

## ترکیب: دانش شما + ممتوای بی نظیر تدریس ما

تمرین و پاسفنامه

درسنامه آپدیت

کوئیز و آزمون

«آسان و روان، حرفه‌ای و متمایز تدریس کنید.»





**«چاپ تمام رنگی جزوه اختصاصی شما برابر هزینه فایل»**

**(مذف هزینه چاپ)**



**کلاس ایده‌ال:**



**سرعت آموزش خود را دو برابر کنید!**

(رفع مشکل کمبود وقت برای تدریس کامل کتاب)



**پیشنهادات ویژه چاپ:**

**چاپ کلاسی:** بین ۷۰ تا ۸۰ درصد تخفیف برای سفارش ۱۰ جلد یا بیشتر.

**چاپ تک جلد:** بدون هزینه اضافه، معادل هزینه فایل در آدرستان تحویل می‌شود.

(یک جلد هدیه نسخه خودآموز به مدرس در سفارشات ۲۰ جلد یا بیشتر)

**(نسخه تدریس در دست شاگردان)**

پند نمونه از نتایج درفشان برفی از همکاران مجموعه درس آموزه: **(خرداد و تابستان ۱۴۰۴)**

- از یک جمع چند نفره خصوصی، تمام افراد نمره ۱۹/۵ یا ۱۹/۷۵ کسب کردند؛ (حسابان دوازدهم نهایی)
- از یک گروه ۲۷ نفره در آموزشگاه، چند نفر ۲۰ و اکثراً نمره بالاتر از ۱۵ نهایی و از یک گروه ۱۱ نفره، پنج نفر نمره ۱۹/۵ یا بالاتر و هیچ کدام کمتر از ۱۸ نبودند؛ (دوازدهم انسانی نهایی)
- از جمع شاگردان فقط یکی از اساتید، کسب ۱۰ رتبه دو رقمی منطقه ۲ در رشته‌های ریاضی، تجربی و انسانی. (کنکور ۱۴۰۴)
- کسب درصد ریاضی فقط ۳ درصد کمتر از رتبه یک کنکور تجربی. (کنکور ۱۴۰۲)

## تدریس ویژه تیز هوشان

(ریاضیات و هوش و استعداد تحلیلی)

100%

از متوسط تا پیشرفته و بسیار پیشرفته



دریافت جدیدترین نمونه‌ها:



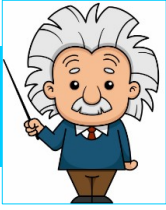
۰۹۳۵ ۶۰۰ ۸۴۵۴

**جزوات شخصی شما  
برای تدریس به شاگردان نخبه**

اطلاعات شخصی مدرس، لوگو و تبلیغات شخصی یا مدرسه یا آموزشگاه، روش‌های ارتباطی با شما و ... روی جلد و در تمام صفحات درسنامه، به زیباترین شکل ممکن درج می‌شود.

و

در کل مجموعه، هیچ نام یا نشانی از گروه ما درج نمی‌شود.

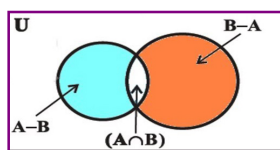


## «فهرست»

۲	<b>مجموعه و احتمال</b> جبر مجموعه‌ها، نمودارها و کاربرد در احتمال	۱
۴۰	<b>اعداد موقی</b> اعداد گویا، گنگ و نمایش آن‌ها، قدر مطلق	۲
۷۸	<b>استدلال در هندسه</b> استدلال و اثبات در هندسه، هم‌نهستی و تشابه	۳
۱۰۸	<b>توان و ریشه‌گیری</b> توان و محاسبات، ریشه، رادیکال و محاسبات	۴

۵	<b>عبارت جبری و اتحاد</b> چندجمله‌ای، اتحاد و تجزیه، نامعادلات	۱۵۵
۶	<b>قط و معادلات</b> رابطه‌های خطی، معادله خط، دستگاه معادلات	۱۹۲
۷	<b>عبارت‌های گویا</b> ساده سازی، اعمال چهارگانه، تقسیم چندجمله‌ای	۲۲۰
۸	<b>مساحت و حجم</b> بررسی مکعب مستطیل، منشور و استوانه، هرم، کره	۲۴۱

# ریاضی نهم تیز هوشان



مجموعه و احتمال

صفحه	فهرست
۳	معرفی مجموعه
۹	زیر مجموعه‌ها
۱۴	جبر مجموعه‌ها
۲۱	مجموعه و احتمال
۲۵	قدری پیشرفته‌تر
۳۳	سؤالات چهار گزینه‌ای



معرفی مجموعه

یک بیان واضح درباره‌ی عددها یا اشیاء، معمولاً یک مجموعه تشکیل می‌دهد. برای نمونه: مجموعه‌ی «مقسوم علیه‌های مثبت عدد ۱۰» به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$M = \{1, 2, 5, 10\}$$

نمایش مجموعه:

چنان که در بالا هم می‌بینید، اعضا را بین دو آکولاد «{ }» و «{ }» نوشته و بین آن‌ها از نماد «،» استفاده می‌کنیم. برای نمونه:

مجموعه‌ی  $\{1, 2, 2\}$  دو عضو، مجموعه‌ی  $\{1, 2\}$  سه عضو و  $\{\{2, \{1\}\}, \{3, 4\}\}$  فقط یک عضو دارد. (چرا؟)

در حالت خاص، مجموعه‌های عددی معروف را با نماد اختصاصی هر کدام در ذهن داشته باشید:

- اعداد طبیعی:  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$
- اعداد مسابی:  $\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$
- اعداد صمیع:  $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$
- اعداد اول:  $P = \{2, 3, 5, 7, 11, \dots\}$
- اعداد طبیعی فرد:  $O = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$       • اعداد طبیعی زوج:  $E = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$

برخی عبارت‌ها مجموعه معرفی نمی‌کنند:

نکته ۱

برای آن که تعدادی شیء یا عدد تشکیل مجموعه دهند لازم است:

این اعداد یا اشیاء «مشفص» یا «مُصَن» باشند.

یعنی:

در مورد هر شیء یا عدد دلفواه، دقیقاً معلوم باشد که عضو آن مجموعه هست یا فیر.

بویژه لازم است:

تعیین اعضای مجموعه به نظر و سلیقه‌ی افراد بستگی نداشته باشد.

نمونه‌هایی ببینید:

(الف) عبارت: «اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۶» یک مجموعه معرفی می‌کند؛ زیرا:

دقیقاً عددهای ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ شرط داده شده را داشته و اعضای مجموعه هستند.

(ب) عبارت: «پنج عدد طبیعی» یک مجموعه معرفی نمی‌کند؛ زیرا:

دقیقاً معلوم نیست که کدام عددهای طبیعی جزء این پنج عدد بوده و کدام‌ها جزء آن‌ها قرار ندارند.



کدام عبارت یک مجموعه مشخص نمی‌کند؟

- ① سه نفر اول کنکور تجربی سال ۱۴۰۳  
 ② چهار عدد طبیعی یک رقمی فرد  
 ③ چهار عدد طبیعی یک رقمی زوج  
 ④ چهار عدد طبیعی یک رقمی اول

پاسخ ✓

کدام جمله‌ی زیر یک مجموعه مشخص می‌کند؟

- ① داستان‌های بلند  
 ② ده هنریشه معروف دنیا  
 ③ اعداد اول زوج  
 ④ رنگ‌های زیبا

پاسخ ✓

### نکته ۲

به دو مورد زیر توجه کنید:

- ترتیب نوشتن اعضای مجموعه اهمیتی ندارد.
- اعضای یک مجموعه را متمایز در نظر می‌گیریم؛ یعنی:

**اگر مجموعه عضو تکراری داشته باشد، فقط یک‌بار شمرده شده و تکرار آن را حذف می‌کنیم.**

بنابراین:

- مجموعه‌های  $\{a, b, c\}$  و  $\{c, a, b\}$  یکسان هستند.
- مجموعه‌ی  $D = \{۳, ۵, ۳\}$  دو عضوی بوده و نمایش معمولی آن  $D = \{۳, ۵\}$  است.

### معرفی نماد:

تعداد عضوهای یک مجموعه چون  $A$  را با  $n(A)$  (و گاهی  $|A|$ ) نشان می‌دهیم.

مجموعه‌ی  $A = \{1, ۳, ۳, ۳, ۵, ۵, ۵, ۵, ۵, \dots, ۱۱\}$  که در آن هر عدد به تعداد خودش نوشته شده است، چند عضو دارد؟

- ① نمی‌توان مشخص کرد.      ② ۱۱      ③ ۶      ④ ۳۶

پاسخ ✓



مجموعه  $A = \{a, \{a\}, \{a, a\}, \{a, a, a\}, \dots\}$  چند عضو دارد؟

- ۱ ۱      ۲ ۲      ۳ ۳      ۴ ۴ بی‌شمار

پاسخ

ممکن است مجموعه هیچ عضوی نداشته باشد، مانند: مجموعه عددهای طبیعی کمتر از صفر.

تنبی:

مجموعه‌ی «تهی» هیچ عضوی ندارد و آن را با  $\emptyset$  یا  $\{\}$  نشان می‌دهیم.

توجه کنید:

مجموعه‌ی  $\{\emptyset\}$  خود دارای یک عضو  $\emptyset$  است، پس آن با مجموعه‌ی تهی متفاوت است.

کدام یک از مجموعه‌های زیر، تهی است؟

- ۱ مجموعه اعداد اول کوچک‌تر از ۳      ۲ مجموعه اعداد اول بین ۲۴ و ۲۸  
۳  $\{0\}$       ۴  $\{\emptyset\}$

پاسخ

در ادامه، دو روش دیگر برای نمایش مجموعه‌ها می‌آوریم:

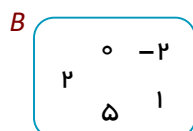
نکته ۳

یک مجموعه را می‌توان به صورت تصویری هم نمایش داد:

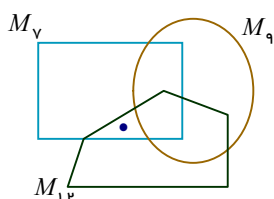
- یک شکل هندسی، مثلاً چند ضلعی یا دایره رسم می‌کنیم.
- اعضای مجموعه را داخل آن می‌نویسیم.

