

ترکیب: دانش شما + ممتوای بی نظیر تدریس ما



«آسان و روان، حرفه‌ای و متمایز تدریس کنید.»





«چاپ تمام رنگی جزوه اختصاصی شما برابر هزینه فایل»

(مذف هزینه چاپ)



کلاس ایده‌ال:



سرعت آموزش خود را دو برابر کنید!

(رفع مشکل کمبود وقت برای تدریس کامل کتاب)



پیشنهادات ویژه چاپ:

چاپ کلاسی: بین ۷۰ تا ۸۰ درصد تخفیف برای سفارش ۱۰ جلد یا بیشتر.

چاپ تک جلد: بدون هزینه اضافه، معادل هزینه فایل در آدرستان تحویل می‌شود.

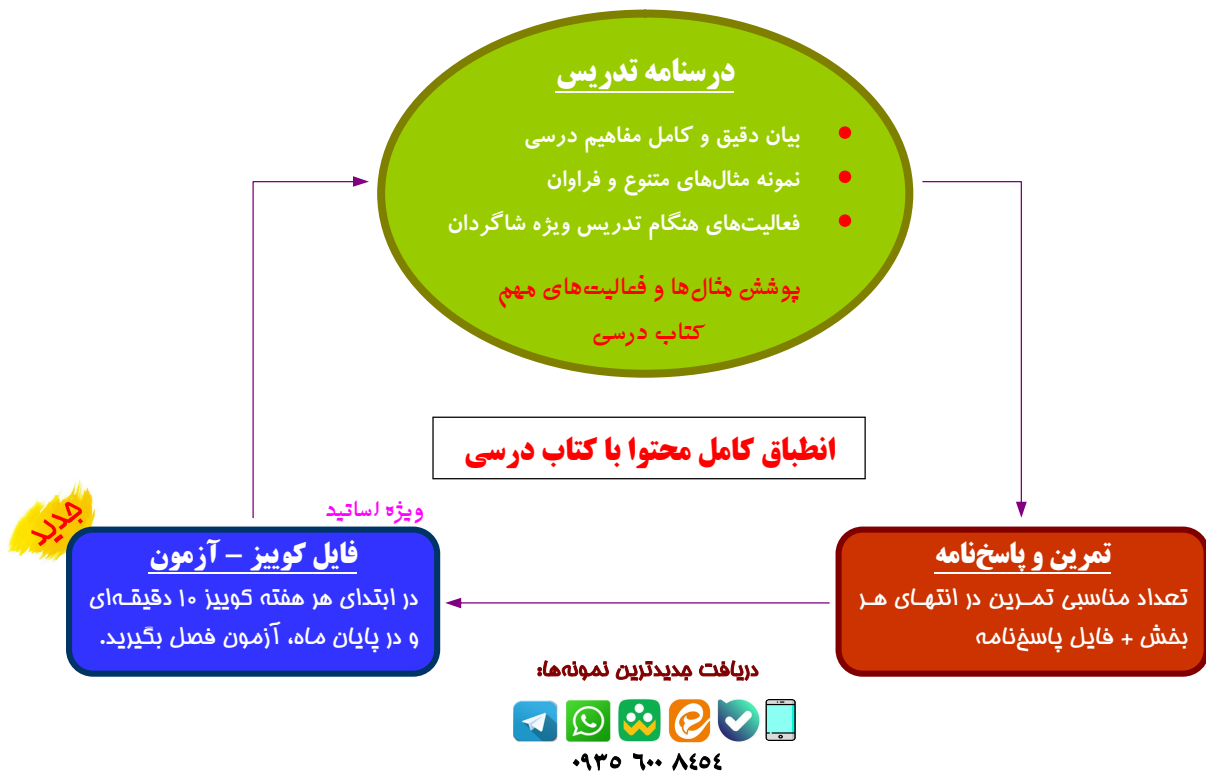
(یک جلد هدیه نسخه خودآموز به مدرس در سفارشات ۲۰ جلد یا بیشتر)

(نسخه تدریس در دست شاگردان)

پلد نمونه از نتایج درفشان برفی از همکاران مجموعه درس آموزه: **(خرداد و تابستان ۱۴۰۴)**

- از یک جمع چند نفره خصوصی، تمام افراد نمره ۱۹/۵ یا ۱۹/۷۵ کسب کردند؛ (حسابان دوازدهم نهایی)
- از یک گروه ۲۷ نفره در آموزشگاه، چند نفر ۲۰ و اکثراً نمره بالاتر از ۱۵ نهایی و از یک گروه ۱۱ نفره، پنج نفر نمره ۱۹/۵ یا بالاتر و هیچ کدام کمتر از ۱۸ نبودند؛ (دوازدهم انسانی نهایی)
- از جمع شاگردان فقط یکی از اساتید، کسب ۱۰ رتبه دو رقمی منطقه ۲ در رشته‌های ریاضی، تجربی و انسانی. (کنکور ۱۴۰۴)
- کسب درصد ریاضی فقط ۳ درصد کمتر از رتبه یک کنکور تجربی. (کنکور ۱۴۰۲)

محتوای تشریحی و نهایی

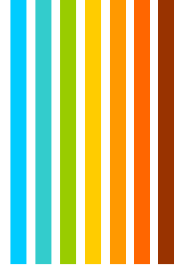


(خدمات منحصر به فرد گروه درس آموز)

اطلاعات شخصی مدرس، لوگو و تبلیغات شخصی یا مدرسه یا آموزشگاه، روش‌های ارتباطی با شما و ... روی جلد و در تمام صفحات درسنامه، به زیباترین شکل ممکن درج می‌شود.

و

در کل مجموعه، هیچ نام یا نشانی از گروه ما درج نمی‌شود.



۳	۲	۱
استدلال و اثبات	عددهای دقیق	مجموعه‌ها
۵۲	۲۸	۲
مفهوم استدلال، آشنایی با اثبات، اثبات در هندسه، تشابه اشکال و محاسبات، تمرینات پایانی	عددهای گویا، معرفی عددهای حقیقی، قدر مطلق و محاسبات قدرمطلق، تمرینات پایانی	مفاهیم پایه مجموعه‌ها، اعمال جبری (اجتماع، اشتراک و ...)، مجموعه‌ها و احتمال، تمرینات پایانی
۶	۵	۴
خط و معادلات	عبارت‌های جبری	توان و ریشه
۱۳۵	۱۰۳	۷۶
معادله‌ی خط، معرفی مفهوم شیب خط، حل دستگاه معادلات، تمرینات پایانی	عبارت‌های جبری، چند جمله‌ای، اتحاد و تجزیه، حل نامعادلات، تمرینات پایانی	توان‌های مثبت و منفی اعداد، نماد علمی، ریشه‌گیری، محاسبات و قوانین رادیکالی، تمرینات پایانی
۸	۷	
مساحت و حجم	عبارت‌های گویا	
۱۷۶	۱۵۶	
روش محاسبه مساحت و حجم کره و نیم‌کره، حجم هرم و مخروط، تمرینات پایانی	عبارت‌های گویا، محاسبات گویا (جمع، تفریق، ضرب و تقسیم)، تقسیم چندجمله‌ای، تمرینات پایانی	





مجموعه‌ها

صفحه	فهرست
۳	معرفی مجموعه‌ها
۸	زیرمجموعه‌ها
۱۵	جبر مجموعه‌ها
۲۱	مجموعه‌ها و اتمال
۲۶	پاسخ فعالیت‌های پای تفته

معرفی یک مفهوم بسیار مهم و دارای کاربردهای فراوان:

مجموعه:

هر گاه تعدادی شیء یا عدد را کنار هم در نظر بگیریم، یک «مجموعه» ساخته می‌شود. مجموعه‌ها را با حروف بزرگ A ، B ، C و ... نام گذاری می‌کنیم.

