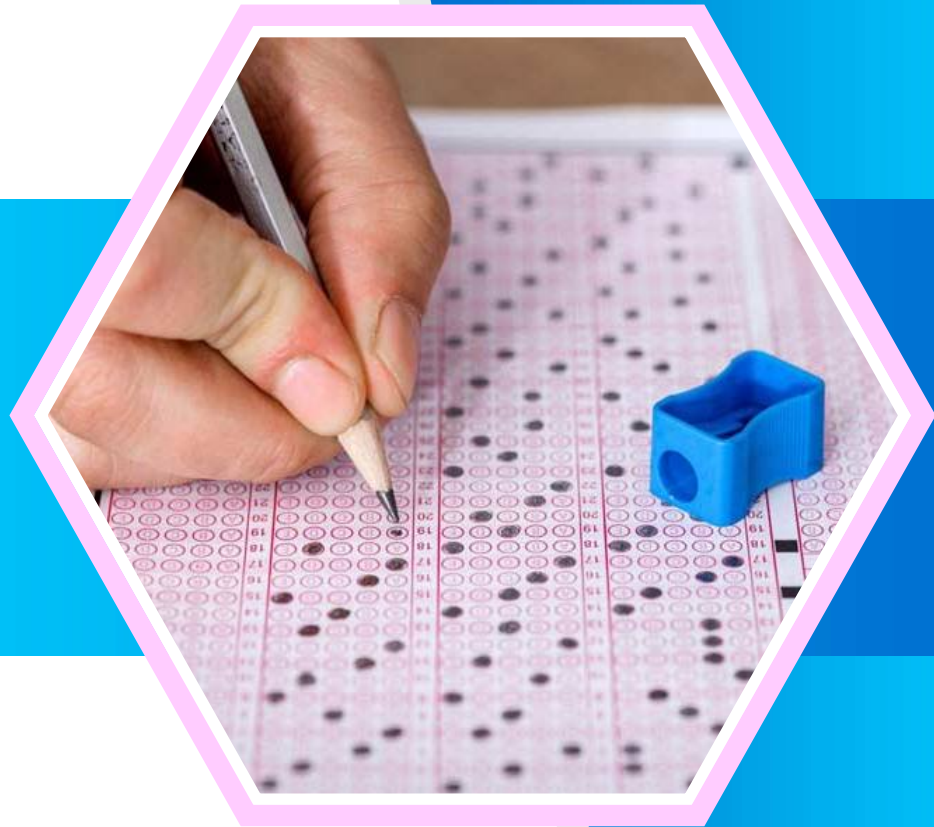


نمونه نکته و تست:

## حسابان یازدهم

**Dr. Ali Reza Nooreddiny**  
PhD in pure mathematics



۰۹۳۵ ۶۰۰ ۸۴۵۴  
۰۹۲۰ ۶۰۰ ۸۴۵۴



گروه علمی درس آموز

## مرجع تخصصی تولید محتوای آموزشی

«ریاضیات» & «هوش و استعداد تحلیلی»

«اهداف مجموعه ما»

ثبت بهترین سابقه تحصیلی و عملکرد برای دانش آموزان کشور (نهایی ۲۰)



کسب رتبه‌های برتر کنکور و ورودی سمپاد و نمونه

در ۴ سطح و زمینه گوناگون:

آموزش مفهومی کتاب و آمادگی نهایی؛

آموزش نکته و تست پیشرفته کنکور؛

آموزش ریاضیات تیزهوشان؛

۵:

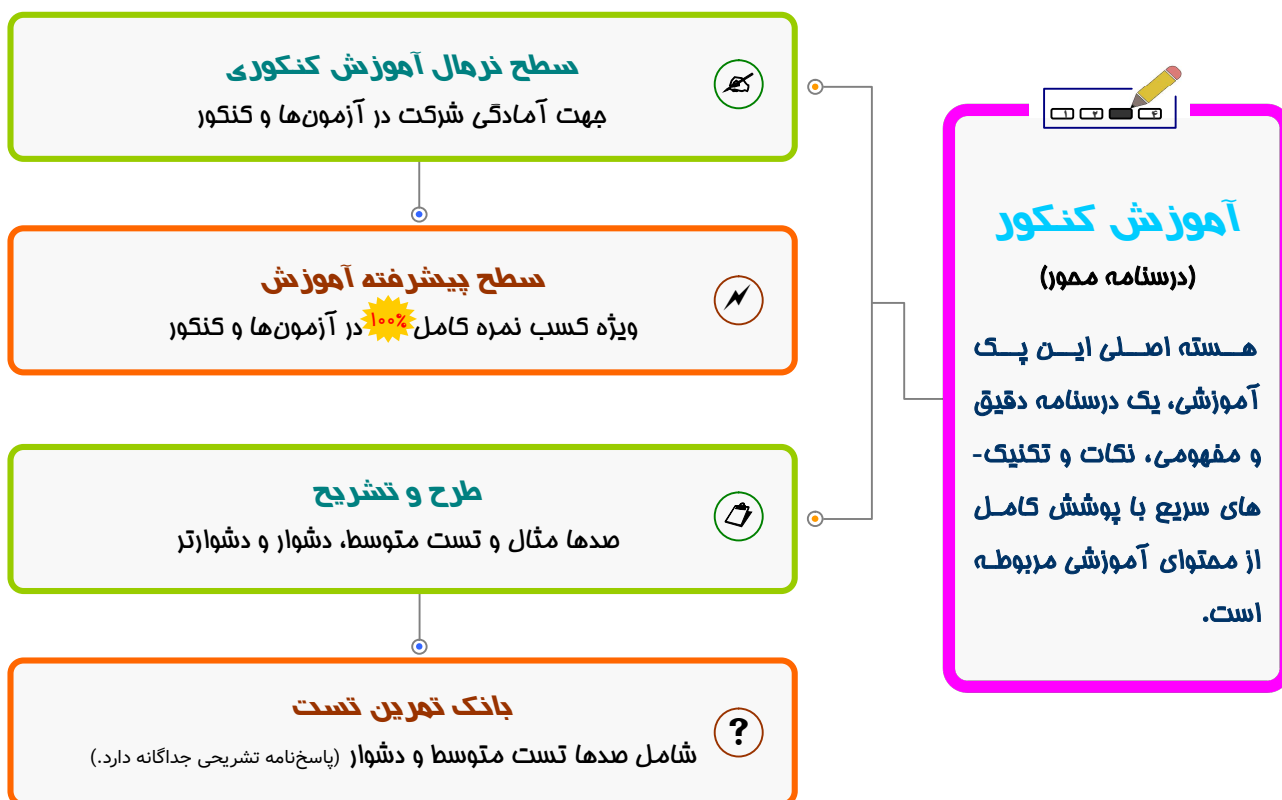
آموزش هوش و استعداد تحلیلی

(لیست کامل در انتهای فایل)

Up to date

درس آموز؛ (منحصر به فرد)

## جزئیات این مجموعه



پوشش آزمون‌های آزمایشی و آخرین کنکورها  
Up to date

۲	<b>مجموع جملات</b> تعیین مجموع جملات دنباله‌های حسابی و هندسی	۱
۲۳	<b>انواع معادلات</b> معادلات و نمودار درجه دوم، معادلات گویا و اصم	۲
۵۷	<b>قدر مطلق</b> مفهوم و خواص، نمودار و معادلات قدرمطلق	۳
۷۷	<b>هندسه تملیلی</b> دستگاه مختصات، معادله خط، موازی و عمود	۴

۵	<b>تابع (۱)</b> بررسی انواعی از توابع، جبر و ترکیب تابع	۹۹
۶	<b>تابع (۲)</b> توابع ۱ به ۱، وارون‌پذیری و تعیین وارون تابع	۱۲۷
۷	<b>نمایی و لگاریتم</b> تابع نمایی، تابع لگاریتم، خواص و حل معادلات	۱۵۰
۸	<b>مثلثات (۱)</b> معرفی رادیان، بررسی روابط مثلثاتی	۱۸۵

۲۰۰	<b>مثلثات (۲)</b> توابع مثلثاتی و نمودار، بسط نسبت‌ها	۹
۲۲۲	<b>مد تابع (۱)</b> مفهوم میل کردن و حد، محاسبه حد توابع	۱۰
۲۴۹	<b>مد (۲) و پیوستگی</b> حدهای کسری و رفع ابهام، پیوستگی توابع	۱۱

# کنکور حسابان یازدهم

TEST



## مجموع جملات دنباله

صفحه	فهرست
۳	یادآوری دنباله‌ها
۶	مجموع جملات
۱۲	ویژه صد درصدی‌ها
۱۸	تمرین تست

مفاهیم ضروری در ارتباط با دنباله‌ها یادآوری می‌شود.