به چنین نمایشی از یک مجموعه، «نمودار ون» گفته می‌شود.

برای نمونه:



شکل مقابل، نمایش مجموعه‌ی  $B = \{-2, 0, 1, 2, 5\}$  توسط نمودار ون است.



در نمودار زیر، مجموعه‌های  $M_7$  و  $M_9$  و  $M_{12}$ ، به ترتیب مضرب‌های ۷ و مضرب‌های ۹ و مضرب‌های ۱۲ را مشخص می‌کنند. نقطه‌ای که در شکل نشان داده شده است، نمایانگر کدام یک از عددهای زیر می‌تواند باشد؟

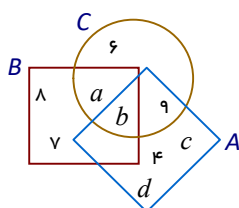
- ۱ ۶۳      ۲ ۱۹      ۳ ۲۵۲      ۴ ۱۶۸

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.



پاسخ ✓



عددهای طبیعی یک رقمی، طبق شکل روبه‌رو عضوهای سه مجموعه‌ی  $A$  و  $B$  و  $C$  را تشکیل می‌دهند. اگر مجموع عضوهای سه مجموعه با هم یکسان باشد، بیشترین مقدار  $c + 2d - b$  کدام است؟

۳ ④

۲ ③

۴ ②

۰ ①

پاسخ ✓

مهم‌ترین روش نمایش مجموعه‌ها به صورت زیر است:

#### نکته ۴

#### نمایش نمادین:

مجموعه‌ها را می‌توان با علائم ریاضی به صورت کوتاه معرفی کرد. برای نمونه: اعداد طبیعی زوج به صورت زیر هستند:

$$2, 4, 6, \dots \Rightarrow 2 \times 1, 2 \times 2, 2 \times 3, \dots$$

پس مجموعه‌ی  $E$  شامل این عددها چنین است:

$$E = \{2k \mid k \in \mathbb{N}\}$$

به صورت مشابه، مجموعه اعداد طبیعی فرد:

$$O = \{2k - 1 \mid k \in \mathbb{N}\}$$

نمایش معمولی مجموعه‌ی  $\left\{ \frac{2m+1}{3} \mid \frac{m}{3} \in \mathbb{N}, m \leq 4 \right\}$  کدام است؟

$\left\{ \frac{7}{3}, 3 \right\}$  ④

$\left\{ \frac{7}{3}, \frac{1}{3}, 3, \frac{5}{3} \right\}$  ③

$\left\{ \frac{1}{3}, 3, \frac{5}{3} \right\}$  ②

$\left\{ 3, \frac{5}{3} \right\}$  ①

پاسخ ✓

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.



❓ اگر  $A = \{-x^2 + 1 \mid x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x < 3\}$  و  $B = \{-x^3 \mid x \in A\}$  باشد، کدام گزینه مجموعه  $B$  را نشان می‌دهد؟

- 1  $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$       2  $\{-8, -1, 0, 1, 8\}$       3  $\{-1, 0, 27\}$       4  $\{-3, 0, 1\}$

پاسخ ✓

❓ نمایش ریاضی مجموعه  $\{-1, -4, 9, 16, -25, -36, \dots\}$  کدام است؟

- 1  $\{(-1)^x x \mid x \in \mathbb{N}\}$       2  $\{(-x)^x \mid x \in \mathbb{N}\}$   
 3  $\{(-1)^{\frac{x(x+1)}{2}} x^2 \mid x \in \mathbb{N}\}$       4  $\{(-1)^{\frac{x(x-1)}{2}} x^2 \mid x \in \mathbb{N}\}$

پاسخ ✓

در پایان این بخش، به دو مفهوم درباره‌ی مجموعه‌ها توجه کنید.

### نکته ۵

مجموعه‌ی  $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$  را در نظر بگیرید:

▪ اگر هر دو عضو آن را با هم جمع کنیم، حاصل داخل خود  $\mathbb{N}$  باقی می‌ماند. برای همین گوئیم:

مجموعه‌ی  $\mathbb{N}$  نسبت به عمل جمع بسته است.

▪ اگر دو عضو از  $\mathbb{N}$  را از هم تفریق کنیم، ممکن است حاصل در  $\mathbb{N}$  قرار نداشته باشد. مثلاً

$$3, 7 \in \mathbb{N}, \quad 3 - 7 = -4 \notin \mathbb{N}$$

پس  $\mathbb{N}$  نسبت به تفریق بسته نیست.

❓ کدام عبارت زیر درست است؟

- 1 مجموعه‌ی  $\{-1, 0, 1\}$  نسبت به عمل جمع بسته است.  
 2 مجموعه‌ی  $\{2x+1 \mid x \in \mathbb{Z}\}$  نسبت به عمل جمع بسته است.  
 3 مجموعه‌ی  $\{2^x \mid x \in \mathbb{Z}\}$  نسبت به عمل ضرب بسته است.  
 4 مجموعه‌ی  $\{-1, 0, 1\}$  نسبت به عمل ضرب بسته نیست.

پاسخ ✓



کدام مجموعه نسبت به هر یک از چهار عمل اصلی بسته است؟

- 1 مجموعه‌ی اعداد گویا ( $\mathbb{Q}$ )  
 2 مجموعه‌ی اعداد صحیح ( $\mathbb{Z}$ )  
 3 مجموعه‌ی اعداد گویا به جز صفر ( $\mathbb{Q} - \{0\}$ )  
 4 مجموعه‌ی اعداد حسابی ( $\mathbb{W}$ )

پاسخ ✓

### نکته ۶

#### مجموعه بی پایان:

- یک مجموعه بی پایان یا «نامتناهی» است، هر گاه تعداد عضوهای آن یک عدد نشود. مثلاً:
- $\mathbb{N}$  بی پایان است.
  - مجموعه عددهای گویای بین ۰ و ۱ بی پایان است، چون لاقبل بی‌شمار عدد زیر در آن قرار دارند:

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$$

#### توجه کنید:

سایر مجموعه‌ها با پایان یا «متناهی» هستند. (به‌ویژه:  $\emptyset$  تعداد ۰ عضو دارد و متناهی است).

کدام مجموعه‌ی زیر با پایان است؟

- 1  $\{n \in \mathbb{N} \mid n^2 \leq 2^n\}$   
 2  $\{n \in \mathbb{N} \mid n^3 \geq n^2\}$   
 3  $\{n \in \mathbb{N} \mid n^3 \leq 2^n\}$   
 4  $\{n \in \mathbb{N} \mid n^2 \geq 2^n\}$

پاسخ ✓

### نکته ۷

#### برخی خواص:

- موارد زیر به سادگی با توجه به مفاهیم مربوطه قابل بیان هستند:
- وقتی یک مجموعه متناهی است، هر زیرمجموعه از آن نیز متناهی است. (مفهوم زیرمجموعه در بخش بعد!)
  - وقتی یک مجموعه نامتناهی است، هر مجموعه شامل آن نیز نامتناهی است.
- سایر حالت‌ها حکم کلی نداشته و نیاز به بررسی دارند.

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.



۲

زیر مجموعه‌ها



با استفاده از مفهوم زیر می‌توان دو مجموعه را با هم مقایسه کرد:

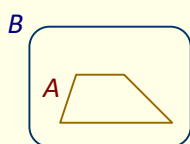
نکته ۸

هرگاه هر عضو از مجموعه‌ی  $A$  در  $B$  هم قرار داشته باشد، یعنی:

$$x \in A \Rightarrow x \in B$$

در این صورت  $A$  «زیر مجموعه»  $B$  است و می‌نویسیم:  $A \subseteq B$

اگر این شرط برقرار نباشد،  $A$  زیر مجموعه‌ی  $B$  نیست و می‌نویسیم:  $A \not\subseteq B$ .



(توجه: علامت‌های  $\subseteq$  و  $\subset$  یک معنی دارند!)

نمونه‌هایی ببینید:

۱) تمام زیرمجموعه‌های  $A = \{2, \{2\}\}$  چهار مورد زیر هستند:

$$\emptyset, \{2\}, \{\{2\}\}, A$$

۲) اگر  $A = \{1, 2, \{1, 2\}\}$  باشد، عبارت‌های  $\{1, 2\} \subseteq A$ ،  $\{1, 2\} \in A$  و  $\{1\} \subseteq A$  هر سه درست بوده، ولی  $\{1\} \in A$  نادرست است.

❖ اگر  $A = \{a, \{1, 2a+b\}\}$  زیر مجموعه‌ی  $B = \{3, 2a+1, \{-a, 0\}\}$  باشد، مقدار  $b$  کدام است؟

۲ ④

۱ ③

-۶ ②

-۹ ①

پاسخ ✓

❖  $k$  عددی ثابت و  $A = \{k+x^2 \mid x \in \mathbb{Z}, -3 \leq x < k\}$  است. اگر داشته باشیم  $\{6, 9\} \subseteq A$ ، عدد  $k$  عضو کدام مجموعه است؟

$\{4x+3 \mid x \in \mathbb{Z}\}$  ④

$\{3x-4 \mid x \in \mathbb{Z}\}$  ③

$\{2x+6 \mid x \in \mathbb{Z}\}$  ②

$\{5x+1 \mid x \in \mathbb{Z}\}$  ①

پاسخ ✓

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.



زیرمجموعه‌های بدیهی:

نکته ۹

برای هر مجموعه چون  $A$  همیشه:

- $A \subseteq A$ ؛ یعنی هر مجموعه‌ای زیرمجموعه‌ی خودش است.
- $\emptyset \subseteq A$ ؛ یعنی تهی زیرمجموعه‌ی تمام مجموعه‌ها است.

توجه کنید:

به زیر مجموعه‌های  $A$  غیر از خودش، زیر مجموعه‌ی «سبزه» یا «محض» گویند.

❖ اگر  $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}$  باشد، آنگاه چه تعداد از رابطه‌های زیر درست‌اند؟

- $\{\emptyset\} \subseteq A$        $\emptyset \subseteq A$        $\{\{\emptyset\}\} \in A$        $\{\{\emptyset\}\} \subseteq A$
- ۴ ④
۳ ③
۲ ②
۱ ①

پاسخ ✓

نکته ۱۰

همان‌طور که دیدیم، یک مجموعه‌ی ۲ عضوی تعداد ۴ زیر مجموعه داشت.