برای نمونه؛

مجموعه‌ی شمارنده‌های مثبت عدد ۱۸ را می‌توان به صورت $A = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ نمایش داد. همچنین، $B = \{2, 3\}$ مجموعه شمارنده‌های اول و $C = \{6, 9, 18\}$ مجموعه شمارنده‌های مرکب عدد ۱۸ هستند.

می‌توان گفت: هر مجموعه گروهی از عددها یا اشیاء است.

بعلاوه:

• به اعداد یا اشیاء داخل مجموعه «عضو» گوئیم. برای نمونه؛ عدد ۳ عضو مجموعه‌ی A بوده و عدد ۴ عضو آن نیست؛ پس می‌نویسیم:

$$3 \in A \quad \text{و} \quad 4 \notin A$$

• مانند بالا، برای نمایش ساده‌ی یک مجموعه، اعضای آن را بین دو آکولاد «{ }» و «}» نوشته و بین آن‌ها ویرگول انگلیسی «,» قرار می‌دهیم.

🌟 **مثال:** به نمونه‌های زیر توجه کنید:

$$B = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$$

الف) مجموعه‌ی عددهای صحیح بین -4 و 3 برابر است با:

ب) مجموعه‌ی اعداد طبیعی:

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

توجه کنید:

\mathbb{N} نماد استاندارد و جهانی برای مجموعه‌ی عددهای طبیعی است.

🌟 **مثال:** A را مجموعه‌ی اعداد اول بزرگ‌تر از ۱۱ و کمتر از ۲۵ بگیرید.

الف) این مجموعه را با نوشتن اعضا نمایش دهید.

ب) کدام مورد درست و کدام نادرست است؟

$$24 \in A \quad \text{و} \quad 11 \in A \quad \text{و} \quad 21 \notin A \quad \text{و} \quad -\frac{15}{3} \in \mathbb{Z}$$

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.



مثال: (مشابه کتاب) سه عبارت بنویسید که دوتای آن‌ها مشخص کننده‌ی مجموعه‌ای فقط با یک عضو و سومی مشخص کننده‌ی مجموعه‌ای با دو عضو باشد.

پاسخ **شرط تشکیل مجموعه:**

برای آن که یک بیان در مورد تعدادی شیء یا عدد تشکیل مجموعه دهد، لازم است: اعداد یا اشیاء ذکر شده دقیقاً «مشخص» یا «معین» باشند.
یعنی:

برای هر شیء یا عدد دلخواهی، دقیقاً معلوم باشد که آیا در مجموعه هست یا خیر.

به عبارت دیگر، لازم است:

تعیین اعضای مجموعه به نظر و سلیقه‌ی افراد بستگی نداشته باشد.

چند نمونه:

الف) عبارت: «اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۶» یک مجموعه معرفی می‌کند؛ زیرا: دقیقاً عددهای ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ شرط داده شده را داشته و اعضای مجموعه هستند.

ب) عبارت «پنج عدد طبیعی» یک مجموعه معرفی نمی‌کند؛ زیرا: دقیقاً معلوم نیست کدام عددهای طبیعی جزء این پنج‌تا بوده و کدام‌ها جزء آن‌ها قرار ندارند.

مثال: کدام جملات زیر یک مجموعه مشخص می‌کند؟

الف) سخت‌ترین کتاب درسی در پایه نهم.

ب) سه نفر اول رتبه‌بندی کنکور سال ۱۴۰۳ رشته‌ی تجربی.

پاسخ **استان یزد - خرداد ۱۴۰۰**

عبارت «دو عدد اول کوچک‌تر از ۶» مشخص کننده‌ی یک مجموعه است. (درست نادرست)



پای تخته



۱. مشخص کنید کدام موارد یک مجموعه مشخص می‌کنند؟ (از کتاب)
- الف) سه عدد زوج متوالی با شروع از ۲
ب) سه شهر ایران
پ) پنج عدد بزرگ
ت) شماره‌های عدد ۲۴
ث) چهار عدد فرد متوالی

توجه کنید: (مهم)

دو مطلب قابل توجه دیگر در مورد مجموعه‌ها:

- اعضای یک مجموعه را متمایز در نظر می‌گیریم؛ یعنی:

اگر در مجموعه عضو تکراری نوشته شده باشد، آن را فقط یک بار شمرده و تکرار را حذف می‌کنیم.

برای نمونه؛

مجموعه‌ی $B = \{۳, ۵, ۳\}$ دارای دو عضو است و نمایش اصلاح شده‌ی آن $B = \{۳, ۵\}$ می‌باشد.

- ترتیب نوشتن اعضای مجموعه اهمیتی ندارد.

برای نمونه؛

عبارت‌های $\{a, b, c\}$ و $\{c, a, b\}$ تفاوتی نداشته و هر دو یک مجموعه را معرفی می‌کنند.

مجموعه تهی:

مجموعه‌ای که هیچ عضوی نداشته باشد، مجموعه‌ی «تهی» نام داشته و آن را با \emptyset یا $\{\}$ نشان می‌دهیم.

برای نمونه؛

چون اعداد طبیعی همگی مثبت هستند؛ «مجموعه‌ی اعداد طبیعی کوچک‌تر از صفر» به صورت تهی $\{\}$ است.

توجه کنید:

مجموعه‌ی $\{\emptyset\}$ دارای یک عضو بوده و با \emptyset یکی نیست.

مثال: کدام بیان معرف مجموعه‌ی تهی است؟

- الف) اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۲. ب) اعداد صحیح کوچک‌تر از صفر. پ) اعداد اول کوچک‌تر از ۲.

پاسخ

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

روش مفیدی برای نمایش مجموعه‌ها معرفی می‌کنیم.

نمودار ون:

در این روش، مجموعه‌ها را با استفاده از شکل‌های هندسی نمایش می‌دهیم؛ به این صورت که:

- یک شکل هندسی مثلاً چند ضلعی یا دایره رسم می‌کنیم.
- اعضای مجموعه را داخل آن می‌نویسیم.

برای نمونه:



نمودار ون مجموعه‌ی $B = \{-۲, ۰, ۱, ۲, ۵\}$ به صورت مقابل است:

مثال: هر مورد در زیر که یک مجموعه مشخص می‌کند را با نمودار ون نشان دهید.

- الف) هشت عدد طبیعی یک رقمی.
 ب) چهار عدد طبیعی بین ۵ و ۱۰.
 پ) حروف صدا دار زبان انگلیسی.

پاسخ

مثال: مجموعه‌های $A = \{1, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹\}$ ، $B = \{۳, ۴, ۶, ۷\}$ و $C = \{1, ۲, ۵, ۷, ۸\}$ را با نمودار ون نمایش دهید.

پاسخ دهید (۱)

۱- کدام جمله‌ی زیر یک مجموعه مشخص می‌کند؟

- الف) کارکنان دارای تحصیلات دانشگاهی در شرکت سامسونگ
 ب) کارکنان دارای خلاقیت در شرکت سامسونگ

۲- هر کدام از موارد زیر یک مجموعه مشخص می‌کند را با نمودار ون نمایش دهید.

الف) شماره‌های اول عدد ۱۳.

ب) شماره‌های اول عدد ۱.

پ) جواب‌های معادله‌ی $-۲x + ۷ = ۱$.

