقرار باشد، کدام

معادله دارای دو ریشه‌ی $m - 1$ و $m + 2$ کدام است؟

$$x^2 + 31x + 238 = 0 \quad 2$$

$$x^2 - 31x + 238 = 0 \quad 1$$

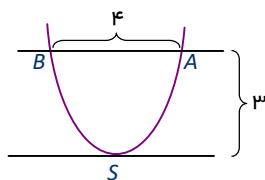
$$x^2 - 31x - 238 = 0 \quad 4$$

$$x^2 + 31x - 238 = 0 \quad 3$$

پاسخ ✓

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.



شکل مقابل نمودار تابع $y = ax^2 - 6x + 2$ و دو خط افقی را نشان می‌دهد. معادله‌ی محور تقارن نمودار، $x = \dots$ است.

$$-\frac{3}{4} \quad \text{2}$$

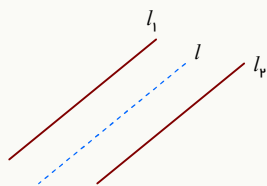
$$-\frac{4}{3} \quad \text{4}$$

$$\frac{3}{4} \quad \text{1}$$

$$\frac{4}{3} \quad \text{3}$$

پاسخ

ایستگاه ۱: خط مابین



برای دو خط موازی l_1 و l_2 ؛ نقاط خطی چون l موازی آن دو در بین‌شان، فاصله‌ی برابر تا آن دو خط دارند.

بعلاوه:

نوشتن معادله‌ی l در دو حالت بر حسب ظاهر معادلات خطها:

$$\begin{cases} l_1: ax + by + c = 0 \\ l_2: ax + by + c' = 0 \end{cases} \Rightarrow l: ax + by + \frac{c + c'}{2} = 0$$

$$\begin{cases} l_1: y = mx + h \\ l_2: y = mx + h' \end{cases} \Rightarrow l: y = mx + \frac{h + h'}{2}$$

خطی که از دو خط $2x - y + m = 0$ و $x = \frac{y - n}{2}$ به یک فاصله است، خط l به معادله‌ی $my - nx + 6 = 0$ را در نقطه-

ای به طول ۲ روی نیمساز ربع اول و سوم قطع کرده؛ مقدار $m - 2n$ کدام است؟

$$-2/5 \quad \text{4}$$

$$-3/5 \quad \text{3}$$

$$3/5 \quad \text{2}$$

$$2/5 \quad \text{1}$$

پاسخ

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

ایستگاه ۲: دو حالت ویژه

۱) در معادله‌ی با ظاهر درجه اول به شکل $ax = b$:

اگر $a = 0$ باشد، دو حالت رخ می‌دهد:

- وقتی $b \neq 0$ باشد، معادله به شکل $0 \times x = b$ تبدیل شده و هیچ جوابی ندارد.
- وقتی $b = 0$ باشد، معادله به شکل $0 \times x = 0$ بوده و هر عددی جواب معادله است. (بی‌شمار جواب).

۲) گاهی مجموع چند عبارت نامنفی (رادیکال، قدرمطلق، توان زوج) برابر صفر می‌شود.

در این صورت:

جواب باید تک‌تک این عبارات را صفر کند تا پذیرفته شود.

$$2\sqrt{2+x} + |4-x^2| = 0$$

برای نمونه، در معادله‌ی مقابل:

فقط $x = -2$ جواب است، چون:

$$2+x=0 \Rightarrow x=-2 \quad \text{و} \quad 4-x^2=0 \Rightarrow x=\pm 2$$

تیپ سوالات

❖ به ازای چند مقدار a ، معادله‌ی $\frac{3x-2}{x} + \frac{2x+a}{x+3} = 5$ فاقد جواب است؟

بی‌شمار ④

۲ ③

۱ ②

۰ ①

پاسخ ✓

❖ مجموع جواب‌های معادله‌ی $\sqrt{x^4 - 4x^2} + \sqrt{4x - x^3} = 0$ کدام است؟

-۲ ④

۰ ③

۱ ②

۲ ①

پاسخ ✓

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

❓ اگر معادله $\sqrt{x^3-x} + \sqrt{ax^2+(b-1)x-3} = 0$ دارای دو ریشه‌ی حقیقی باشد، مقدار ab کدام است؟

۳ ④

۴ ③

۵ ②

۶ ①

پاسخ ✓



ویژه‌ی داوطلبان سرآمد

۱- دو ضلع یک مربع روی دو خط به معادله‌های $y = \frac{x}{2} - \frac{5}{4}$ و $8y - 4x = K$ قرار دارند. اگر مساحت این مربع $1/8$ واحد مربع باشد، آنگاه مقدار مثبت K کدام است؟

۴ ④

۱ ③

۳ ②

۲ ①

۲- قرینه‌ی نقطه‌ی $A(2, a-4)$ نسبت به خط $2y = x + 1$ ، روی نیمساز نواحی دوم و چهارم قرار دارد؛ مقدار a کدام است؟