**دنباله حسابی:**

در این نوع دنباله، اختلاف هر دو جمله‌ی متوالی یک مقدار ثابت  $d$  به نام «قدرنسبت» است. مانند:

$$-1, 5, 11, 17, \dots \Rightarrow d=6$$

شکل کلی این دنباله: ( $a$  جمله اول)

$$\underbrace{a}_{a_1}, \underbrace{a+d}_{a_2}, \underbrace{a+2d}_{a_3}, \underbrace{a+3d}_{a_4}, \dots$$

بنابراین:

جمله‌ی عمومی دنباله‌ی حسابی به صورت  $a_n = a + (n-1)d$  است.

**توجه کنید:**

- دنباله‌ی حسابی با شرط  $d > 0$  یک دنباله‌ی صعودی و با شرط  $d < 0$  یک دنباله‌ی نزولی است.
- در دنباله‌ی حسابی، قدرنسبت برابر است با تفاضل هر دو جمله‌ی متوالی:

$$d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \dots = a_n - a_{n-1} = \dots$$

**در حالت کلی:**

اگر دو جمله‌ی دلخواه  $a_m$  و  $a_n$  از یک دنباله‌ی حسابی معلوم باشند، آنگاه:

$$d = \frac{a_n - a_m}{n - m}$$

در یک دنباله‌ی حسابی، جملات یازدهم و شانزدهم به ترتیب ۳۱ و ۴۶ هستند. جمله‌ی هشتم کدام است؟

۲۶ ④

۲۸ ③

۲۴ ②

۲۲ ①

گزینه ۱ ✓

چون  $d = \frac{a_{16} - a_{11}}{16 - 11} = \frac{46 - 31}{5} = 3$  است، با استفاده از  $a_{11} = 31$  داریم:  $a = 1 \Rightarrow a + 10 \times 3 = 31$ . بنابراین:

$$a_8 = a + 7d \rightarrow a_8 = 1 + 7 \times 3 = 22$$

--- ④ ---

**نکته ۱****میانگین حسابی**

هرگاه سه عدد  $a, b, c$  سه جمله‌ی متوالی (پشت سر هم) از یک دنباله‌ی حسابی باشند، آنگاه:

$$b = \frac{a+c}{2} \quad \text{یا} \quad 2b = a+c$$

$b$  «واسطه‌ی حسابی» یا «میانگین حسابی» بین  $a$  و  $c$  است.

برای نمونه؛

اگر اعداد  $1-5p, 4+3p, 3+2p$  سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی حسابی باشند:

$$2(3p+4) = 2p+3+5p-1 \rightarrow 6p+8 = 7p+2 \Rightarrow p=6$$

با جایگذاری، جملات این دنباله عددهای زیر بوده و  $d = 22 - 15 = 7$  است:

$$15, 22, 29$$

### دنباله هندسی:

در این دنباله، نسبت هر دو جمله‌ی متوالی یک مقدار ثابت  $r$  به نام «قدرنسبت» است. ( $a, r \neq 0$ )  
مانند:

$$-2, -1, -\frac{1}{2}, \dots \Rightarrow r = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

### بعلاوه:

جملات چنین دنباله‌ای به صورت روبه‌رو نوشته خواهد شد:

$$a, \underbrace{a \times r}_{a_2}, \underbrace{a \times r^2}_{a_3}, \underbrace{a \times r^3}_{a_4}, \dots$$

در کل:

$$\text{جمله‌ی عمومی دنباله‌ی هندسی به صورت } a_n = a \times r^{n-1} \text{ است.}$$

### توجه کنید:

- وقتی جملات دنباله مثبت‌اند، برای  $r > 1$ ، دنباله افزایشی و برای  $0 < r < 1$ ، دنباله کاهشی است. (وقتی جملات همگی منفی هستند، برعکس! مانند نمونه‌ی بالا که  $0 < r < 1$  و دنباله صعودی است.)