ت) سه عددی که در پرتاب یک تاس نمایان می‌شود.

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.



۳- سه مجموعه‌ی متفاوت بنویسید که عدد ۵ عضو آنها باشد.

منتخب کتاب:

۱- متناظر با هر عبارت یک مجموعه و متناظر با هر مجموعه، یک عبارت نوشته و تعداد اعضای هر مجموعه را تعیین کنید:

الف) $A = \{1, 8, 27, 64, 125\}$ ب) $C = \{10\}$

پ) عددهای طبیعی مضرب ۵ و کوچک‌تر از ۱۰۰ ت) عددهای طبیعی بزرگ‌تر از ۴ و کوچک‌تر از ۵

ث) عددهای صحیح منفی که بین ۴ و ۷ قرار دارد. ج) عددهای اول دو رقمی که مضرب ۷ باشد.

۲- جاهای خالی را طوری کامل کنید تا عبارت حاصل درست باشد.

الف) عبارت «پنج عدد طبیعی که بین ۱ و ۲۰ قرار داشته باشد»، یک مجموعه را مشخص
 ب) مجموعه $\{2, 3, 4, \dots, 9\}$ دارای عضو است.
 پ) مجموعه $A = \{0, \emptyset\}$ دارای عضو است.
 ت) با توجه به مجموعه‌ی $A = \{3, 5, 7, 9, 11\}$ ، داریم: ۵ عضو A است، یا با نماد ریاضی



چالش (ویژه علاقمندان)

۱- مجموعه‌ی عددهای صحیح بین دو عدد $13 - \sqrt{13}$ و $-17 + \sqrt{17}$ را بنویسید.

۲- اگر $x \in \mathbb{Z}$ و $-x \in A$ درست باشد، آنگاه مجموعه‌ی A کدام یک از موارد زیر نمی‌تواند باشد؟

\mathbb{N}

\mathbb{R}

\mathbb{Q}

\mathbb{Z}

در این بخش، مفاهیمی مهم در ارتباط با دو مجموعه بیان و بررسی می‌شود.

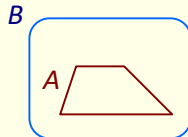
زیر مجموعه:

دو مجموعه A و B را در نظر بگیرید. هرگاه هر عضو از مجموعه A در B هم قرار داشته باشد، یعنی:

$$x \in A \Rightarrow x \in B$$

در این صورت گوئیم A «زیر مجموعه» B است و می‌نویسیم:

$$A \subseteq B \quad \text{یا} \quad A \subset B$$



(نمادهای \subseteq و \subset یک معنی دارند.)

توجه کنید:

اگر شرط بالا برقرار نباشد، A زیر مجموعه B نیست و می‌نویسیم: $A \not\subseteq B$.

به نمونه‌های بعدی توجه کنید:

مثال: با توجه به مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ، پاسخ دهید:

الف) زیر مجموعه‌ای از A بنویسید که اعضای آن عدد اول باشند.

ب) زیر مجموعه‌ای از A بنویسید که اعضای آن مضرب ۲ باشند.

پ) زیر مجموعه‌ای از A بنویسید که اعضای آن مجذور کامل باشند.

مثال: کدام مورد درست و کدام مورد نادرست است؟

$$W \subseteq \mathbb{Z} \quad W \subseteq \mathbb{N}$$

پاسخ

آذربایجان شرقی - خرداد ۱۴۰۲

کدام مورد از موارد زیر درست است؟

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \quad \square$$

$$\sqrt{15} \in \mathbb{Q} \quad \square$$

$$\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{Z} \quad \square$$

$$0 \in \mathbb{N} \quad \square$$

مثال: فرض کنید $A \not\subseteq B$ و عدد ۲ عضو مجموعه A باشد. آیا عبارت $2 \notin B$ صحیح است؟ چرا؟

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

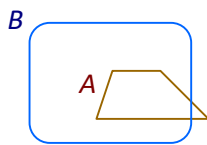
پاسخ ✓

در ادامه‌ی استدلال مثال قبل:

توجه کنید: (مهم)

اگر بدانیم $A \not\subseteq B$ ، در این صورت به مطلب مهم زیر می‌توان اشاره کرد: ممکن است بسیاری از اعضای A در مجموعه‌ی B هم باشند؛ اما:

لااقل یک عضو در A هست که در B قرار ندارد.



شکل مقابل را ببینید:

نمونه‌ای دیگر:

برای مجموعه‌های $A = \{1, 2, 3, 4\}$ و $B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ، چون $1 \in A$ است، ولی $1 \notin B$ ، در نتیجه:

در این نمونه، عبارت $A \not\subseteq B$ صحیح است. (ولی سایر عضوهای A در B نیز هستند).

نتیجه:

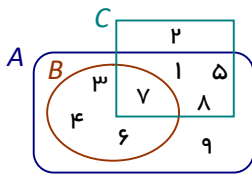
برای هر مجموعه‌ی دلخواه A ؛

رابطه‌ی $\emptyset \subseteq A$ همیشه درست است.

زیرا:

اگر $\emptyset \not\subseteq A$ باشد، باید یک عضو در \emptyset یافت شود که عضو A نباشد؛ ولی می‌دانیم \emptyset عضوی ندارد.

مثال: سه مجموعه‌ی A ، B و C را در نمودار ون روبه‌رو ببینید:



دو مورد زیر را بررسی و کنترل کنید.

الف) موارد زیر همگی درست هستند:

$$B \subseteq A \quad \text{و} \quad C \not\subseteq A \quad \text{و} \quad \{3, 7\} \not\subseteq C \quad \text{و} \quad \{2, 7\} \subseteq C$$

ب) موارد زیر همگی نادرست هستند:

$$\{1\} \in A \quad \text{و} \quad C \subseteq A \quad \text{و} \quad \{4, 7\} \not\subseteq B \quad \text{و} \quad \{2, 7\} \subseteq A$$

مثال: تمام زیر مجموعه‌های $A = \{2, a\}$ را بنویسید.

پاسخ ✓

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

توجه کنید:

چنان‌که در بالا هم می‌بینید، رابطه‌ی $A \subseteq A$ برای هر مجموعه‌ی A درست است. (همیشه \emptyset کوچک‌ترین و خودِ مجموعه، بزرگ‌ترین زیرمجموعه محسوب می‌شود).

گاهی برخی از اعضای یک مجموعه، خودشان نیز مجموعه هستند.

پای تخته

۲. تمام زیرمجموعه‌های دو مجموعه‌ی A (مجموعه جواب‌های صحیح معادله $-3x - 5 = -2$) و $B = \{1, 2, \{3\}\}$ را بنویسید.



در ادامه، مفهومی دیگر در ارتباط با دو مجموعه معرفی می‌شود:

مجموعه‌های برابر:

هرگاه اعضای دو مجموعه‌ی A و B کاملاً یکسان باشند، یعنی:

$$x \in A \Leftrightarrow x \in B$$

در این صورت، دو مجموعه را «برابر» یا «مساوی» گفته و می‌نویسیم:

$$A = B$$

توجه کنید:

مجموعه‌های A و B هنگامی برابرند که عبارت‌های $A \subseteq B$ و $B \subseteq A$ هر دو درست باشند.

نتیجه:

عبارت $A \neq B$ به این معنی است که: «لااقل یک عضو در یکی از دو مجموعه هست که در دیگری قرار ندارد.»