در کل:

اگر یک مجموعه دارای  $n$  عضو باشد، تعداد زیرمجموعه‌های آن برابر  $2^n$  است.

نمونه‌ای ببینید:

در یک مجموعه‌ی پنج عضوی:

① تعداد کل زیرمجموعه‌ها برابر  $2^5 = 32$  است.

② یکی از این ۳۲ زیرمجموعه، خودش است. پس تعداد زیرمجموعه‌های محض آن  $32 - 1 = 31$  بوده و تعداد زیرمجموعه‌های محض و ناتهی برابر است با:

$$32 - 2 = 30$$

**مثال:** مجموعه‌ی  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  را در نظر بگیرید.

الف)  $A$  چند زیر مجموعه‌ی یک عضوی دارد؟

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.



ب)  $A$  چند زیرمجموعه شامل عددهای زوج دارد؟

پ)  $A$  چند زیرمجموعه دارد که بزرگ‌ترین عضو آن ۵ باشد؟

مجموعه‌ی  $A$  دارای ۲۵۵ زیرمجموعه‌ی محض است. این مجموعه چند عضو دارد؟

۸ 4

۲۵۶ 3

۶ 2

۶۴ 1

پاسخ ✓

مجموعه‌ی  $A = \{1^n + (-1)^n \mid n \in \mathbb{N}\}$  چند زیرمجموعه دارد؟

۸ 4

بی‌شمار 3

۴ 2

۲ 1

پاسخ ✓

در چند زیرمجموعه از مجموعه‌ی  $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$  کوچک‌ترین عضو ۲، و بزرگ‌ترین عضو ۸ است؟

۸ 4

۶۴ 3

۱۶ 2

۳۲ 1

پاسخ ✓

اگر  $R = \{1, -1, -2, 2\}$  و  $A = \{x \mid x = \frac{k}{k^2}, x \in \mathbb{Z}, k \in R\}$  باشد، مجموعه‌ی  $A$  چند زیرمجموعه دارد؟

۴ 4

۱۶ 3

۲ 2

۸ 1

پاسخ ✓



مجموعه‌ی  $A = \{2^{1390} + 2, 2^{1390} + 4, 2^{1390} + 8, \dots, 2^{1391}\}$  چند زیر مجموعه دارد؟

۴  $2^{1391}$

۳  $2^{1390}$

۲  $2^{1389}$

۱  $2^{1388}$

پاسخ ✓

مجموعه‌ی  $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$  چند زیر مجموعه دارد که اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عضو آن ۵ باشد؟

۴ ۸

۳ ۶۴

۲ ۸۰

۱ ۳۲

پاسخ ✓

جمع‌بندی و تکمیل تعداد زیر مجموعه‌ها در چند حالت مهم:

### نکته ۱۱

یک مجموعه‌ی  $n$  عضوی دارای:

- تعداد  $n$  زیر مجموعه‌ی یک عضوی است.
- تعداد  $\frac{n \times (n-1)}{2}$  زیر مجموعه‌ی دو عضوی است.
- تعداد  $2^n$  زیر مجموعه، تعداد  $2^n - 1$  زیر مجموعه‌ی محض، تعداد  $2^n - 1$  زیر مجموعه‌ی ناتهی و تعداد  $2^n - 2$  زیر مجموعه‌ی محض و ناتهی است.

تعداد زیر مجموعه‌های سه عضوی مجموعه‌ی  $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$  که کوچک‌ترین عضو آن ۵ باشد، برابر کدام است؟

۴ ۱۶

۳ ۱۰

۲ ۱۵

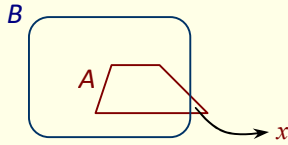
۱ ۲۰

پاسخ ✓



بررسی حالت  $A \not\subseteq B$ :

نکته ۱۲



رابطه‌ی  $A \not\subseteq B$  فقط (دقیقاً) به این معنی است که:

لااقل یک عضو چون  $x$  در  $A$  هست که در  $B$  نباشد.

برای نمونه:

در مجموعه‌های  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  و  $B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  چون  $1 \in A$  است ولی  $1 \notin B$ ، در نتیجه: در این دو مجموعه، عبارت  $A \not\subseteq B$  صحیح است. (ولی سایر عضوهای  $A$  در  $B$  هستند).

در پایان این بخش، مفهوم تساوی دو مجموعه بیان و بررسی می‌شود.

نکته ۱۳

هرگاه اعضای دو مجموعه‌ی  $A$  و  $B$  کاملاً یکسان باشند، یعنی:

$$x \in A \Leftrightarrow x \in B$$

در این صورت، دو مجموعه را «برابر» یا «مساوی» گفته و می‌نویسیم:

$$A = B$$

توجه کنید:

مجموعه‌های  $A$  و  $B$  هنگامی برابرند که روابط  $A \subseteq B$  و  $B \subseteq A$  هر دو درست باشند.

❖ دو مجموعه‌ی  $A = \{7, -x, y\}$  و  $B = \{5, -2, 7\}$  مساوی هستند.  $xy$  کدام است؟

۸ ④

۵ ③

۷ ②

۱۰ ①

پاسخ ✓

❖ به ازای چه تعداد عدد صحیح  $x$ ، دو مجموعه‌ی  $A = \{1, x^2, x\}$  و  $B = \{y, y^2\}$  برابر هستند؟

هیچ ④

۳ ③

۲ ②

۱ ①

پاسخ ✓

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.



ورودی سمپاد دهم؛ ۱۴۰۱

مقدار  $n(\{n(A), n(B), n(C)\})$  برابر کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

4 صفر

3 ۳

2 ۲

1 ۱

پاسخ 

3

جبر مجموعه‌ها

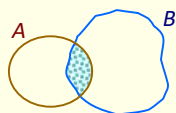


در این بخش، چند عمل جبری روی مجموعه‌ها و ساخت مجموعه‌هایی جدید خواهیم دید.

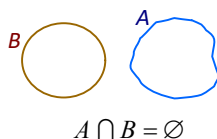
نکته ۱۴

برای دو مجموعه  $A$  و  $B$ ، «اشتراک» آن‌ها:مجموعه‌ی تمام اعضای است که هم در  $A$  و هم در  $B$  قرار داشته باشند.این مجموعه را به صورت  $A \cap B$  نشان می‌دهیم. بنابراین با نماد ریاضی:

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ و } x \in B\}$$

حالت ویژه:

ممکن است دو مجموعه عضو مشترک نداشته باشند؛ در این صورت آن‌ها را «مدا از هم» یا «مجزا» گویند:



$$A \cap B = \emptyset$$

(حاصل اشتراک دو مجموعه‌ی مجزا، تهی است.)

برای نمونه؛

در مورد مجموعه اعداد طبیعی فرد  $O$  و مجموعه اعداد طبیعی زوج  $E$  داریم:

$$O \cap E = \emptyset$$

مجموعه‌ی شمارنده‌های عدد ۱۲ و  $B$  مجموعه‌ی شمارنده‌های عدد ۱۴ است.  $A \cap B$  کدام است؟

4 {1, 2, 4}

3 {1, 2, 14}

2 {1, 2, 4}

1 {1, 2}

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.





نکته ۱۵

اگر  $A \subseteq B$  باشد، اشتراک آن‌ها برابر **مجموعه کوچک‌تر** یعنی  $A$  است:

$$A \subseteq B \Rightarrow A \cap B = A$$

در نتیجه موارد زیر همیشه درست هستند:

$$A \cap \emptyset = \emptyset \quad \text{و} \quad A \cap A = A$$

❖ اگر  $A_i = \{x \mid -i < x < i, x \in \mathbb{N}\}$  باشد،  $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \dots \cap A_n$  کدام است؟

④  $A_n$

③  $A_n - A_1$

②  $A_n$

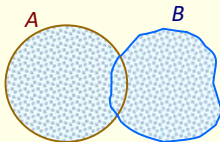
①  $A_1$

پاسخ ✓

عمل «اجتماع» بین مجموعه‌ها چنین بیان می‌شود:

نکته ۱۶

برای دو مجموعه  $A$  و  $B$ ، اجتماعشان  $A \cup B$  است و آن:



شامل تمام اعضای است که لااقل در یکی از  $A$  یا  $B$  قرار داشته باشند.

با نماد ریاضی:

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ یا } x \in B\}$$

بعلاوه، در نمایش  $A \cup B$ :

اعضای تکراری (مشترک) دو مجموعه، فقط یک بار نوشته می‌شوند.

❖ اجتماع دو مجموعه  $\{\{a, \emptyset\}, \{\emptyset, \{a\}, a\}\}$  و  $\{a, \emptyset\}$ ، چند زیر مجموعه دارد؟

④ ۸

③ ۴

② ۱۶

① ۳۲

پاسخ ✓

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.



نکته ۱۷

اگر  $A \subseteq B$  باشد، اجتماع آن‌ها برابر مجموعه‌ی بزرگ‌تر یعنی  $B$  است:

$$A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B$$

بویژه: موارد زیر همیشه درست هستند:

$$A \cup \emptyset = A \quad \text{و} \quad A \cup A = A$$

ورودی سمپاد دهم؛ ۱۴۰۴

اگر  $A \cup B = \{2, 3, 4\}$  و  $A \cap B = A$ ، مجموعه‌ی  $A$  حداکثر چند عضو دارد؟

۳ ④

۲ ③

۱ ②

۴ ①

پاسخ ✓

❓ اگر  $A_i = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -i \leq x \leq i\}$  باشد، آنگاه  $\bigcup_{i=1}^n A_i$  برابر خواهد بود با:

$\emptyset$  ④

از  $-\infty$  تا  $+\infty$  ③

$\{-1, 0, 1\}$  ②

$A_n$  ①

پاسخ ✓

❓ اگر  $A, B$  و  $C$  سه مجموعه باشند به طوری که  $A \subseteq B \subseteq C$  باشد، آنگاه  $(A \cap B) \cup C \cap (A \cup B)$  کدام است؟

$C$  ④

$B$  ③

$C \cup B$  ②

$A \cap B$  ①

پاسخ ✓

دو خاصیت بدیهی:

برای دو مجموعه‌ی  $A$  و  $B$  همیشه:

▪  $A \cap B$  زیر مجموعه‌ی هر دوی  $A$  و  $B$  است:

$$A \cap B \subseteq A \quad \text{و} \quad A \cap B \subseteq B$$

▪ هر دوی  $A$  و  $B$  زیر مجموعه‌ی  $A \cup B$  هستند:

$$A \subseteq A \cup B \quad \text{و} \quad B \subseteq A \cup B$$

❓ حاصل  $\emptyset \cup [A \cap (A \cup B)]$  کدام است؟

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.