### حالت خاص:

- برای  $r < 0$ ، جملات یک در میان مثبت و منفی بوده و در نتیجه دنباله صعودی یا نزولی نیست. مانند:  $1, -2, 4, \dots$
- در این نوع دنباله، قدرنسبت برابر است با:

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \dots = \frac{a_n}{a_{n-1}} = \dots$$

### در حالت کلی:

اگر دو جمله‌ی دلخواه  $a_m$  و  $a_n$  از یک دنباله‌ی هندسی معلوم باشند، آنگاه:

$$r^{m-n} = \frac{a_m}{a_n}$$

برای نمونه؛

در دنباله‌ی هندسی با جملات دوم و هشتم به ترتیب ۸ و ۲، قدرنسبت را حساب می‌کنیم:

$$r^{8-2} = \frac{a_8}{a_2} = \frac{2}{8} \rightarrow r^6 = \frac{1}{4} \Rightarrow r = \pm \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{6}} = \pm \left(\left(\frac{1}{2}\right)^2\right)^{\frac{1}{6}} = \pm \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} = \pm \sqrt[3]{\frac{1}{2}}$$

نکته ۲

**میانگین هندسی:**برای جملات متوالی  $a, b, c$  در دنباله هندسی داریم:

$$b = \pm\sqrt{ac} \quad \text{یا} \quad b^2 = ac$$

 $b$  «میانگین هندسی» بین  $a$  و  $c$  است. (باید  $a$  و  $c$  هم‌علامت باشند).

❓ اگر جملات دوم، پنجم و دوازدهم یک دنباله حسابی به ترتیب سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله هندسی با جملات متمایز باشند، قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

$$\frac{9}{4} \quad \text{④}$$

$$\frac{7}{4} \quad \text{③}$$

$$\frac{7}{3} \quad \text{②}$$

$$\frac{5}{3} \quad \text{①}$$

گزینه ۲ ✓

باید جملات  $a_1, a_5, a_{12}$  از دنباله حسابی، سه جمله‌ی متوالی یک دنباله هندسی باشند. پس:

$$(a_5)^2 = a_1 a_{12} \rightarrow (a + 4d)^2 = (a + d)(a + 11d)$$

$$\rightarrow a^2 + 8ad + 16d^2 = a^2 + 12ad + 11d^2 \Rightarrow 5d^2 = 4ad$$

اگر  $d = \frac{4}{5}a$  باشد، جملات یکسان شده که طبق فرض ممکن نیست، بنابراین:

$$5d^2 = 4ad \xrightarrow{\div d} 5d = 4a \Rightarrow a = \frac{5}{4}d$$

قدرنسبت دنباله هندسی:

$$r = \frac{a_5}{a_1} = \frac{a + 4d}{a + d} = \frac{\frac{5}{4}d + 4d}{\frac{5}{4}d + d} \xrightarrow{\times \frac{4}{4}} r = \frac{5d + 16d}{5d + 4d} = \frac{21d}{9d} = \frac{7}{3}$$

--- ❓ ---



بررسی حاصل جمع جملات اول تا  $n$  در یک دنباله  $a_n$ ؛ یعنی:

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

**توجه:**

$$S_1 = a_1, \quad S_2 = a_1 + a_2, \quad S_3 = a_1 + a_2 + a_3, \quad \dots$$

می بینید:  $a_2 = S_2 - S_1$  و  $a_3 = S_3 - S_2$  و ... است. در کل:

$$\text{در هر دنباله‌ای } a_n = S_n - S_{n-1} \text{ بوده و البته } a_1 = S_1 \text{ است.}$$