مثال: در جاهای خالی عددهای مناسب قرار دهید تا تساوی درست شود.

$$\left\{-3, \frac{1}{5}, \dots, \frac{12}{4}\right\} = \left\{\sqrt{9}, -\frac{9}{\dots}, 0/2, -\frac{(-3)^3}{-\sqrt{16}}\right\}$$

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

استان کیلان - خرداد ۱۴۰۰

مقادیر x و y را طوری پیدا کنید که دو مجموعه‌ی $\{y+3, 5\}$ و $\{x-1, 7\}$ برابر باشند.



مثال: اگر $A = \{x+y, 2, 1\}$ و $B = \{2, 2x, 3\}$ دو مجموعه‌ی برابر باشند، مقادیر x و y را به دست آورید.



نمایش نمادین:

روشی مهم برای نمایش مجموعه‌ها، به زبان (نماد) ریاضی است. مجموعه‌ی اعداد طبیعی را در نظر بگیرید:

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

می‌خواهیم دو زیرمجموعه‌ی پر کاربرد آن:

$$O = \{1, 3, 5, \dots\} \quad \text{اعداد طبیعی فرد} \quad \text{و} \quad E = \{2, 4, 6, \dots\} \quad \text{اعداد طبیعی زوج}$$

را به صورت نمادین بنویسیم. چون هر عدد زوج مضرب ۲ است، می‌توان عضوهای E را به صورت زیر نوشت:

$$2, 4, 6, \dots \Rightarrow 2 \times 1, 2 \times 2, 2 \times 3, \dots$$

می‌بینید که الگوی عضوهای E به صورت $2 \times k$ بوده که در آن $k = 1, 2, 3, 4, \dots$ عددی طبیعی است. به عبارت دیگر مجموعه‌ی E را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$E = \{2k \mid k \text{ عددی طبیعی}\} = \{2k \mid k \in \mathbb{N}\}$$

فوائد می‌شود: E برابر است با مجموعه همه عضوهای به صورت $2k$ ، به شرطی که k عددی طبیعی باشد.

به‌طور کاملاً مشابه؛

اعداد طبیعی فرد $1, 3, 5, \dots$ را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$1, 3, 5, \dots \Rightarrow O = \{2k-1 \mid k \text{ عددی طبیعی}\} = \{2k-1 \mid k \in \mathbb{N}\}$$

مثال: مجموعه‌ی اعداد حسابی را با نماد ریاضی بنویسید.





پای تخته!



۳. مجموعه‌های زیر را با نماد ریاضی بنویسید.

الف) $\{0, 1, 4, 9, 16, \dots\}$ ب) $\{0, 3, 8, 15, 24, \dots\}$

معمولاً روند برعکس بالا را نیاز داریم:

مثال: (از کتاب) مجموعه‌ی $A = \{5n + 3 \mid n \in \mathbb{N}\}$ را با عضوهای مشخص کنید.

پاسخ

مثال: هر یک از مجموعه‌های زیر را با نوشتن اعضاء مشخص کنید.

الف) $A = \{9x \mid x \in \mathbb{Z}, -2 < x \leq 2\}$

ب) $B = \{x^2 - 1 \mid x \in \mathbb{W}\}$

پ) $C = \left\{ \frac{x^2}{\sqrt{x-1}} \mid x \in \mathbb{N}, -2 < x \leq 5 \right\}$

پای تخته



۴. مجموعه‌ی مقابل را با نوشتن اعضاء مشخص نمایید:

$A = \{x^2 \mid x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x < 1\}$



پاسخ دهید (۲) ?

۱- تمام زیرمجموعه‌های هر یک از مجموعه‌های زیر را بنویسید:

- $\{a, b, \{c\}\}$
- $\{1, 2, \{1, 2\}\}$

۲- در هر یک از موارد زیر، مجموعه‌های A و B برابرند. مجهولات موجود در مجموعه‌ها را تعیین کنید:

- $A = \{m + 2n, 5, 3\}$ و $B = \{1 - 2n, 5, -3\}$
- $A = \{x - 1, 5\}$ و $B = \{4, y + 3\}$

۳- در تساوی $\{m\} = \{5 - 2x, 3x - 25\}$ ، مقدار m را بیابید.

۴- از تساوی زیر مقدر x و y را بیابید:

$$\{\{x\}, 7, 4 - y\} = \{x - y, \{3\}, 8\}$$

۵- مجموعه‌های زیر را با استفاده از نمادهای ریاضی بنویسید:

- مجموعه‌ی عددهای طبیعی فرد بین ۶ و ۲۱ $A = \{ \}$
- $B = \{2, 6, 10, 14, 18\}$
- $D = \{4, 9, 16, 25, \dots\}$

۶- اعضای هر یک از مجموعه‌های زیر را بنویسید:

- $A = \{3k - 1 : k \in \mathbb{N}, -3 \leq k < 5\}$
- $B = \left\{ \frac{x^2}{1 + x^2} \mid x \in \mathbb{Z}, -4 \leq x < 2 \right\}$

۷- مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های عدد ۱۸ را به دو صورت زیر بنویسید:

- با نوشتن اعضا
- با استفاده از نمادهای ریاضی

۸- کدام مورد درست و کدام مورد نادرست است؟

- $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z}$
- $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$
- $\emptyset \subset \{1\}$
- اگر $A \subset \emptyset$ باشد، آنگاه A برابر تهی است.
- اگر $a \in A$ و $A \not\subset B$ باشد، آنگاه $a \notin B$.

۹- مجموعه‌های \mathbb{N} ، \mathbb{Z} ، \mathbb{W} و \mathbb{Q} را در یک نمودار ون به صورت صحیح نمایش دهید.

منتخب کتاب:

۱- مجموعه‌ی $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ را در نظر بگیرید. کدام یک از مجموعه‌های زیر برابر است؟

$$B = \{x \mid x \in A, x^2 \leq 2\}, \quad C = \{x \mid x \in A, -1 \leq x \leq 1\}, \quad D = \{x \mid x \in A, x^2 \leq 1\}$$

۲- سه مجموعه مانند A ، B و C بنویسید به طوری که $A \subseteq B$ و $B \subseteq C$. آیا می‌توان نتیجه گرفت: $A \subseteq C$ ؟

۳- درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید:

- الف) هر عدد گویا، عددی حسابی است. ب) هر عدد حسابی، عددی گویا است.
پ) هر عدد صحیح، عدد گویا است. ت) بعضی از اعداد گویا، عدد صحیح هستند.



چالش (ویژه علاقمندان)

الف) مجموعه‌ی $A = \{\{1, 2, 3, \dots\}\}$ چند زیرمجموعه دارد؟

ب) مجموعه‌ی $A = \{2^{x-3y} \mid x-1=3y\}$ را با نوشتن عضوهایش به صورت ساده نمایش دهید.

۳
جبر مجموعه‌ها

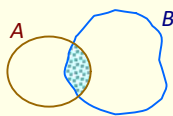
در این بخش، با روش‌هایی برای ساخت مجموعه‌هایی جدید آشنا می‌شویم. اولین روش:

اشتراک:

برای دو مجموعه‌ی A و B ، «اشتراک» آن‌ها:

مجموعه‌ی تمام اعضای است که هم در A و هم در B قرار داشته باشند.

این مجموعه را به صورت $A \cap B$ نشان می‌دهیم. بنابراین با نماد ریاضی می‌توان نوشت:



$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ و } x \in B\}$$

مثال: اگر $A = \{-1, 2, 0, 4\}$ و $B = \{0, 2, 4\}$ و $C = \{3, -1, 6\}$ ، مجموعه‌های $A \cap B$ ، $B \cap C$ و $A \cap C$ را مشخص کنید.