$A \cup B$  4

$B$  3

$A$  2

$\emptyset$  1

پاسخ ✓

❖ اگر  $A_n = \{1, 2, 3, \dots, n\}$  باشد، حاصل مجموعه‌ی  $(A_4 \cap A_5) \cup (A_2 \cap A_3)$  کدام است؟

$\{1, 2, 3, 4\}$  4

$\{1, 2\}$  3

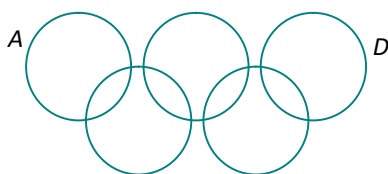
$\{1\}$  2

$\{1, 2, 3, 4, 5\}$  1

پاسخ ✓

ورودی سمپاد دهم؛ ۱۳۹۷

نمودار ون تعدادی از زیر مجموعه‌های متفاوت  $\{1, 2, 3\}$  رسم شده؛ کدام گزینه در مورد  $A \cup D$  درست است؟



1 می‌تواند دو عضوی باشد.

2 می‌تواند سه عضوی باشد.

3 حتماً یک عضوی است.

4 این پنج مجموعه نمی‌توانند متفاوت باشند.

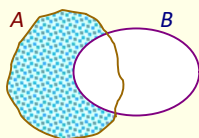
پاسخ ✓

اختلاف یک مجموعه نسبت به مجموعه‌ای دیگر را می‌توان با استفاده از مفهوم زیر به دست آورد:

نکته ۱۸

تفاضل مجموعه‌ی  $B$  از  $A$  را با  $A - B$  نشان داده و آن:

**شامل تمام عضوهای  $A$  است که در  $B$  قرار ندارند.**



با نماد ریاضی:

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ و } x \notin B\}$$

**توجه کنید:**

مجموعه‌ی  $B - A$  نیز شامل اعضای  $A$  است که در  $B$  بوده ولی در  $A$  نیستند.

برای نمونه:

با در نظر گرفتن  $A = \{-1, 2, 5, 6\}$  و  $B = \{2, 3, 5, 7\}$ ، مجموعه‌ی  $(A \cup B) - (A \cap B)$  را مشخص می‌کنیم:

**توجه فرمایید:**

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.

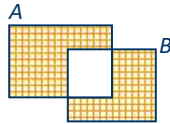


$$A \cup B = \{-1, 2, 3, 5, 6, 7\} \Rightarrow (A \cup B) - (A \cap B) = \{-1, 2, 3, 5, 6, 7\} - \{2, 5\} = \{-1, 3, 6, 7\}$$

$$A \cap B = \{2, 5\}$$

**بعلاوه:**

مجموعه‌ای که در نمونه‌ی قبل دیدیم، اعضای را مشخص می‌کند که: «دقیقاً در یکی از  $A$  و  $B$  قرار دارند.» بعلاوه، این مفهوم به صورت دیگری هم در زیر نوشته شده و در شکل هم دیده می‌شود:



$$(A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$$

**ورودی سمپاد دهم؛ ۱۳۹۸**

اگر  $A = \{1, \{1\}, \{1, 2\}\}$ ،  $B = \{1, 2\}$  و  $C = \{1, \{1\}\}$ ، آنگاه کدام یک از موارد زیر نادرست است؟

- ①  $C \subseteq A$       ②  $n(A \cap C) = 2$       ③  $A \cap B = \{1, 2\}$       ④  $(B - C) \cap A = \emptyset$

پاسخ

**نکته ۱۹**

هنگام محاسبه‌ی  $A - B$ ، دقیقاً اتفاق زیر رخ می‌دهد:

عضوهای مشترک بین دو مجموعه از  $A$  برداشته می‌شوند.

یعنی:

$$A - B = A - (A \cap B)$$

پس حالت‌های خاص زیر قابل بیان هستند:

▪ اگر  $A \subseteq B$  باشد، آنگاه:

$$A - B = \emptyset$$

▪ اگر  $A \cap B = \emptyset$  باشد، آنگاه:

$$A - B = A$$

بعلاوه؛ عکس هر دو مورد بالا هم برقرار است:

$$A - B = \emptyset \Rightarrow A \subseteq B \quad \text{و} \quad A - B = A \Rightarrow A \cap B = \emptyset$$

◇ اگر  $B \subset A$  باشد، ساده شده‌ی عبارت  $(B - A) - (B - C)$  کدام است؟

- ①  $A$       ②  $B$       ③  $\emptyset$       ④  $C$

پاسخ

**توجه فرمایید:**

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.



با شرط  $A \neq B$ ، کدام تساوی زیر نادرست است؟

$\emptyset - A = \emptyset$  ④

$A - B = B - A$  ③

$A - A = \emptyset$  ②

$A - \emptyset = A$  ①

پاسخ ✓

ورودی سمپاد دهم؛ ۱۳۹۸

اگر  $A$ ،  $B$ ،  $C$  و  $D$  چهار مجموعه باشند به طوری که  $((A \cup B) - C) - D = D$ ، آنگاه حاصل  $A \cup B \cup C \cup D$  همواره برابر کدام است؟

$A \cup B$  ④

$D$  ③

$C$  ②

$\emptyset$  ①

پاسخ ✓

ورودی سمپاد دهم؛ ۱۴۰۰

اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه باشند، چه تعداد از عبارتهای زیر  $A = B$  را نتیجه می‌دهند؟

$n(A \cup B) = n(A \cap B)$ ،  $A - B = B - A$ ،  $B \subseteq A - B$ ،  $A \subseteq A - B$

۴ ④

۳ ③

۲ ②

۱ ①

پاسخ ✓

ورودی سمپاد دهم؛ ۱۴۰۱

اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه‌ی عددی دلخواه و غیرتهی بوده،  $A$  زیر مجموعه‌ی  $B$  نباشد و  $\overline{\overline{A}}$  به معنای «بزرگ‌ترین عضو مجموعه‌ی  $A$ » باشد، چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

$\overline{\overline{(A - B)}} = \overline{\overline{A - B}}$

$\overline{\overline{A + B}} \leq \overline{\overline{(A \cup B)}}$

$\overline{\overline{(A - B)}} \leq \overline{\overline{A}}$

صفر ④

۳ ③

۲ ②

۱ ①

پاسخ ✓



ورودی سمپاد دهم؛ ۱۳۹۷

یازده زیر مجموعه‌ی غیر مساوی از  $M = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$  را طوری انتخاب می‌کنیم که از هر دو تای آن‌ها، یکی زیر مجموعه‌ی دیگری باشد. اگر  $A$ ،  $B$  و  $C$  به ترتیب مجموعه‌های ۷، ۵ و ۳ عضوی این ۱۱ مجموعه باشند، در مورد  $A \cup (B - C)$  چه می‌توان گفت؟

- ① ۱۱ عضوی است.
- ② ۹ عضوی است.
- ③ ۷ عضوی است.
- ④ ۵ عضوی است.

پاسخ

②  $A$ ،  $B$  و  $C$  سه مجموعه هستند به طوری که  $A - B$ ،  $B - A$ ،  $C - A$  و  $C - B$  به ترتیب ۳، ۲، ۲ و ۴ و ۵ عضو دارند. مجموعه‌ی  $A - C$  چند عضوی است؟

- ① ۱
- ② ۲
- ③ ۳
- ④ ۴

پاسخ

مجموعه و احتمال



مجموعه‌ها در بیان مفاهیم و محاسبه‌ی احتمالات کاربرد فراوان دارند.

نکته ۲۰

در یک آزمایش شانس: **فضای نمونه‌ای**: مجموعه‌ی تمام نتایج ممکن بوده و با  $S$  نشان داده می‌شود. **پیشامد**: هر زیر مجموعه از  $S$ ، یک پیشامد محسوب می‌شود که با حروف  $A$ ،  $B$  و ... نام‌گذاری می‌شوند.

برای نمونه؛

در پرتاب یک تاس، فضای نمونه‌ای و چند پیشامد مربوط به آن را ببینید:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

- پیشامد ظاهر شدن عدد مضرب ۵ چنین است:  $A = \{5\}$

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.



- پیشامد ظاهر شدن عدد اول:  $B = \{2, 3, 5\}$
- پیشامد ظاهر شدن عدد دو رقمی، برابر تهی است:  $C = \{\} = \emptyset$

ورودی سمپاد دهم؛ ۱۳۹۸

اگر در پرتاب یک تاس بدانیم که عدد رو شده، شمارنده‌ی عدد ۶ نمی‌باشد. در این صورت تعداد کل پیشامدها برابر کدام است؟

۸ ④

۶ ③

۴ ②

۲ ①

پاسخ ✓

گاهی آزمایش شانس بیش از یک نتیجه دارد؛ نمونه‌هایی ببینید:

**مثال:** الف) اگر یک سکه پرتاب شود، فضای نمونه‌ای چیست؟

ب) اگر دو سکه باهم پرتاب شوند، فضای نمونه‌ای چیست؟

◇ یک سکه را با یک تاس انداختیم. تعداد عضوهای فضای نمونه‌ای کدام است؟

۸ ④

۱۸ ③

۱۲ ②

۳۶ ①

پاسخ ✓

◇ سه سکه را باهم انداختیم. اگر  $A$  پیشامد «حداقل یک بار رو ظاهر شدن» و  $B$  پیشامد «حداکثر یک بار پشت ظاهر شدن»

باشد، در مورد تعداد عضوهای پیشامدها کدام مورد درست است؟

$n(A) = n(B) + ۳$  ②

$n(A) = ۳n(B)$  ①

$n(B) = n(A) + ۳$  ④

$n(B) = ۳n(A)$  ③

پاسخ ✓



نکته ۲۱

احتمال رخ دادن یک پیشامد  $A$  را با  $P(A)$  نشان داده و به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$P(A) = \frac{\text{تعداد عضوهای پیشامد}}{\text{تعداد کل حالات}} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

کدام مورد درست است؟

- ① احتمال این که تاس مضرب ۲ نیاید، کمتر از این است که تاس مضرب ۳ بیاید.
- ② احتمال این که سکه رو بیاید، بیشتر از این است که تاس عدد فرد بیاید.
- ③ احتمال این که یک سکه رو بیاید کمتر از این است که دو سکه هم زمان رو بیاید.
- ④ احتمال این که مجموع دو تاس هفت شود، بیشتر از این است که مجموع دو تاس پنج شود.