از فرمول  $S_n$  می توان اطلاعات کاملی در مورد یک دنباله به دست آورد. برای نمونه، اطلاعات دنباله‌ی حسابی با

$$S_n = n(2n+1) \text{ را مشخص می کنیم:}$$

**روش اول:** با جایگذاری، چون  $a_1 = S_1 = 3$  و  $a_2 = S_2 - S_1 = 10 - 3 = 7$  .

در نتیجه:  $d = a_2 - a_1 = 7 - 3 = 4$  بوده و جمله‌ی عمومی:

$$a_n = 3 + (n-1) \times 4 = 3 + 4n - 4 \Rightarrow a_n = 4n - 1$$

**روش دوم:** به یک باره داریم:

$$a_n = S_n - S_{n-1} = n(2n+1) - (n-1)(2n-1) = 4n - 1$$

محاسبه‌ی مجموع در دنباله‌ی حسابی:

### نکته ۳

#### مجموع جملات حسابی:

در دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول  $a$  و قدرنسبت  $d$ :

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

در یک دنباله‌ی حسابی می دانیم  $a_7 + a_{16} = 42$  است. مجموع ۲۲ جمله‌ی اول این دنباله چیست؟

۴۲۶ ④

۴۶۲ ③

۶۴۲ ②

۲۶۴ ①

گزینه ۳

رابطه‌ی داده شده را به صورت ساده می نویسیم:

$$a_7 + a_{16} = 42 \rightarrow a + 6d + a + 15d = 42 \rightarrow 2a + 21d = 42$$

اکنون داریم:

$$S_{22} = \frac{22}{2} \underbrace{[2a + 21d]}_{=42} = 11 \times 42 = 462$$

--- ③ ---



مجموع هشت جمله‌ی اول یک دنباله حسابی برابر ۲ و جمله‌ی یازدهم برابر ۱۰ داده شده؛ قدرنسبت کدام است؟

④  $\frac{3}{4}$

③  $\frac{3}{2}$

②  $\frac{2}{3}$

①  $\frac{1}{2}$

گزینه ۳

طبق فرضیات داده شده:

$$\begin{aligned} a_{11} = 10 &\rightarrow a + 10d = 10 \\ S_8 = 2 &\rightarrow \frac{8}{2}[2a + 7d] = 2 \rightarrow 4a + 14d = 1 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} a + 10d = 10 \\ 4a + 14d = 1 \end{cases}$$

از حل دستگاه  $d = \frac{3}{2}$  حاصل می‌شود.

---

در جملات دو دنباله‌ی حسابی  $5, 8, 11, \dots$  و  $2, 6, 10, \dots$  تعدادی عدد دو رقمی مشترک وجود دارد. مجموع این جملات کدام است؟

④ ۴۰۸

③ ۴۴۸

② ۷۹۶

① ۸۱۲

گزینه ۳

چند جمله از هر دنباله را نوشته تا عددهای مشترک مشخص گردند:

$$2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, \dots \quad \text{و} \quad 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, \dots$$

عددهای مشترک:  $14, 26, \dots$  دنباله حسابی با  $a = 14$  و  $d = 12$  تشکیل می‌دهند. در این دنباله  $a_n = 14 + (n-1) \times 12$  و  $a_n = 12n + 2$  است. تعیین تعداد جملات دو رقمی:

$$12n + 2 < 100 \rightarrow 12n < 98 \rightarrow n < \frac{98}{12} \cong 8/2$$

تعداد جملات ۸ تا بوده و مجموع آن‌ها برابر است با:

$$S_8 = \frac{8}{2}[2 \times 14 + (8-1) \times 12] = 4(28 + 84) = 448$$

---

**توجه کنید: (مهم)**

بر اساس آنچه تاکنون دیده‌ایم:

- جمله‌ی عمومی دنباله‌ی حسابی به صورت درجه اول  $dn + b$  است. (یعنی: ضریب  $n$  قدرنسبت است).
- طبق فرمول بالا، مجموع  $n$  جمله اول به صورت عبارت درجه دوم  $S_n = an^2 + bn$  است. (یعنی: بدون ضریب ثابت).