پاسخ ✓

شهرستان‌های استان تهران - خرداد ۱۴۰۲

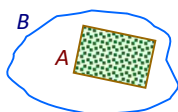
اگر $A = \{x+1 \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 3\}$ و $B = \{2, 3, 5, 7\}$ باشد، مجموعه‌ی $A \cap B$ را با اعضاء مشخص کنید.

پاسخ ✓

خواص اشتراک:

در مورد مجموعه‌های A و B به موارد ساده‌ی زیر می‌توان اشاره کرد:

- اشتراک هر مجموعه با خودش، برابر همان مجموعه است: $A \cap A = A$
- واضح است که تهی با هیچ مجموعه‌ای عضو مشترک ندارد: $A \cap \emptyset = \emptyset$
- اگر $A \subseteq B$ باشد، اشتراک آن‌ها برابر **مجموعه‌ی کوچک‌تر** یعنی A است:



$$A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A$$

(**نمونه:** در مثال قبل $B \subseteq A$ بوده و در نتیجه $A \cap B = B$ شده است.)

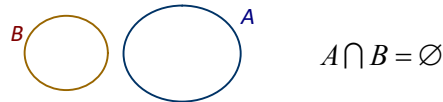
توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.



حالت ویژه:

ممکن است دو مجموعه عضو مشترک نداشته باشند که در این صورت آن‌ها را «**مجازا**» یا «**مجزا**» گویند:



برای نمونه:

مجموعه‌های اعداد طبیعی فرد O و اعداد طبیعی زوج E ، مجزا هستند:

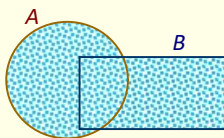
$$O \cap E = \emptyset$$

عمل دیگر بین دو مجموعه به صورت زیر بیان می‌شود:

اجتماع:

برای دو مجموعه‌ی A و B ، اجتماعشان را با $A \cup B$ نشان داده و آن:

شامل تمام اعضایی است که لااقل در یکی از A یا B قرار داشته باشند.



بنابراین با نماد ریاضی می‌توان نوشت:

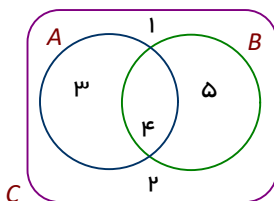
$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ یا } x \in B\}$$

توجه کنید:

مجموعه‌ی $A \cup B$ از کنار هم قرار دادن اعضای دو مجموعه به دست می‌آید و البته:

در اجتماع، اعضای تکراری فقط یک بار نوشته می‌شوند.

مثال: اگر $A = \{-1, 2, 0, 4\}$ و $B = \{0, 2, 4\}$ و $C = \{3, -1, 6\}$ ، مجموعه‌های $A \cup B$ و $B \cup (A \cap C)$ را مشخص کنید.



مثال: (از کتاب) با توجه به نمودار روبه‌رو، کدام درست و کدام نادرست است؟

- الف) $A \subseteq C$
- ب) $C \subseteq (A \cup B)$
- پ) $(A \cup B) \subseteq C$
- ت) $4 \notin (A \cap B)$
- ث) $4 \in (A \cup B)$

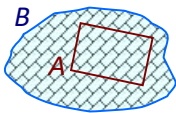
توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

خواص اجتماع:

در مورد اجتماع مجموعه‌ها به موارد زیر می‌توان اشاره کرد:

- اجتماع هر مجموعه با خودش، برابر همان مجموعه است: $A \cup A = A$
- واضح است که اجتماع تهی با هر مجموعه‌ای روی آن مجموعه بی اثر است: $A \cup \emptyset = A$
- اگر $A \subseteq B$ باشد، اجتماع آن‌ها برابر **مجموعه‌ی بزرگ‌تر** یعنی B است:



$$A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B$$

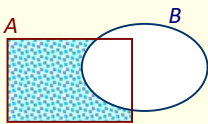
(**نمونه:** در دو مثال قبل‌تر، $B \subseteq A$ بوده و بنابراین $A \cup B = A$ شده است.)

مفهوم بعدی، اختلاف اعضای یک مجموعه با مجموعه‌ای دیگر را نشان می‌دهد:

تفاضل:

تفاضل مجموعه‌ی B از A را با $A - B$ نشان داده و آن:

شامل تمام عضوهایی است که در A هستند، ولی در B قرار ندارند.

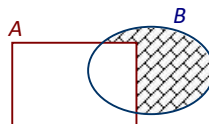


با نماد ریاضی می‌توان نوشت:

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ و } x \notin B\}$$

به صورت مشابه:

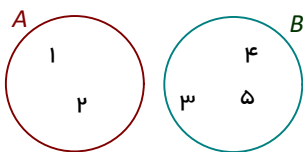
مجموعه‌ی $B - A$ نیز شامل اعضای است که در B بوده ولی در A نیستند.



نهایی کشوری - خرداد ۱۴۰۴

با توجه به نمودار ون داده شده:

الف) تساوی‌ها را کامل کنید.



$A - B =$

$A \cap B =$

ب) به جای \square یکی از نمادهای $(\in, \notin, \subset, \supset)$ را قرار دهید:

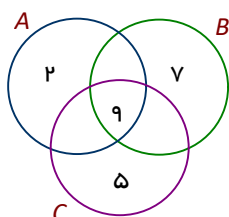
$5 \square A \cup B$

پاسخ

مثال: با توجه به نمودار مقابل؛

الف) مجموعه‌ی زیر را با اعضایش مشخص کنید.

$(A \cup B) - C =$



توجه فرمایید:

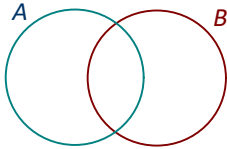
اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

ب) داخل مربع علامت مناسب (\in ، \notin ، \subseteq یا $\not\subseteq$) قرار دهید.

$$5 \square B \quad \{9\} \square A$$

استان اصفهان - خرداد ۱۴۰۰

مجموعه‌ی $(B - A) \cap B$ را در نمودار روبه‌رو هاشور بزنید.



مثال: (از کتاب) مجموعه‌های $\mathbb{Z} - \mathbb{N}$ و $\mathbb{N} - \mathbb{Z}$ و $\mathbb{W} - \mathbb{N}$ را تشکیل دهید.

پاسخ

پای تخته

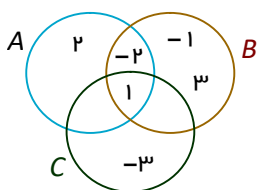
۵. اگر $A = \{1, 2, 3\}$ و $B = \{3, 5, 1\}$ ، مجموعه‌های زیر را با اعضایشان مشخص کنید.

- $B \cap (A - B)$
- $(A - B) \cup (A \cap B)$



مثال: با توجه به نمودار ون مقابل:

الف) در جاهای خالی نماد مناسب قرار دهید:



$$1 \square C \quad \text{و} \quad \{2, -1\} \square B \cup C$$

ب) مجموعه‌ی بیان شده‌ی زیر را با نماد نوشته و مشخص کنید:

عضوهایی که در B بوده، ولی در هر دوی A و C نباشند.

پاسخ



با رسم نمودار مناسب، نمونه‌ی بعد را پاسخ دهید:

پای تخته

۶. در یک کلاس ۴۲ نفره، ۱۸ نفر ورزش نمی‌کنند و ۲۱ نفر عضو کتابخانه نیستند. اگر ۲ نفر هم ورزش نکنند و هم عضو کتابخانه نباشند، چند نفر هم ورزش می‌کنند و هم عضو کتابخانه هستند؟



جواب: ۵

پاسخ دهید (۳) ?