پاسخ ✓

در یک جعبه ۲۰ توپ قرمز، ۳۰ توپ سفید و تعدادی توپ آبی وجود دارد. اگر شما یک توپ به دلخواه از جعبه بردارید،

احتمال یا شانس آبی بودن آن،  $\frac{9}{11}$  است. چند توپ در جعبه است؟

۲۲۵ ④

۲۷۵ ③

۱۷۵ ②

۱۲۵ ①

پاسخ ✓

در کاربرد روش غربال برای تعیین عددهای اول ۱ تا ۲۰۰، تاکنون ۱۶۱ بار عددها را خط زده‌ایم. عدد  $a$  بین ده عدد

بعدی است که خط خواهد خورد. احتمال این که  $a$  دو رقمی باشد، چقدر است؟

$\frac{3}{5}$  ④

$\frac{1}{2}$  ③

$\frac{3}{10}$  ②

۰ ①

پاسخ ✓



## ورودی سمپاد دهم؛ ۱۴۰۳

در پرتاب دو تاس، احتمال این که جمع اعداد رو شده یا ضرب اعداد رو شده اول باشد، کدام است؟

$$\frac{15}{36} \quad 4$$

$$\frac{17}{36} \quad 3$$

$$\frac{21}{36} \quad 2$$

$$\frac{19}{36} \quad 1$$

پاسخ

## توجه کنید:

در یک فضای نمونه ای  $S$ ، موارد زیر همیشه درست هستند:

$$P(\emptyset) = \frac{0}{n(S)} = 0 \quad \blacksquare \quad \text{چون } n(\emptyset) = 0 \text{ است، پس:}$$

یعنی: پیشامد تهی هیچ وقت رخ نمی‌دهد.

$$P(S) = \frac{n(S)}{n(S)} = 1 \quad \blacksquare \quad \text{همیشه:}$$

یعنی: فضای نمونه‌ای به عنوان یک پیشامد، همیشه رخ می‌دهد.

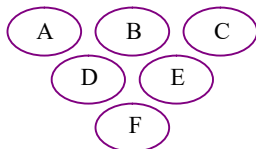
$$\text{چون } 0 \leq n(A) \leq n(S) \text{ است، پس:} \quad \blacksquare$$

$$0 \leq \frac{n(A)}{n(S)} \leq \frac{n(S)}{n(S)} \Rightarrow 0 \leq P(A) \leq 1$$

یعنی: کمترین احتمال برابر صفر و بیشترین احتمال برابر یک است.



قدری پیشرفته‌تر



❓  $A$ ،  $B$  و  $C$  سه مجموعه‌ی دلخواه هستند و از ردیف دوم به پایین در شکل مقابل، هر مجموعه تفریق دو مجموعه‌ی بالای خودش است (سمت چپ منهای سمت راست؛ مثلاً  $D = A - B$ ). کدام مورد حتماً درست است؟

- ①  $B \subseteq F$     ②  $(D \cap B) \subseteq F$     ③  $(A \cap C) \subseteq F$     ④  $(D \cup C) \subseteq F$

پاسخ ✓

❓ می‌دانیم:

اگر یک عدد فرد مجذور کامل باشد، باقی مانده‌ی تقسیم آن بر ۸ برابر ۱ است.

از مجموعه‌ی  $\{1, 11, 111, 1111, \dots\}$ ، زیر مجموعه‌ای شامل تمام عددهای مجذور کامل ممکن را نوشته‌ایم. این زیر مجموعه، خود چه تعداد زیرمجموعه دارد؟

- ① ۲    ② ۴    ③ ۸    ④ بی‌شمار

پاسخ ✓

ورودی سمپاد دهم؛ ۱۳۹۹

مجموعه‌ی  $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, 0 < x < 100\}$  و  $B$  زیر مجموعه‌ای از  $A$  باشد به طوری که هر دو عضو دلخواه که از آن در نظر بگیریم، یکی شمارنده‌ی دیگری باشد. مجموعه‌ی  $B$  حداکثر چند عضو دارد؟

- ① ۶    ② ۷    ③ ۸    ④ ۹

پاسخ ✓

ورودی سمپاد دهم؛ ۱۳۹۶

از کیسه‌ای شامل ۹ گوی شماره گذاری شده از ۱ تا ۹، در سه نوبت، هر بار یک گوی بیرون می‌آوریم و در جدول زیر، خانه‌ی مربوطه را ضربدر می‌زنیم. (گوی‌ها را به کیسه بر نمی‌گردانیم!) چقدر احتمال دارد که همه‌ی خانه‌های یک سطر یا ستون یا قطر این جدول علامت‌دار شوند؟

۱	۲	۳
۴	۵	۶
۷	۸	۹

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.



4  $\frac{48}{504}$

3  $\frac{30}{504}$

2  $\frac{24}{504}$

1  $\frac{8}{504}$

پاسخ

برخی مباحث پیشرفته‌تر در ارتباط با مجموعه‌ها را در ادامه‌ی این بخش خواهیم دید.

### یادآوری:

فرمول مجموع عددهای طبیعی متوالی با شروع از عدد 1 اهمیت و کاربرد زیادی دارد:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n \times (n + 1)}{2}$$

برای نمونه:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 100 = \frac{100 \times (100 + 1)}{2} = 50 \times 101 = 5050$$

نمونه‌ی دیگر:

مجموع عددهای 150, 152, 154, ..., 50 را با استفاده‌ی مناسب از فرمول حساب می‌کنیم:

$$\begin{aligned} 50 + 52 + 54 + \dots + 150 &= 2(25 + 26 + 27 + \dots + 75) = 2[(1 + 2 + 3 + \dots + 75) - (1 + 2 + 3 + \dots + 24)] \\ &= 2\left[\frac{75 \times (75 + 1)}{2} - \frac{24 \times (24 + 1)}{2}\right] = 5700 - 600 = 5100 \end{aligned}$$

مجموع مضرب‌های دو رقمی عدد 7 کدام است؟

4 728

3 798

2 698

1 628

پاسخ

اگر  $A_1 = \{1\}$ ،  $A_2 = \{2, 3\}$ ،  $A_3 = \{4, 5, 6\}$  و  $A_4 = \{7, 8, 9, 10\}$  باشند، مجموعه‌ی  $A_1$  با چه عددی شروع

می‌شود؟

4 56

3 55

2 46

1 45

پاسخ



شمارش سریع تعداد حالت‌هایی که یک کار می‌تواند انجام شود، بر مبنای دو قانون زیر انجام می‌شود:

**نکته ۲۲**

فرض کنید کار (۱) را به  $m$  روش و کار (۲) را به  $n$  روش بتوان انجام داد.

**قانون ضرب:**

انجام کار (۱) و کار (۲) با هم (همزمان) به  $m \times n$  روش انجام می‌شود.

**قانون جمع:**

انجام فقط یکی از کارهای (۱) یا (۲) به  $m + n$  روش انجام می‌شود.

**توجه کنید:**

حرف «و» نشانه‌ی ضرب و «یا» نشانه‌ی جمع است. (قوانین بالا برای بیش از دو کار هم برقرار است).

**مثال:** چند عدد دو رقمی می‌توان نوشت که:

الف) تکرار رقم‌ها مجاز باشد. ب) تکرار رقم‌ها مجاز نباشد.



**ورودی سمپاد دهم؛ ۱۴۰۴**

همه‌ی عددهای سه رقمی را که با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ ساخته می‌شوند، در نظر بگیرید. اگر یکی از آن‌ها را به تصادف انتخاب کنیم، چقدر احتمال دارد که عدد انتخاب شده، ارقام متمایز داشته باشد، ولی مضرب ۵ نباشد؟

④  $\frac{13}{25}$

③  $\frac{48}{125}$

②  $\frac{12}{125}$

①  $\frac{12}{25}$



❓ در پرتاب دو تاس، هر دو زوج آمدن را  $A$  و هر دو فرد آمدن را  $B$  می‌نامیم. کدام مورد درست است؟

②  $P^2(A) + P^2(B) = \frac{1}{4}$

①  $P^2(A) + P^2(B) = \frac{1}{8}$

④  $P^2(A) + P^2(B) = \frac{1}{2}$

③  $P^2(A) + P^2(B) = \frac{1}{16}$





بحث کامل و دقیق تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه، در دو نکته‌ی بعدی بیان شده‌اند. ابتدا حالتی که تعداد عضوهای زیر مجموعه مشخص شده باشد:

**نکته ۲۳**

فرض کنید مجموعه‌ی  $A$  دارای  $n$  عضو باشد. در این صورت:

- تعداد زیر مجموعه‌های یک عضوی  $A$  برابر  $n = \frac{n}{1}$  است.
- تعداد زیر مجموعه‌های دو عضوی  $A$  برابر  $\frac{n \times (n-1)}{1 \times 2}$  است.

**بعلاوه؛**

برای تعیین تعداد زیر مجموعه‌ها در سایر حالت‌ها، الگوی بالا را ادامه دهید:

$$\text{تعداد زیرمجموعه سه عضوی} = \frac{n \times (n-1) \times (n-2)}{1 \times 2 \times 3}$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه چهار عضوی} = \frac{n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3)}{1 \times 2 \times 3 \times 4}$$

اختلاف تعداد زیر مجموعه‌های ۳ عضوی و ۴ عضوی مجموعه‌ی  $A = \{a, b, c, d, e, f\}$  چقدر است؟

- ۱ ۱۰
۲ ۸
۳ ۶
۴ ۵

پاسخ

چند زیر مجموعه از مجموعه‌ی  $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$ ، حداقل سه عضو دارند؟

- ۱ ۱۰۲۴
۲ ۹۶۹
۳ ۹۶۸
۴ ۹۲۴

پاسخ

وقتی تعداد عضوهای زیر مجموعه‌ها دلخواه باشد، تعداد کل آن‌ها از رابطه‌ی  $2^n$  به دست می‌آید. (دلیل این مطلب را طبق اصل شمارش ضرب بیان کنید.)