در یک دنباله‌ی حسابی  $S_n = n^2 + (2b-1)n + 2 - b$  است. جمله‌ی دوم این دنباله کدام است؟

④ ۸

③ ۶

② ۴

① ۲

گزینه ۳

طبق مطلب قبل باید  $2 - b = 0$  و در نتیجه  $b = 2$  باشد. پس  $S_n = n^2 + 3n$  است و:

$$a_2 = S_2 - S_1 = 10 - 4 = 6$$

---

## نکته ۴

## مجموع به روش دیگر:

هرگاه قدر نسبت دنباله‌ی حسابی نامعلوم، ولی جمله‌ی آخر مشخص باشد، بهتر است رابطه‌ی زیر را به کار ببرید:

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

مجموع تمام اعداد طبیعی دو رقمی مضرب ۷ کدام است؟ (کنکور ۹۸)

۷۴۲ ④

۷۳۵ ③

۷۲۸ ②

۷۲۱ ①

گزینه ۲ ✓

باید مجموع:  $98 + \dots + 21 + 14$  از جملات دنباله‌ی حسابی به دست آید. تعیین تعداد جملات:

$$n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1 = \frac{98 - 14}{7} + 1 = 13$$

در نتیجه:

$$S_{13} = \frac{13(14 + 98)}{2} = \frac{13 \times 112}{2} = 13 \times 56 = 728$$

--- ② ---

در ۱۰ جمله‌ی دوم یک دنباله‌ی حسابی، مجموع جملات با ردیف فرد برابر با ۴۰ و مجموع جملات با ردیف زوج برابر با ۵۰ است. جمله‌ی اول این دنباله کدام است؟

۲۰ ④

۱۰ ③

-۲۰ ②

-۱۰ ①

گزینه ۲ ✓

جملات ردیف فرد مورد نظر، پنج‌تا هستند و خودشان یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول  $a_{11} = a + 10d$  و جمله‌ی آخر  $a_{19} = a + 18d$  تشکیل می‌دهند. پس:

$$\frac{5(a + 10d + a + 18d)}{2} = 40 \rightarrow 5(2a + 28d) = 80 \xrightarrow{\div 5} a + 14d = 8$$

به روش مشابه، در مورد جملات ردیف زوج داریم:

$$\frac{5(a + 11d + a + 19d)}{2} = 50 \rightarrow 5(2a + 30d) = 100 \xrightarrow{\div 5} a + 15d = 10$$

از تفریق دو معادله،  $d = 2$  و سپس  $a = -20$  حاصل خواهد شد.

--- ② ---

## نتایج ساده:

مجموع‌های ساده (و گاهی مفید) زیر از دنباله‌های حسابی را در ذهن داشته باشید:

- $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} \Rightarrow 2 + 4 + \dots + 2n = n(n+1)$
- $1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$



اعداد طبیعی را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات هر دسته، برابر شماره‌ی آن دسته باشد؛ یعنی:

$$\{1\}, \{2, 3\}, \{4, 5, 6\}, \dots$$

مجموع اعداد واقع در دسته‌ی بیستم، کدام است؟ (کنکور ۹۹)

۳۹۸۰ ④

۴۰۱۰ ③

۴۰۲۰ ②

۴۱۲۰ ①

گزینه ۳

با قدری دقت فهمیده می‌شود که آخرین عدد در دسته‌ی نوزدهم برابر است با:

$$1 + 2 + \dots + 19 = \frac{19(19+1)}{2} = 19 \times 10 = 190$$

پس در دسته‌ی بیستم اولین عدد ۱۹۱ و آخرین عدد ۲۱۰ است:

$$S_{20} = \frac{20(191+210)}{2} = 10 \times 401 = 4010$$

--- ❓ ---

روش محاسبه‌ی مجموع جملات یک دنباله‌ی هندسی را ببینید:

نکته ۵

مجموع جملات هندسی:

مجموع  $n$  جمله‌ی اول دنباله‌ی هندسی از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$S_n = a \times \frac{1-r^n}{1-r}$$

توجه کنید:

اگر جمله‌ی آخر معلوم باشد، می‌توانید از رابطه‌ی معادل زیر استفاده کنید:

$$S_n = \frac{a - a_n \times r}{1-r}$$

اگر دنباله‌ی هندسی  $a, 9, b, \dots$  غیر یکنوا (یعنی: نه صعودی و نه نزولی) باشد، مجموع شش جمله‌ی اول کدام است؟