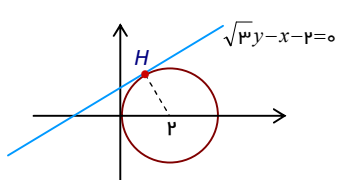
۱۲ ④

۶ ③

-۶ ②

-۱۲ ①

۳- نقطه‌ی $H(2, 1)$ را روی خط $3x - y = 5$ در نظر بگیرید. مثلث متساوی الاضلاع ABC را با ارتفاع AH می‌سازیم، به طوری که محیط مثلث $\sqrt{270}$ واحد باشد. مختصات یک رأس A کدام است؟ (کنکور ۱۴۰۰)

 $(-\frac{1}{2}, \frac{11}{6})$ ④ $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ ③ $(\frac{13}{2}, -\frac{1}{2})$ ② $(\frac{7}{2}, \frac{1}{2})$ ①

۴- خط به معادله‌ی $\sqrt{3}y - x = 2$ در نقطه‌ی H بر دایره‌ای به مرکز $(2, 0)$ مماس شده است. حاصل ضرب طول و عرض نقطه‌ی H کدام است؟

 $3\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{3}$ ① $\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{3}$ ③

۵- شیب نیم‌خطی با نقطه‌ی شروع $A(2, 4)$ برابر ۳ است. مستطیل $ABCD$ را چنان می‌سازیم که نقطه‌ی B روی نیم‌خط فوق و رأس سوم آن $C(-3, -1)$ باشد. محیط مستطیل کدام است؟ (کنکور ۱۴۰۰)

 $3\sqrt{10}$ ④ $6\sqrt{10}$ ③

۱۸ ②

۲۴ ①

۶- اگر $A = (-1, 6)$ ، $B = (-3, 0)$ و $C = (3, 3)$ رئوس یک مثلث و AH و AM به ترتیب ارتفاع و میانه‌ی وارد بر ضلع BC باشند، طول MH کدام است؟

- ① $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{5}}{4}$ ④ $\frac{3\sqrt{5}}{4}$

۷- نقطه $A(-5, -1)$ یک رأس مثلثی است که یک ضلع آن روی خط $x - 2y = 1$ قرار دارد. اگر طول یک ضلع برابر فاصله رأس A از این خط بوده و نقطه‌ی $(-4, -2)$ داخل این مثلث باشد، بیشترین مساحت چنین مثلثی در ناحیه‌ی سوم محورهای مختصات کدام است؟ (نوبت ۲- کنکور ۱۴۰۳)

- ① ۴ ② $\frac{4}{2}$ ③ $\frac{6}{4}$ ④ ۶

۸- حاصل کدام مورد از بقیه بزرگ‌تر است؟

- ① $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\ddots}}}}$ ② $\sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}}$ ③ $\sqrt{2 \cdot \sqrt{2 \cdot \sqrt{2 \cdot \sqrt{2 \cdot \dots}}}}$ ④ هر سه برابر

۹- اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 4x + 1 = 0$ باشند، مقدار عبارت $\alpha^2 + 4\beta$ کدام است؟

- ① ۱۰ ② ۱۴ ③ ۱۵ ④ ۱۷

۱۰- اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 4x + 2 = 0$ باشند، معادله‌ای که ریشه‌هایش $\alpha^2\beta$ و $\frac{\beta^2 + \alpha\beta}{2}$ باشند، کدام است؟

- ① $x^2 - 4x = 0$ ② $x^2 - 8x + 8 = 0$ ③ $x^2 - 4x + 2 = 0$ ④ $x^2 - 8x = 0$

۱۱- اگر α و β جواب‌های معادله‌ی $x^2 - 3x - 5 = 0$ بوده و برای عددهایی صحیح a و b داشته باشیم: $13\alpha^3 + 7\beta^3 = 6(a + 7\sqrt{b})$ مقدار $a - b$ برابر کدام است؟ ($\alpha > \beta$)

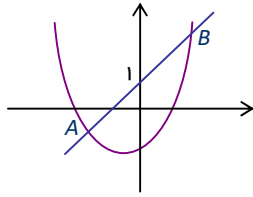
- ① ۷ ② ۴۲ ③ ۹۱ ④ ۶۹۱

۱۲- معادله‌ی $x^4 - ax^2 + b = 0$ چهار ریشه‌ی غیرصفر دارد. اگر «مجموع دو ریشه‌ی بزرگ‌تر آن برابر m » و «مجموع دو ریشه‌ی کوچک‌تر آن برابر n » باشند، معادله‌ی درجه دومی که ریشه‌های آن m و n باشند به صورت $x^2 + (a - 7)x - a - b = 0$ باشد، مقدار $b - a$ برابر کدام است؟

- ① -۱ ② ۱ ③ ۳ ④ -۳

۱۳- حدود m کدام باشد تا هیچ نقطه‌ای از تابع $y = x^2 - 4x + m$ دارای فاصله‌ی ۵ از محور x نباشد؟