گاهی زیر مجموعه‌ها شرایط خاصی دارند:

نکته ۲۴

فرض کنید مجموعه‌ی  $A$  دارای  $n$  عضو باشد.

تعداد زیر مجموعه‌های  $A$  که شامل  $k_1$  عضو خاص باشند، برابر است با:

$$2^{n-k_1}$$

تعداد زیر مجموعه‌های  $A$  که شامل  $k_p$  عضو خاص نباشند، برابر است با:

$$2^{n-k_p}$$

تعداد زیر مجموعه‌های  $A$  که شامل  $k_1$  عضو خاص باشند و شامل  $k_p$  عضو خاص نباشند، برابر است با:

$$2^{n-k_1-k_p}$$

مجموعه‌ی  $A = \{a, b, c, d, e, f\}$  چند زیر مجموعه دارد به طوری که هر یک از آن‌ها شامل  $a$  باشد و  $c$  و  $b$  را

نداشته باشد؟

۸ ④

۴ ③

۱۶ ②

۳۲ ①

پاسخ

چند مجموعه‌ی  $A$  می‌توان نوشت که رابطه‌ی  $\{1, 2, 3, \dots, 10\} \subseteq A \subseteq \{2, 4, 6, 8\}$  برای آن‌ها برقرار باشد؟

۱۲۸ ④

۶۴ ③

۱۰۰۸ ②

۶ ①

پاسخ

چند زیر مجموعه برای مجموعه‌ی  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  می‌توان نوشت که ۵ یا ۶ را نداشته باشد؟

۲۴ ④

۶۴ ③

۱۶ ②

۴۸ ①

پاسخ

اگر تمام زیر مجموعه‌های  $A$  را بنویسیم، رقم ۲ چند بار نوشته می‌شود؟  $A = \{x \mid 1 < x \leq 13, x \in \mathbb{N}\}$  است.

۳۰۷۲ ④

۱۰۲۴ ③

۲۰۴۸ ②

۴۰۹۶ ①

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.



پاسخ ✓

**توجه کنید:**

- اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد در فضای نمونه‌ای  $S$  باشند:
- $A \cap B$  پیشامد این است که هر دوی  $A$  و  $B$  رخ دهند.
  - $A \cup B$  پیشامد این است که لااقل یکی از  $A$  و  $B$  رخ دهند.
  - $A - B$  پیشامد این است که  $A$  رخ دهد، ولی  $B$  رخ ندهد؛ (یعنی: فقط  $A$  رخ دهد).

قوانینی که در زیر می‌آوریم، گاهی مورد استفاده واقع می‌شوند:

نکته ۲۵

**قوانین احتمال:**

به دو مورد پرکاربرد توجه کنید:

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$

❖ اگر  $p(A) = 2p(B) = 3p(A \cap B)$  باشد، حاصل  $\frac{p(A \cup B)}{p(A \cap B)}$  کدام است؟

④  $\frac{9}{2}$

③  $\frac{7}{2}$

②  $\frac{5}{2}$

① ۲

پاسخ ✓

❖ از مجموعه‌ی  $\{1, 2, 3, \dots, 500\}$  عددی به طور تصادفی انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال این عدد مضرب ۴ می‌باشد و بر ۶ بخش پذیر نیست؟

④  $\frac{1}{178}$

③  $\frac{1}{172}$

②  $\frac{1}{168}$

①  $\frac{1}{162}$

پاسخ ✓

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.



از مجموعه  $\{1, 2, 3, \dots, 200\}$  عددی به تصادف انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال این عدد مضرب ۹ یا مضرب ۶ است؟

۴  $\frac{1}{33}$  / ۰

۳  $\frac{1}{25}$  / ۰

۲  $\frac{1}{15}$  / ۰

۱  $\frac{1}{22}$  / ۰

پاسخ

نکته ۲۶

تکنیک متمم:

فرض کنید  $A$  یک پیشامد باشد. متمم آن چنین است:

$$A' = S - A$$

یعنی: تمام عضوهای  $S$  به جز عضوهای  $A$ . در این صورت:

$$P(A') = 1 - P(A) \quad \text{و} \quad P(A) = 1 - P(A')$$

برای نمونه:

در پرتاب یک تاس، متمم این که عدد شش ظاهر شود،  $\{1, 2, \dots, 5\}$  است. (یعنی مخالف پیشامد اولیه)

مهم:

رابطه‌ی  $P(A) = 1 - P(A')$  هنگامی که محاسبه‌ی مستقیم  $P(A)$  طولانی یا دشوار باشد، معمولاً راهگشا است.

در پرتاب چهار سکه با هم، چقدر احتمال دارد که لااقل یک سکه «رو» ظاهر شود؟

۴  $\frac{15}{16}$

۳  $\frac{14}{16}$

۲  $\frac{13}{16}$

۱  $\frac{12}{16}$

پاسخ

ورودی سمپاد دهم؛ ۱۴۰۰

در پرتاب دو تاس، احتمال این که حاصل جمع اعداد رو شده بزرگ‌تر از ۳ باشد، کدام است؟

۴  $\frac{9}{11}$

۳  $\frac{5}{6}$

۲  $\frac{17}{18}$

۱  $\frac{11}{12}$

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.



پاسخ ✓

ورودی سمپاد دهم؛ ۱۳۹۷

نگار یک عدد دو رقمی به تصادف انتخاب کرده است. احتمال این که حاصل ضرب ارقام عددی زوج باشد، چقدر است؟

$\frac{13}{18}$  4

$\frac{7}{14}$  3

$\frac{2}{8}$  2

$\frac{3}{4}$  1

پاسخ ✓

از مجموعه‌ی  $\{1, 2, 3, \dots, 200\}$  عددی انتخاب می‌کنیم. چقدر احتمال دارد که آن نه بر ۶ بخش پذیر باشد و نه بر ۹؟

$0/78$  4

$0/72$  3

$0/68$  2

$0/88$  1

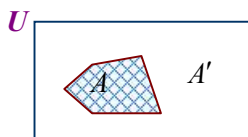
پاسخ ✓

مفهوم کلی متمم مجموعه که بالاتر برای پیشامدها بیان شد را به صورت کلی و مختصر مرور می‌کنیم:

**مرجع و متمم:**

مجموعه‌ی «مرجع» با نماد  $U$  (گاهی  $M$ )، مجموعه‌ای است که:

اعضای همه‌ی مجموعه‌های مورد بحث ما در آن قرار دارند.



به عبارت دیگر، تمام مجموعه‌ها، زیرمجموعه‌ی  $U$  محسوب می‌شوند.

**بعلاوه:**

مجموعه‌ی تمام اعضای خارج  $A$  را با  $A'$  نشان داده و به آن «متمم»  $A$  گوئیم:

$$A' = U - A$$

برای نمونه؛

متمم مجموعه‌ی  $A = \mathbb{N}$  را در دو حالت زیر می‌بینید:

1 اگر  $U = \mathbb{W}$  باشد.

$$A' = \mathbb{W} - \mathbb{N} = \{0\}$$

2 اگر  $U = \mathbb{Z}$  باشد.

$$A' = \mathbb{Z} - \mathbb{N} = \{0, -1, -2, -3, \dots\}$$

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.



با قدری دقت و توجه به شکل بالا، موارد زیر درک و فهمیده می‌شوند:

نکته ۲۷

در مورد هر مجموعه‌ی  $A$ ، موارد زیر همیشه درست هستند:

$$(A')' = A \quad \text{و} \quad A \cap A' = \emptyset \quad \text{و} \quad A \cup A' = U$$

بعلاوه:

▪ همیشه  $\emptyset' = U$  است، زیرا:

$$\emptyset' = U - \emptyset = U$$

▪ همیشه  $U' = \emptyset$  است، زیرا:

$$U' = U - U = \emptyset$$

ورودی سمپاد دهم؛ ۱۴۰۲

اگر  $\mathbb{Z}$  مجموعه اعداد صحیح و  $A \subseteq \mathbb{Z}$ ، آنگاه تعریف می‌کنیم:  $-A = \mathbb{Z} - A$ . چه تعداد از موارد زیر صحیح است؟

$$-(A \cup B) = (-A) \cup (-B) \quad A \cup (-A) = A \quad A \cap (-A) = \emptyset \quad -(-A) = A$$

۴ ④

۱ ③

۳ ②

۲ ①

پاسخ

❓ اگر  $A \subseteq B$ ، کدام نادرست است؟

$A' \cup B = U$  ④

$B' \subseteq A'$  ③

$A' \cap B = \emptyset$  ②

$A \cap B' = \emptyset$  ①

پاسخ

TEST  
تهرین تست

۱- کدام یک از عبارتهای زیر تشکیل مجموعه نمی‌دهد؟

① اعداد صحیح کمتر از ۲۱-      ② اعداد طبیعی کمتر از ۰

③ بزرگ‌ترین پنج عدد فرد دو رقمی      ④ سه عدد زوج متوالی

۲- مجموعه‌ی عددهای صحیح بین  $13 - \sqrt{13}$  و  $-17 + \sqrt{17}$  کدام است؟

①  $\{8, -11, -10, \dots\}$       ②  $\{9, \dots, -11, -12\}$

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.