$83 \frac{1}{8}$  ④

$\frac{729}{40}$  ③

$-\frac{655}{8}$  ②

$-\frac{133}{8}$  ①

گزینه ۱

شرط جملات متوالی هندسی را به کار می‌گیریم:

$$a^2 = 4 \times 9 \rightarrow a = 6, -6$$

اگر  $a = 6$  باشد، دنباله صعودی خواهد شد و بنابراین  $a = -6$  قبول است. در نتیجه  $r = \frac{-6}{4} = -\frac{3}{2}$  و مجموع شش جمله‌ی اول برابر

است با:

$$S_6 = a_1 \times \frac{1-r^6}{1-r} = 4 \times \frac{1 - \left(-\frac{3}{2}\right)^6}{1 - \left(-\frac{3}{2}\right)} = 4 \times \frac{1 - \frac{3^6}{2^6}}{1 + \frac{3}{2}} = 4 \times \frac{64 - 729}{64} = 4 \times \frac{-665 \times 2}{64 \times 5} = -\frac{665}{8 \times 5} = -\frac{133}{8}$$



---◇---

◇ اگر جملات دنباله‌ی هندسی  $\dots, b, a, 1, 4$  روند کاهشی نداشته باشند، مجموع چند جمله از آن برابر با  $\frac{21}{8}$  است؟

۷ ④

۶ ③

۸ ②

۹ ①

گزینه ۳

مشابه تست قبل:

$$a^2 = 4 \times 1 = 4 \Rightarrow a = 2, -2$$

واضح است که فقط  $a = -2$  قبول است، با استفاده از  $r = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$  باید داشته باشیم:

$$S_n = \frac{21}{8} \rightarrow \frac{21}{8} = 4 \times \frac{1 - (-\frac{1}{2})^n}{1 - (-\frac{1}{2})} \rightarrow 8 \times 4 \times (1 - (-\frac{1}{2})^n) = 21 \times \frac{3}{2} \rightarrow 1 - (-\frac{1}{2})^n = \frac{63}{32} = \frac{63}{64}$$

$$\rightarrow (-\frac{1}{2})^n = 1 - \frac{63}{64} = \frac{1}{64} \xrightarrow{64=2^6} n = 6$$

---◇---

◇ اگر مجموع ۹ جمله‌ی اول یک دنباله هندسی با قدر نسبت صحیح،  $7^3$  برابر مجموع سه جمله‌ی اول آن باشد، جمله‌ی سوم

این دنباله چند برابر جمله‌ی اول آن است؟ (نوبت ۱-کنکور ۱۴۰۴)

۹ ④

۸ ③

۴ ②

۳ ①

گزینه ۲

طبق اطلاعات داده شده:

$$\frac{a \times \frac{1-r^9}{1-r}}{a \times \frac{1-r^3}{1-r}} = 7^3 \rightarrow \frac{1-r^9}{1-r^3} = 7^3(1-r^3) \rightarrow (1-r^3)(1+r^3+r^6) = 7^3(1-r^3)$$

$$\xrightarrow{\div(1-r^3)} 1+r^3+r^6 = 7^3 \xrightarrow{r^3=t} t^2+t-7^2=0 \Rightarrow (t-8)(t+9)=0$$

چون صحیح بوده، فقط  $t = 8$  و یا  $r = 2$  قابل قبول خواهد شد. در نتیجه:

$$\frac{ar^2}{a} = r^2 = 4$$

---◇---

◇ حاصل مجموع زیر کدام است؟

$$9 + 19 + 39 + \dots + 1279$$

۱۲۶۲ ④

۱۲۷۸ ③

۲۵۵۸ ②

۲۵۴۲ ①

گزینه ۱

با کمی دقت، (رابطه‌های داده شده با دنباله‌ی هندسی زیر فهمیده می‌شود:

$$10, 20, 40, \dots, 1280$$

$a = 10$  و  $r = 2$  است. تعیین تعداد جملات:  $(1280 = 10 \times 2^{n-1} \rightarrow 2^{n-1} = 128 \xrightarrow{n-1=7} n = 8)$  بنابراین:



$$S_8 = 10 \times \frac{1-2^8}{1-2} = 10 \times 255 = 2550$$

این عدد از مجموع خواسته شده ۸ واحد بیشتر است. جواب:

$$2550 - 8 = 2542$$

--- ---

### توجه کنید:

وقتی تعدادی عدد تشکیل دنباله‌ی حسابی دهند:

همواره میانگین و میانه‌ی آن‌ها یکسان و برابر «میانگین اولین و آخرین» آن‌ها است.