- ① $m > 9$ ② $m < -2$ ③ $-2 < m < 3$ ④ $-5 < m < -2$



۱۴- شکل مقابل نمودار سهمی $y = x^2 + 2x - 1$ را نشان می‌دهد. اگر محور عرض پاره-

خط AB را نصف کرده باشد، معادله‌ی خط AB کدام است؟

- ۱ $y = 2x + 1$ ۲ $2y = x + 1$
 ۳ $y = -2x + 1$ ۴ $2y = -2x + 1$

۱۵- معادله‌ی $(x-2)\sqrt{x^2-9} - (x-3)\sqrt{x^2-4} = 0$ چند جواب دارد؟

- ۱ ۰ ۲ ۱ ۳ ۲ ۴ ۳

۱۶- معادله‌ی $x^3 - 6x^2 + 10x - 4 = 0$ سه ریشه‌ی α ، β و γ (با شرط $\beta < \alpha < \gamma$) دارد. مقدار

$\frac{1}{\sqrt{2\alpha-\beta}} + \frac{1}{\sqrt{2\alpha-\gamma}}$ برابر کدام است؟ (می‌دانیم: چند جمله‌ای بر $x-2$ بخش‌پذیر است.)

- ۱ $\sqrt{2+\sqrt{2}}$ ۲ $\sqrt{1+\sqrt{2}}$ ۳ $2+\sqrt{2}$ ۴ $1+\sqrt{2}$

۱۷- عدد صحیح x جوابی از معادله‌ی $\sqrt{a+2\sqrt{x-2}} + \sqrt{6+x-x^2} = a$ است. مجموع مقادیر ممکن برای a کدام است؟

- ۱ ۸ ۲ ۷ ۳ ۶ ۴ ۵

۱۸- برای مقادیر a و b ، معادله‌ی $\frac{a-3}{3x-2-x^2} + \frac{bx+1}{x-2} = 1$ فقط یک مقدار $x=3$ به عنوان جواب دارد. مجموع مقادیر

ممکن برای b کدام است؟

- ۱ $3/2$ ۲ $1/4$ ۳ $2/4$ ۴ $2/2$

لیست کامل مجموعه‌های آموزشی

ریاضی تیزهوشان	متوسطه اول (عادی)	دوره ابتدایی (عادی)
ریاضی تیزهوشان ششم	جزوه ریاضی هفتم	جزوه ریاضی پنجم
ریاضی تیزهوشان هفتم	جزوه ریاضی هشتم	جزوه ریاضی ششم
ریاضی تیزهوشان هشتم	جزوه ریاضی نهم	
ریاضی تیزهوشان نهم		

استعداد تحلیلی (ششم به هفتم)	استعداد تحلیلی (نهم به دهم)
جزوه هوش کلامی (ادبی)	جزوه هوش غیرکلامی (تصویری)
جزوه هوش غیرکلامی (تصویری)	جزوه هوش ریاضی و محاسبات
جزوه هوش ریاضی - منطقی و سرعتی	جزوه هوش منطقی و استدلال (شامل تحلیل متن)

متوسطه دوم (تجربی: کنگوری)	متوسطه دوم (تجربی: تشریحی)
جزوه کنکور ریاضی دهم	جزوه تشریحی ریاضی دهم
جزوه کنکور ریاضی یازدهم	جزوه تشریحی ریاضی یازدهم
جزوه کنکور ریاضی دوازدهم	جزوه تشریحی ریاضی دوازدهم
جزوه جامع کنکور تجربی	

متوسطه دوم (ریاضی: کنگوری)	متوسطه دوم (ریاضی: تشریحی)
جزوه کنکور ریاضی دهم	جزوه تشریحی ریاضی دهم
جزوه کنکور مسابان (۱)	جزوه تشریحی هندسه (۱)
جزوه کنکور آمار و احتمال	جزوه تشریحی هندسه (۲)
جزوه کنکور هندسه (۲)	جزوه تشریحی مسابان (۱)
جزوه کنکور مسابان (۲)	جزوه تشریحی آمار و احتمال
جزوه کنکور ریاضیات گسسته	جزوه تشریحی ریاضیات گسسته
جزوه کنکور هندسه (۳)	جزوه تشریحی هندسه (۳)
جزوه جامع کنکور ریاضی	جزوه تشریحی مسابان (۲)

رشته انسانی
جزوه ریاضی و آمار پایه دهم (تشریحی + کنکور در یک مجموعه، البته تفکیک شده)
جزوه ریاضی و آمار پایه یازدهم (تشریحی + کنکور در یک مجموعه، البته تفکیک شده)
جزوه ریاضی و آمار پایه دوازدهم (تشریحی + کنکور در یک مجموعه، البته تفکیک شده)

ما متمرکز بر ارتقای کیفیت آموزش هستیم.

سپاس از توجهتان



۰۹۳۵ ۶۰۰ ۸۴۵۴
 ۰۹۲۰ ۶۰۰ ۸۴۵۴