۱- اگر $A = \{1, 2, 3\}$ و $B = \{2, 4, 5\}$ و $C = \{3, 5, 1\}$ ، هر یک از مجموعه‌های زیر و تعداد زیرمجموعه‌های هر کدام را تعیین کنید:

- $B \cap (A - C)$
- $(B - C) \cup (C \cap A)$
- $(B - A) \cap (C - B)$
- $(A \cap B) - (B \cup C)$

۲- اگر بدانیم $A \subset B$ ، عبارات زیر را ساده کنید:

- $A - B$
- $A \cup B$
- $A \cap B$
- $\emptyset \cup B$
- $\emptyset - A$

۳- فرض کنید داشته باشیم: $A = \{1, m, 3\}$ ، $B = \{n \mid n \in \mathbb{N}, 2 \leq n < 7\}$ و $C = \{4, 5, 6\}$. مقدار m را طوری بیابید که تساوی زیر درست باشد:

$$C = B - A$$

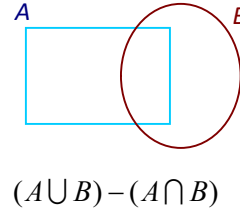
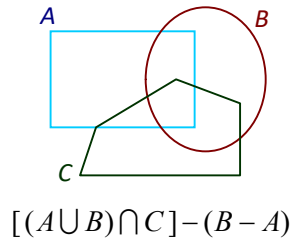
۴- آیا عبارت زیر همواره درست است؟

$$(A \cap B) \subset B \subset (A \cup B)$$

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

۵- مجموعه‌های داده شده‌ی زیر را در شکل‌های بالای هر کدام هاشور بزنید.



۶- شکل‌های مناسبی رسم کنید و مانند تمرین قبل، مجموعه‌های زیر را هاشور بزنید:

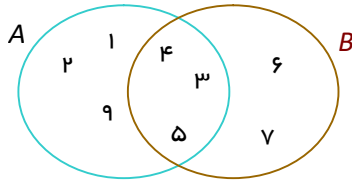
- $(A \cap B) - A$
- $A - (A \cap B)$
- $(B - C) \cup (A \cap B)$
- $(A \cup B) - C$

منتفب کتاب:

۱- مجموعه‌های $A = \{2, 4, 6, 8, 9\}$ ، $B = \{1, 5, 7, 3, 9\}$ و $C = \{1, 7, 10, 11\}$ را در نظر بگیرید. سپس هر یک از مجموعه‌های زیر را با عضوهایشان مشخص کنید:

- الف) $B \cup C$ ب) $(A - C) \cup (B - C)$ پ) $(A \cup B) - C$
 ت) $\emptyset \cup C$ ث) $A \cap \emptyset$

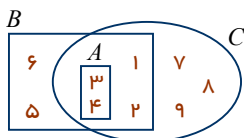
۲- با توجه به نمودار مقابل، عبارت‌های درست یا نادرست را مشخص کنید.



- الف) $(A - B) \cup (A \cap B) = A$
 ب) $(A - B) \cup (B - A) = \{1, 2, 6\}$
 پ) $n(A - B) = n(B - A)$

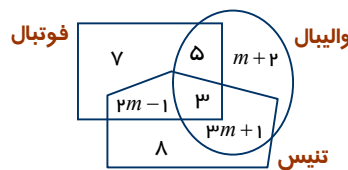
CHALLENGE

چالش (ویژه علاقمندان)



الف) با توجه به شکل روبه‌رو، تعداد عضوهای مجموعه‌ی $(A - B) \cup (C - A)$ را تعیین کنید.

ب) با توجه به نمودار زیر، اگر تعداد افرادی که تنها به یک ورزش علاقه دارند ۲۱ نفر باشد، چند نفر تنها به دو ورزش علاقمند هستند؟



توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

مجموعه‌ی $A = \{0, 1, 2, 3, \dots, 9\}$ دارای ده عضو است و به همین دلیل می‌نویسیم:

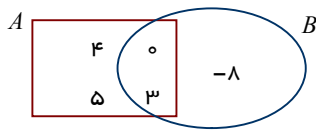
$$n(A) = 10$$

یعنی:

نماد $n(A)$ ، تعداد عضوهای مجموعه‌ی A را نشان می‌دهد.

نهایی کشوری - خرداد ۱۴۰۳

با توجه به نمودار ون مقابل، جاهای خالی را کامل کنید.



الف) $A \cap B = \{ \quad \quad \}$

ب) $B - A = \{ \quad \quad \}$

پ) $n(A \cup B) =$

مفهوم احتمال و محاسبه‌ی آن را سال قبل دیده‌ایم. در این بخش، احتمال و روش محاسبه را با استفاده از مجموعه‌ها با دقت

بیشتری معرفی و بررسی خواهیم کرد.

چند مفهوم:

یک آزمایش شانس (یعنی: نتیجه قبل از انجام نامشخص باشد)، مثلاً پرتاب یک تاس را در نظر بگیرید:

مجموعه‌ی تمام نتایج ممکن در انجام این آزمایش را با S نشان می‌دهیم. بنابراین در این مثال:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

مجموعه‌ی S «فضای نمونه‌ای» نام دارد.

در هر آزمایش، هدف تعیین احتمال برخی اتفاق‌های خاص مورد نظر (مطلوب) است. اعضای هر حالت مطلوب را داخل

یک مجموعه نوشته و به آن یک «پیشامد» یا «پیشامد تصادفی» گوئیم. در نتیجه:

پیشامدها، همه‌ی زیر مجموعه‌های S هستند.

مماسبه احتمال:

احتمال رخ دادن یک پیشامد A را با $P(A)$ نشان داده و به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$P(A) = \frac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب}}{\text{تعداد کل حالات}} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

برای نمونه:

احتمال آمدن عددی اول در پرتاب یک تاس را حساب می‌کنیم (سؤال نهایی- خرداد ۱۴۰۳). تعداد کل حالت‌ها ۶ و حالت-

های مطلوب $\{2, 3, 5\}$ است. مقدار احتمال:

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.



$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

نمای کشوری - خرداد ۱۴۰۴

۵ کلاس پایه هفتم، ۴ کلاس پایه هشتم و ۳ کلاس پایه نهم از دبیرستان خلیج فارس در یک اردوی تفریحی شرکت کرده‌اند. قرار است تمامی کارهای اردو با مشارکت دانش‌آموزان به صورت قرعه‌کشی انجام شود. برای تعیین تیم برپاکننده چادرها، چقدر احتمال دارد یک کلاس پایه‌ی نهم انتخاب شود؟



پاسخ

مثال: در پرتاب یک تاس، احتمال این که عدد رو آمده اول باشد، برابر $\frac{1}{3}$ است. (درست نادرست)

پاسخ

مثال: یک تاس را پرتاب می‌کنیم. مطلوب است احتمال آن که عدد ظاهر شده:

الف) مضرب ۵ باشد.

ب) کوچک‌تر از ۵ باشد.

پ) عدد اول دو رقمی باشد.

به صورت مشابه انجام دهید . . .

پای تخته

۰۷ در ظرفی ۱۵ کارت با شماره‌های ۱، ۲، ۳، . . . و ۱۵ قرار دارد. یک کارت به صورت تصادفی (شانسی) از ظرف خارج می‌کنیم. مجموعه‌ی K را نوشته و توسط آن تعیین کنید احتمال آن که عدد روی کارت:
الف) دو رقمی باشد.
ب) بین ۵ و ۱۰ باشد.
پ) عدد اول فرد باشد.