3  $\{-13, -12, \dots, 9\}$       4  $\{-13, -12, \dots, 10\}$

3- اگر  $x \in \mathbb{Z}$  و  $-x \in A$  درست باشد، آنگاه مجموعه‌ی  $A$  کدام یک از موارد زیر نمی‌تواند باشد؟

1  $\mathbb{Z}$       2  $\mathbb{Q}$       3  $\mathbb{R}$       4  $\mathbb{N}$

4- مجموعه‌ی  $A = \{1, 2, 3, \dots\}$  چند زیرمجموعه دارد؟

1 1      2 2      3 4      4 بی‌شمار

5- مجموعه‌ی  $\{a, a, \dots, a, \{\{a\}\}, \{\{a, a\}\}, \{\{a\}\}, \{\{a\}\}\}$  چند عضو دارد؟

1 3      2 4      3 5      4 6

6- مجموع عضوهای مجموعه‌ی  $A = \{2, 5, 8, \dots, 59\}$  کدام است؟

1 620      2 610      3 618      4 600

7- مجموعه‌ی جواب‌های صحیح معادله‌ی  $x^2 + 8 = 0$  کدام است؟

1  $\{\sqrt{8}, -\sqrt{8}\}$       2  $\{4, -4\}$       3  $\emptyset$       4  $\{4\}$

8- کدام گزاره نادرست است؟

- 1 مجموعه اعداد طبیعی فرد نسبت به عمل جمع بسته است.
- 2 مجموعه اعداد طبیعی زوج نسبت به عمل ضرب بسته است.
- 3 مجموعه اعداد صحیح نسبت به عمل ضرب بسته است.
- 4 مجموعه اعداد صحیح نسبت به عمل جمع بسته است.

9- مجموعه‌ی اعداد طبیعی مربع کامل نسبت به کدام یک از موارد زیر بسته است؟

1 جمع      2 ضرب      3 تفریق      4 تقسیم

10- کدام یک از اعداد زیر نمی‌تواند عضو مجموعه‌ی  $A = \{x \mid x = \frac{2k-1}{3k+1}, k \in \mathbb{Z}\}$  باشد؟

1  $\frac{23}{37}$       2  $\frac{20}{31}$       3  $\frac{17}{28}$       4  $\frac{9}{16}$

11- کدام مجموعه‌ی زیر نمایش ریاضی مجموعه‌ی  $\{7, 77, 777, \dots\}$  است؟

1  $\{7 \times \frac{10^x + 1}{9} \mid x \in \mathbb{N}\}$       2  $\{7 \times \frac{10^x - 1}{9} \mid x \in \mathbb{Z}\}$   
 3  $\{7 \times \frac{10^x - 1}{9} \mid x \in \mathbb{W}\}$       4  $\{7 \times \frac{10^x - 1}{9} \mid x \in \mathbb{N}\}$

12- نمایش ریاضی مجموعه‌ی  $A = \{-26, -13, -2, -1, 1, 2, 13, 26\}$  کدام است؟

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.



1  $\{x \in \mathbb{Z} \mid -26 \leq x \leq 26\}$       2  $\{x \in \mathbb{W} \mid -26 \leq x \leq 26\}$

3  $\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{26}{x} \in \mathbb{Z}\}$       4  $\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{x}{26} \in \mathbb{Z}\}$

۱۳- مجموعه‌ی  $\{-1, 2, -3, 4, -5, 6, \dots\}$  با کدام یک از مجموعه‌های زیر برابر است؟

1  $\{(-1) \times n \mid n \in \mathbb{N}\}$       2  $\{(-1)^n \mid n \in \mathbb{N}\}$

3  $\{(-n)^n \mid n \in \mathbb{N}\}$       4  $\{(-1)^n \times n \mid n \in \mathbb{N}\}$

۱۴- مجموعه‌ی  $\{2^{xy} \mid x, y \in \mathbb{N}, x + y = 5\}$  با کدام یک از مجموعه‌های زیر برابر است؟

1  $\{2, 4, 8, 16\}$       2  $\{x \mid x^2 = 64\}$

3  $\{64, 16\}$       4  $\{\}$

۱۵- نمایش ریاضی مجموعه‌ی  $A = \{-2, 4, -8, 16, \dots\}$  کدام است؟

1  $\{-x^2 \mid x \in \mathbb{N}\}$       2  $\{-2^x \mid x \in \mathbb{N}\}$

3  $\{(-2)^x \mid x \in \mathbb{N}\}$       4  $\{(-1)^{2x} \times 2^x \mid x \in \mathbb{N}\}$

۱۶- مجموعه‌ی  $A = \{2^{x-3y} \mid x-1=3y\}$  با کدام یک از مجموعه‌های زیر برابر است؟

1  $\{16\}$       2  $\{2\}$

3  $\{32\}$       4  $\{5, -5\}$

۱۷- مجموعه‌ی  $A = \{2^{11} + 2, 2^{11} + 4, 2^{11} + 6, \dots, 2^{12}\}$  چند عضو دارد؟

1  $2^{12}$       2  $2^{11}$       3  $2^{10}$       4  $2^9$

۱۸- مجموعه‌ی  $\{\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \mid x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}, x \leq 2, y \leq 2\}$  چند زیر مجموعه دارد؟

1  $16$       2  $4$       3  $2$       4  $8$

۱۹- مجموعه‌ی اعداد طبیعی کمتر از ۱۱ چند زیر مجموعه دارد که حداقل یکی از اعداد ۲ یا ۳ را دارند، ولی قطعاً دو عضو ۵ و ۶ را ندارند؟

1  $256$       2  $192$       3  $64$       4  $208$

۲۰- مجموعه‌ی  $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 99\}$  چند زیر مجموعه‌ی دو عضوی به شکل  $\{x, x+2\}$  دارد؟

1  $96$       2  $97$       3  $98$       4  $99$

۲۱- در چند زیر مجموعه از مجموعه‌ی  $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 20\}$  حداکثر ۹ عدد فرد وجود دارد؟

1  $2^0 - 2^9$       2  $2^{11}$       3  $2^{10}$       4  $2^{20} - 2^{10}$



۲۲- در چند زیر مجموعه از مجموعه  $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$  مجموع بزرگترین و کوچکترین عضو برابر ۱۱ است؟

- ۱ ۳۲۰      ۲ ۳۲۸      ۳ ۳۴۱      ۴ ۳۵۲

۲۳- در مجموعه اعداد طبیعی کمتر از ۲۱ چند زیر مجموعه می توان نوشت که بزرگترین عضو ۲ برابر کوچکترین عضو آن باشد؟

- ۱ ۵۱۱      ۲ ۵۱۲      ۳ ۱۰۲۳      ۴ ۱۰۲۴

۲۴- تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه  $n+3$  عضوی چند برابر تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه  $n-1$  عضوی است؟

- ۱ ۸      ۲  $n+4$       ۳ ۱۶      ۴ ۳۲

۲۵- اگر  $\{a\} = \{2x-5, 25-3x\}$  باشد،  $a$  چقدر است؟

- ۱ ۶      ۲ ۷      ۳  $\frac{25}{3}$       ۴  $\frac{5}{2}$

۲۶-  $A$  مجموعه شمارنده های عدد ۱۴ و  $B$  مجموعه شمارنده های عدد ۱۲ است.  $A \cap B$  کدام است؟

- ۱  $\{1, 2\}$       ۲  $\{1, 2, 4\}$       ۳  $\{1, 2, 14\}$       ۴  $\{1, 2, 3, 4, 6, 12, 14\}$

۲۷- اگر  $A = \{1, \{2\}\}$  و  $B = \{2, \{1\}\}$  باشد تعداد زیر مجموعه های  $A \cap B$  کدام است؟

- ۱ ۲      ۲ ۴      ۳ ۱۶      ۴ ۱

۲۸-  $A$  و  $B$  دو مجموعه هستند. اگر  $A \cup B = A$  باشد، همواره داریم:

- ۱  $A \subseteq B$       ۲  $B \subseteq A$       ۳  $A = B$       ۴  $B = \emptyset$

۲۹- فرض کنید  $A_n$  نشان دهنده ی مجموعه مقسوم علیه های طبیعی عدد  $n$  باشد. مجموعه ی زیر چند عضو دارد؟

$$A_{51} \cup A_{52} \cup \dots \cup A_{100}$$

- ۱ ۵۰      ۲ ۱۰۰      ۳ ۲۰۰      ۴ ۳۷۷۵

۳۰- کدام مورد نادرست است؟

- ۱  $\mathbb{N} \cup \mathbb{W} \subseteq \mathbb{W}$       ۲  $\mathbb{N} \cap \mathbb{W} \subseteq \mathbb{W}$       ۳  $\mathbb{Z} \cup \mathbb{W} \subseteq \mathbb{W}$       ۴  $\mathbb{Z} \cap \mathbb{W} \subseteq \mathbb{W}$

۳۱- اگر به مجموعه  $A$  سه عضو جدید اضافه شود، به تعداد زیر مجموعه های آن ۴۴۸ مجموعه اضافه می شود. مجموعه  $A$  چند عضوی است؟

- ۱ ۶      ۲ ۵      ۳ ۴      ۴ ۳



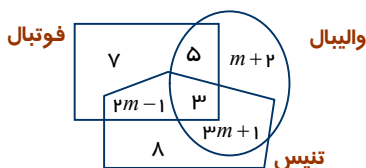
۳۲-  $A$  و  $B$  دو مجموعه‌ی غیر تهی و  $(A \cup B) \subseteq B$  است. آنگاه:

- ۱  $A \cap B = \emptyset$       ۲  $B \subseteq A$       ۳  $A \cap B = B$       ۴  $A \cap B = A$

۳۳- اگر  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  و  $B = \{2, 3, 4, 5\}$  باشند، چند مجموعه  $X$  در رابطه  $(A \cap B) \subseteq X \subseteq (A \cup B)$  صدق می‌کند؟

- ۱ ۲      ۲ ۴      ۳ ۶      ۴ ۸

۳۴- با توجه به نمودار زیر، اگر تعداد افرادی که تنها به یک ورزش علاقه دارند ۲۱ نفر باشد، چند نفر تنها به ۲ ورزش علاقه‌مند هستند؟



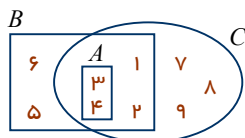
- ۱ ۳۰      ۲ ۲۸      ۳ ۲۵      ۴ ۲۲

۳۵- تعداد اعداد طبیعی کوچک‌تر و یا مساوی با ۱۰۰۰ که نه بر ۵ و نه بر ۷ بخش‌پذیرند، کدام است؟