جواب: $\frac{2}{5}$ و $\frac{4}{15}$ و $\frac{1}{3}$

گاهی با انجام آزمایش، دو نوع نتیجه یا حتی بیشتر ظاهر می‌شود؛ در چنین حالت‌هایی لازم است مجموعه‌ی S و پیشامدهای آن را به صورتی خاص و مناسب بنویسیم. به تفاوت فضای نمونه‌ای در دو مثال بعدی توجه کنید.

مثال: در پرتاب یک سکه، مجموعه‌ی S چنین نوشته می‌شود:

$$S = \{ \text{پ}, \text{ر} \}$$

که در آن «ر» نشان دهنده‌ی ظاهر شدن روی سکه و «پ» نشان دهنده‌ی پشت سکه است.

مثال: فرض کنید دو سکه را پرتاب کرده‌ایم. مجموعه‌ی S را تشکیل داده و احتمال موارد زیر را محاسبه کنید.

الف) هر دو سکه رو بیاید.

ب) فقط یک سکه پشت بیاید.

نمودار درختی:

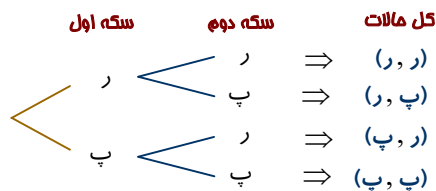
روشی آسان برای نوشتن مجموعه‌ی S هنگامی که اعضای آن دو یا چند نتیجه را نشان می‌دهند، استفاده از «نمودار درختی» به صورت زیر است. برای نمونه، وقتی دو سکه پرتاب می‌شود:

▪ سکه‌ی اول می‌تواند رو یا پشت ظاهر شود:

سکه اول



▪ در هر یک از دو حالتی که برای سکه‌ی اول رخ می‌دهد، سکه‌ی دوم ممکن است رو یا پشت ظاهر گردد:



می‌بینید که:

حرکت از ریشه به سمت برگ‌ها (از چپ به راست)، تمام عضوهای S یا پیشامدهای مورد نظر را مشخص می‌کند.

مثال: یک سکه و یک تاس را هم‌زمان پرتاب می‌کنیم.

الف) تعداد حالت‌های ممکن را بنویسید.

ب) احتمال آن که سکه رو و تاس عدد فرد ظاهر شود چقدر است؟

پ) احتمال آن که سکه پشت بیاید چقدر است؟

پاسخ ✓

نوبت شماست . . .

پای تخته

۸. دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. مجموعه‌ی S را تشکیل داده و احتمال موارد زیر را بیابید:
 الف) هر دو عدد ظاهر شده فرد باشند.
 ب) جمع دو عدد ظاهر شده کوچک‌تر از ۶ باشد.
 پ) عدد تاس اول از عدد تاس دوم کوچک‌تر باشد.

جواب: به ترتیب $\frac{1}{4}$ و $\frac{5}{18}$ و $\frac{5}{12}$

آذربایجان شرقی - خرداد ۱۴۰۰

اگر تاسی را دو بار بیندازیم، چقدر احتمال دارد هر دو عدد رو شده مضرب ۳ باشند؟

پاسخ ✓

پاسخ دهید (۴) ?

۱- از مجموعه‌ی $\{1, 2, 3, \dots, 16\}$ یک عدد به تصادف انتخاب می‌کنیم. چقدر احتمال دارد:

الف) عدد انتخاب شده مضرب پنج باشد.

ب) عدد انتخاب شده دو رقمی باشد.

۲- خانواده‌ای دارای سه فرزند است.

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

- الف) با رسم نمودار درختی، مجموعه‌ی S مربوط به جنسیت فرزندان را بنویسید.
 ب) چقدر احتمال دارد که فقط یک فرزند دختر باشد.
 پ) چقدر احتمال دارد که لااقل یک فرزند دختر باشد.
 ت) چقدر احتمال دارد که تعداد دخترها از تعداد پسرها بیشتر باشد.

۳- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم.

- الف) مجموعه‌ی S را بنویسید.
 ب) چقدر احتمال دارد هر دو تاس عدد اول بیایند.
 پ) چقدر احتمال دارد عدد تاس اول از عدد تاس دوم کوچک‌تر بیاید.
 ت) چقدر احتمال دارد مجموع دو عدد تاس‌ها برابر ۹ باشد.

منتخب کتاب:

- ۱- در جعبه‌ای ۳ مهره‌ی قرمز، ۴ مهره‌ی آبی و ۵ مهره‌ی سبز وجود دارد. اگر یک مهره را تصادفی از این جعبه خارج کنیم، چقدر احتمال دارد:
 الف) این مهره آبی باشد. ب) این مهره سبز نباشد. پ) این مهره قرمز یا سبز باشد.

- ۲- اگر تاسی را دو بار بیندازیم (یا دو تاس آبی و قرمز را با هم بیندازیم)، چقدر احتمال دارد:
 الف) هر دو بار، عدد اول رو شود. ب) دو عدد رو شده، مثل هم باشد.
 پ) دو عدد رو شده، مضرب ۳ باشند. ت) مجموع دو عدد ۷ باشد.



چالش (ویژه علاقمندان)

۱- اگر $P(A) = 0/2$ و $n(A) = 8$ و $n(B) = 5$ باشد، مقدار $P(B)$ را حساب کنید.

۲- اتاقی داریم که کف آن از کاشی‌های مربع شکل پوشیده شده است. طول اتاق شامل ۸ و عرض آن شامل ۵ کاشی است. اگر یکی از کاشی‌ها را به طور تصادفی انتخاب کنیم، احتمال آن که این کاشی، کاشی کنج یا کناره‌های اتاق باشد، را حساب کنید.

پاسخ‌نامه

فعالیت‌های پای تخته فصل اول

۱- فقط موارد (الف) و (ت) تابع و اعضای آن‌ها مشخص هستند.

ولی در قسمت‌های (ب) و (پ) و (ث):

اعضاء آن‌ها به سلیقه افراد بستگی دارد.

۲- در مورد مجموعه‌ی A ، ابتدا معادله را حل می‌کنیم تا آن مشخص گردد:

$$-3x - 5 = -2 \rightarrow -3x = -2 + 5 \rightarrow -3x = 3 \rightarrow x = \frac{3}{-3} = -1$$

پس $A = \{-1\}$ بوده و دارای دو زیرمجموعه‌ی \emptyset و $\{-1\}$ است.

زیر مجموعه‌های $B = \{1, 2, \{3\}\}$ را از عضوهای کمتر به بیشتر می‌نویسیم:

$$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{\{3\}\}, \{1, 2\}, \{1, \{3\}\}, \{2, \{3\}\}, \{1, 2, \{3\}\}$$

مشاهده می‌کنید که مجموعه‌ی B دارای ۳ عضو و دارای ۸ زیر مجموعه است.

۳- الف) با کمی توجه مشاهده می‌کنید که اعضای مجموعه‌ی داده شده مجذور عددهای حسابی هستند:

$$0, 1, 4, 9, 16, \dots \rightarrow 0^2, 1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \dots$$

در نتیجه این مجموعه به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\{k^2 \mid k \in \mathbb{W}\}$$

ب) توجه کنید که اگر عددهای $1, 4, 9, 16, \dots$ یک واحد کم کنیم، عددهای $0, 3, 8, 15, 24, \dots$ به دست می‌آیند:

$$0, 3, 8, 15, 24, \dots \rightarrow 1-1, 4-1, 9-1, 16-1, 25-1, \dots \Rightarrow 1^2-1, 2^2-1, 3^2-1, 4^2-1, \dots$$

در نتیجه این مجموعه به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\{k^2 - 1 \mid k \in \mathbb{N}\}$$

۴- عددهای صحیح در محدوده‌ی عبارتند از $-2, -1$ و صفر. در نتیجه مجذورهای آن‌ها مجموعه را تشکیل می‌دهند:

$$A = \{0^2, (-1)^2, (-2)^2\} \Rightarrow A = \{0, 1, 4\}$$

۵- مورد اول: با رعایت ترتیب (ابتدا داخل پراکنز را می‌نویسیم):

$$B \cap (A - B) = \{3, 5, 1\} \cap (\{1, 2, 3\} - \{3, 5, 1\}) = \{3, 5, 1\} \cap \{2\} = \emptyset$$

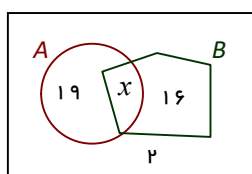
مورد دوم: مشابه قسمت قبل:

$$(A - B) \cup (A \cap B) = (\{1, 2, 3\} - \{3, 5, 1\}) - (\{1, 2, 3\} \cap \{3, 5, 1\}) \\ = \{2\} - \{1, 3\} = \{2\}$$

۶- کل افراد کلاس را در یک مستطیل تصور کرده و «افرادی که ورزش می‌کنند» و «افرادی که عضو کتابخانه هستند» را به

ترتیب با A و B نشان می‌دهیم. اکنون در شکل مقابل، تعداد افراد هر بخش را در

شکل می‌نویسیم:



نمونه فرماید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

- دو نفر که ورزش نمی‌کنند و عضو کتابخانه نیستند را خارج دو مجموعه قرار می‌دهیم. پس ۴۰ نفر داخل این دو مجموعه جای دارند.
 - چون ۱۸ نفر ورزش نمی‌کنند، پس ۱۶ نفر (جدای از ۲ نفر قبلی) خارج A قرار دارند.
 - همچنین: چون ۲۱ نفر عضو کتابخانه نیستند، پس ۱۹ نفر هم خارج B قرار می‌گیرند.
 - تعداد افراد مشترک را هم با x نشان می‌دهیم.
- چون کل افراد ۴۲ نفر بوده است، بنابراین:

$$19 + x + 16 + 2 = 42 \rightarrow x + 37 = 42 \Rightarrow x = 42 - 37 = 5$$

۷- مجموعه‌ی تمام حالت‌های ممکن عبارت است از:

$$S = \{1, 2, 3, \dots, 14, 15\} \rightarrow n(S) = 15$$

الف) عددهای دو رقمی موجود در S را می‌نویسیم:

$$A = \{10, 11, 12, 13, 14, 15\} \rightarrow n(A) = 6 \Rightarrow P(A) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

ب) عددهای بین ۵ و ۱۰ در S را می‌نویسیم:

$$B = \{6, 7, 8, 9\} \rightarrow n(B) = 4 \Rightarrow P(B) = \frac{4}{15}$$

پ) مشابه دو قسمت قبل، پیشامد را نوشته و احتمال را محاسبه می‌کنیم:

$$C = \{3, 5, 7, 11, 13\} \rightarrow n(C) = 5 \Rightarrow P(C) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

۸- برای درک بهتر و یا اگر لازم است، از نمودار درختی استفاده کنید؛ مجموعه‌ی تمام حالت‌ها به صورت زیر است:

$$S = \{(1,1), (1,2), (1,3), \dots, (1,6), (2,1), (2,2), \dots, (2,6), (3,1), (3,2), \dots, (6,6)\} \rightarrow n(S) = 36$$

توجه کنید یک عضو S مانند $(2,1)$ به این معنی است که تاس اول عدد ۲ و تاس دوم عدد ۱ آمده است.

الف) پیشامد هر دو عدد فرد به صورت زیر است:

$$A = \{(1,1), (1,3), (1,5), (3,1), (3,3), (3,5), (5,1), (5,3), (5,5)\} \rightarrow n(A) = 9$$

در نتیجه:

$$P(A) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

ب) تمام عضوهایی که جمع دو عدد آن‌ها کمتر از ۶ است را می‌نویسیم:

$$B = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), (4,1)\} \rightarrow n(B) = 10$$

در نتیجه:

$$P(B) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

پ) تمام عضوهایی از S که عدد اول از عدد دوم کمتر است را می‌نویسیم:

$$C = \{(1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,4), (3,5), (3,6), (4,5), (4,6), (5,6)\} \\ \rightarrow n(C) = 15$$

$$P(C) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12} \quad \text{در نتیجه:}$$

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

لیست کامل مجموعه‌های آموزشی

ریاضی تیزهوشان	متوسطه اول (عادی)	دوره ابتدایی (عادی)
ریاضی تیزهوشان ششم	جزوه ریاضی هفتم	جزوه ریاضی پنجم
ریاضی تیزهوشان هفتم	جزوه ریاضی هشتم	جزوه ریاضی ششم
ریاضی تیزهوشان هشتم	جزوه ریاضی نهم	
ریاضی تیزهوشان نهم		

استعداد تحلیلی (ششم به هفتم)	استعداد تحلیلی (نهم به دهم)
جزوه هوش کلامی (ادبی)	جزوه هوش غیرکلامی (تصویری)
جزوه هوش غیرکلامی (تصویری)	جزوه هوش ریاضی و محاسبات
جزوه هوش ریاضی - منطقی و سرعتی	جزوه هوش منطقی و استدلال (شامل تحلیل متن)

متوسطه دوم (تجربی: کنگوری)	متوسطه دوم (تجربی: تشریحی)
جزوه کنکور ریاضی دهم	جزوه تشریحی ریاضی دهم
جزوه کنکور ریاضی یازدهم	جزوه تشریحی ریاضی یازدهم
جزوه کنکور ریاضی دوازدهم	جزوه تشریحی ریاضی دوازدهم
جزوه جامع کنکور تجربی	

متوسطه دوم (ریاضی: کنگوری)	متوسطه دوم (ریاضی: تشریحی)
جزوه کنکور ریاضی دهم	جزوه تشریحی ریاضی دهم
جزوه کنکور مسابان (۱)	جزوه تشریحی هندسه (۱)
جزوه کنکور آمار و احتمال	جزوه تشریحی هندسه (۲)
جزوه کنکور هندسه (۲)	جزوه تشریحی مسابان (۱)
جزوه کنکور مسابان (۲)	جزوه تشریحی آمار و احتمال
جزوه کنکور ریاضیات گسسته	جزوه تشریحی ریاضیات گسسته
جزوه کنکور هندسه (۳)	جزوه تشریحی هندسه (۳)
جزوه جامع کنکور ریاضی	جزوه تشریحی مسابان (۲)

رشته انسانی
جزوه ریاضی و آمار پایه دهم (تشریحی + کنکور در یک مجموعه، البته تفکیک شده)
جزوه ریاضی و آمار پایه یازدهم (تشریحی + کنکور در یک مجموعه، البته تفکیک شده)
جزوه ریاضی و آمار پایه دوازدهم (تشریحی + کنکور در یک مجموعه، البته تفکیک شده)

ما متمرکز بر ارتقای کیفیت آموزش هستیم.

سپاس از توجهتان



۰۹۳۵ ۶۰۰ ۸۴۵۴
 ۰۹۲۰ ۶۰۰ ۸۴۵۴