- ۱ ۶۸۸      ۲ ۶۸۶      ۳ ۳۱۴      ۴ ۶۵۸

۳۶- در یک کلاس ۴۲ نفره، ۱۸ نفر ورزش نمی‌کنند و ۲۱ نفر هم به اردو نمی‌روند. اگر ۲ نفر هم ورزش نکنند و هم اردو نروند، چند نفر هم ورزش می‌کنند و هم اردو می‌روند؟

- ۱ ۱      ۲ ۳      ۳ ۵      ۴ ۷



۳۷- با توجه به شکل، مجموعه‌ی  $(A - B) \cup (C - A)$  چند عضو دارد؟

- ۱ ۳      ۲ ۴      ۳ ۵      ۴ ۶

۳۸- مجموعه‌ی  $[A \cap B \cap (A - B)] \cup A$  کدام است؟

- ۱  $A$       ۲  $B$       ۳  $A - B$       ۴  $\emptyset$

۳۹- کدام مجموعه با پایان است؟

- ۱  $W - N$       ۲  $Z - W$       ۳  $W \cap N$       ۴  $Z \cap W$

۴۰- اگر  $A$  مجموعه‌ای نامتناهی و  $B$  مجموعه‌ای متناهی باشد، کدام مجموعه نامتناهی است؟

- ۱  $A \cap B$       ۲  $(A - B) - A$       ۳  $A - B$       ۴  $B - A$

۴۱- اگر پنج سکه را با پنج تاس بیندازیم، تعداد عضوهای فضای نمونه‌ای آن به صورت عدد توان‌دار در کدام گزینه آمده است؟

- ۱  $۲ \times ۶^۵$       ۲  $۱۲^۵$       ۳  $۲^۵ \times ۶$       ۴  $۵^{۱۲}$

۴۲- اگر  $P(A) = \frac{۵}{۲}$  و  $n(A) = ۸$  و  $n(B) = ۵$  باشد، مقدار  $P(B)$  کدام است؟

توجه فرمایید:

اطلاعات و تبلیغ مدرس یا آموزشگاه روی جلد و تمام اطراف این صفحه قابل درج است.



④  $\frac{5}{13}$

③  $\frac{8}{10}$

②  $\frac{1}{8}$

①  $\frac{1}{13}$

۴۳- دو تاس را با هم انداختیم. با کدام احتمال مجموع دو عدد رو شده عددی اول است؟

④  $\frac{5}{12}$

③  $\frac{4}{9}$

②  $\frac{5}{9}$

①  $\frac{7}{12}$

۴۴- روی وجه‌های یک مکعب عددهای ۳-، ۲-، ۱-، ۰ و ۱ و ۲ را نوشته‌ایم. مکعب را دو بار می‌اندازیم. احتمال این که حاصل ضرب دو عددی که به دست آورده‌ایم منفی باشد، کدام است؟

④  $\frac{1}{3}$

③  $\frac{13}{36}$

②  $\frac{11}{36}$

①  $\frac{1}{2}$

۴۵- علی رقم‌های ۱ تا ۹ را روی ۹ کارت نوشته و در کیسه‌ای می‌اندازد. سپس ۴ کارت از آن پی در پی و بدون جایگذاری خارج می‌کند و آن‌ها را به ترتیب بیرون آمدن کنار هم قرار می‌دهد. احتمال آن که عدد چهار رقمی به دست آید که اختلاف رقم یکان و هزارگان آن ۴ باشد، کدام است؟

④  $\frac{5}{27}$

③  $\frac{5}{72}$

②  $\frac{5}{36}$

①  $\frac{5}{18}$

۴۶- اتاقی داریم که کف آن از کاشی‌های مربع شکل پوشیده شده است. طول اتاق شامل ۸ و عرض آن شامل ۵ کاشی است. اگر یکی از کاشی‌ها را به طور تصادفی انتخاب کنیم، احتمال آن که این کاشی، کاشی کنج یا کناره‌های اتاق باشد، کدام است؟

④  $\frac{21}{40}$

③  $\frac{11}{20}$

②  $\frac{1}{2}$

①  $\frac{19}{40}$

۴۷- در مورد مجموعه‌ها می‌دانیم  $A \cap X = B \cap X$ . چند مورد قطعاً درست هستند؟

$A = B$        $A \cup X = B \cup X$        $X - B = X - A$        $X \subseteq (A \cap B)$

④ ۲

③ ۴

② ۳

① ۱

۴۸- از مجموعه‌ی  $\{100, 101, 102, \dots, 600\}$  عددی به تصادف انتخاب می‌شود. چقدر احتمال دارد مضرب ۴ یا مضرب ۹ باشد؟

④  $\frac{8}{36}$

③  $\frac{13}{36}$

②  $\frac{1}{4}$

①  $\frac{1}{3}$

۴۹- برای مجموعه‌های دلخواه  $A_1, A_2, \dots$ ، قرار می‌دهیم:

$$B_n = A_n - \bigcup_{k=1}^{n-1} A_k, \quad n \geq 2 \quad \text{و} \quad B_1 = A_1$$

کدام الزاماً درست است؟

②  $\bigcup_{k=1}^{\infty} A_k = \bigcup_{k=1}^{\infty} B_k$

① برای  $n \neq m$  داریم  $B_n \cap B_m = \emptyset$

④ هر سه مورد صحیح

③  $A_n \cap [A_n \cup B_n] = A_n$



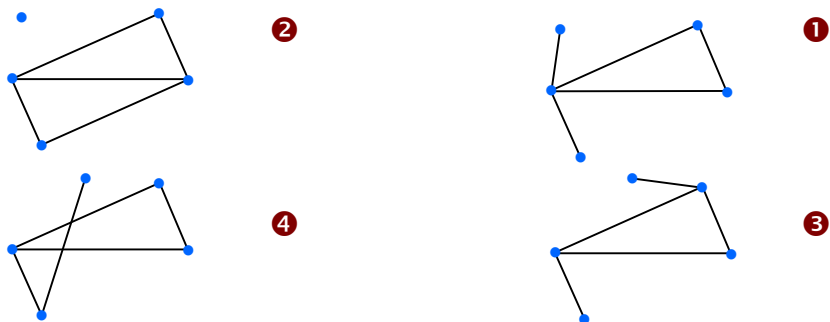
۵۰- مجموعه‌ی  $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$  چند زیر مجموعه سه عضوی دارد که جمع عضوهای آن برابر با ۱۵ و عدد ۴ عضو هر کدام باشد؟

- ۱ ۴  
 ۲ ۳  
 ۳ ۲  
 ۴ چنین زیر مجموعه‌ای وجود ندارد.

۵۱- اگر  $B = \{3, 4\}$  و  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ، برای مجموعه‌ی  $A$  چند جواب وجود دارد؟

- ۱ ۱  
 ۲ ۲  
 ۳ ۴  
 ۴ ۸

۵۲- پنج مجموعه‌ی دو عضوی غیر مساوی داریم. در گزینه‌های زیر، هر نقطه یکی از این مجموعه‌ها را نمایش می‌دهد. اگر اشتراک دو مجموعه تهی نباشد، نقاط مربوط به آن‌ها را به هم وصل کرده‌ایم. کدام یک از اشکال زیر نمی‌تواند مربوط به این پنج مجموعه باشد؟ (ورودی سمپاد ۱۳۹۶)



۵۳- مجموعه‌ی  $\{5, 7, 9, \dots, 137\}$  چند عضو بیشتر از مجموعه‌ی  $\{3, 7, 11, \dots, 123\}$  دارد؟

- ۱ ۳۸  
 ۲ ۳۶  
 ۳ ۳۴  
 ۴ ۳۳

## لیست کامل مجموعه‌های آموزشی

ریاضی تیزهوشان	متوسطه اول (عادی)	دوره ابتدایی (عادی)
ریاضی تیزهوشان ششم	جزوه ریاضی هفتم	جزوه ریاضی پنجم
ریاضی تیزهوشان هفتم	جزوه ریاضی هشتم	جزوه ریاضی ششم
ریاضی تیزهوشان هشتم	جزوه ریاضی نهم	
ریاضی تیزهوشان نهم		

استعداد تحلیلی (ششم به هفتم)	استعداد تحلیلی (نهم به دهم)
جزوه هوش کلامی (ادبی)	جزوه هوش غیرکلامی (تصویری)
جزوه هوش غیرکلامی (تصویری)	جزوه هوش ریاضی و محاسبات
جزوه هوش ریاضی - منطقی و سرعتی	جزوه هوش منطقی و استدلال (شامل تحلیل متن)

متوسطه دوم (تجربی: کنگوری)	متوسطه دوم (تجربی: تشریحی)
جزوه کنکور ریاضی دهم	جزوه تشریحی ریاضی دهم
جزوه کنکور ریاضی یازدهم	جزوه تشریحی ریاضی یازدهم
جزوه کنکور ریاضی دوازدهم	جزوه تشریحی ریاضی دوازدهم
<b>جزوه جامع کنکور تجربی</b>	

متوسطه دوم (ریاضی: کنگوری)	متوسطه دوم (ریاضی: تشریحی)
جزوه کنکور ریاضی دهم	جزوه تشریحی ریاضی دهم
جزوه کنکور مسابان (۱)	جزوه تشریحی هندسه (۱)
جزوه کنکور آمار و احتمال	جزوه تشریحی هندسه (۲)
جزوه کنکور هندسه (۲)	جزوه تشریحی مسابان (۱)
جزوه کنکور مسابان (۲)	جزوه تشریحی آمار و احتمال
جزوه کنکور ریاضیات گسسته	جزوه تشریحی ریاضیات گسسته
جزوه کنکور هندسه (۳)	جزوه تشریحی هندسه (۳)
<b>جزوه جامع کنکور ریاضی</b>	جزوه تشریحی مسابان (۲)

رشته انسانی
جزوه ریاضی و آمار پایه دهم (تشریحی + کنکور در یک مجموعه، البته تفکیک شده)
جزوه ریاضی و آمار پایه یازدهم (تشریحی + کنکور در یک مجموعه، البته تفکیک شده)
جزوه ریاضی و آمار پایه دوازدهم (تشریحی + کنکور در یک مجموعه، البته تفکیک شده)

## ما متمرکز بر ارتقای کیفیت آموزش هستیم.

سپاس از توجهتان



۰۹۳۵ ۶۰۰ ۸۴۵۴  
 ۰۹۲۰ ۶۰۰ ۸۴۵۴