اعداد طبیعی طوری دسته‌بندی شده‌اند که تعداد عضوهای هر دسته (به جز دسته اول و دوم)، برابر بزرگ‌ترین عضو دسته قبل است؛ یعنی ...  $\{1, 2, 3\}$ ,  $\{4, 5, 6\}$ ,  $\{7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ , ... میانگین عضوهای دسته سیزدهم، کدام است؟ (کنکور ۱۴۰۱)

۴۶۰۸/۵ **4**

۳۰۷۲/۵ **3**

۲۳۰۴/۵ **2**

۶۱۴۴/۵ **1**

**گزینه ۴**

تعداد جملات دسته‌ها به صورت  $1, 2, 3, 6, 12, \dots$  یک دنباله و از جمله‌ی سوم به بعد:  $3, 6, 12, \dots$  دنباله‌ای هندسی است. بنابراین:

$$\text{آخرین عدد در دسته دوازدهم} = 3 + 3 \times \frac{1-2^{10}}{1-2} = 3 + 3 \times 1023 = 3072$$

$$\text{آخرین عدد در دسته سیزدهم} = 3 + 3 \times \frac{1-2^{11}}{1-2} = 3 + 3 \times 2047 = 6144$$

پس اولین و آخرین عدد در دسته‌ی سیزدهم  $3072$  و  $6144$  بوده و میانگین کل آن‌ها، برابر میانگین همین دو عدد است:

$$\frac{3072 + 6144}{2} = \frac{9216}{2} = 4608/5$$

--- ---

«بررسی نمونه‌هایی پیشرفته‌تر و برفی نکات تکمیلی این مبحث با هدف گذاری درصد ۱۰۰ در آزمون‌ها»

## ADVANCED

با هدف یادگیری عمیق‌تر و پیشرفت بیشتر، این بخش را دنبال کنید . . .

مجموع  $2n+1$  جمله‌ی اول دنباله‌ی حسابی  $(2n+1)(2n+10)$  است. این دنباله چند جمله‌ی دو رقمی دارد؟

۴۵ ④

۳۵ ③

۲۵ ②

۴۴ ①

گزینه ۴ ✓

مجموع  $S_{2n+1} = (2n+1)(2n+10)$  داده شده است.

$$n=0 : S_1 = 1 \times 10 = 10 \Rightarrow a_1 = 10$$

$$n=1 : S_3 = 3 \times 12 = 36 \rightarrow a + a + d + a + 2d = 36 \xrightarrow{a=10} d = \frac{36-30}{3} = 2$$

چون جمله‌ی اول هم دو رقمی است، کافی است قرار دهیم:

$$a_n < 100 \rightarrow 10 + (n-1) \times 2 < 100 \rightarrow 2n < 92 \Rightarrow n < 46$$

---◇---

بین دو عدد ۸ و ۶۳ تعدادی عدد طوری قرار می‌دهیم که کل اعداد تشکیل دنباله‌ی حسابی دهند. اگر تفاضل کوچک‌ترین

و بزرگ‌ترین عددهای قرار داده شده ۳۳ باشد، مجموع کل جملات کدام است؟

۳۷۵ ④

۲۸۴ ③

۲۱۳ ②

۱۴۲ ①

گزینه ۲ ✓

اگر کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین اعداد قرار داده شده را به ترتیب با  $a$  و  $b$  نشان دهیم، دنباله به شکل زیر خواهد بود:

$$\begin{array}{ccccccc} 8 & , & a & , & \dots & , & b & , & 63 \\ & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \\ & & +d & & +33 & & +d & & \end{array}$$

پنابراین:

$$d + 33 + d = 63 - 8 \rightarrow 2d = 22 \rightarrow d = 11$$

$$\text{تعداد جملات: } n = \frac{63-8}{11} + 1 = 5 + 1 = 6$$

$$S_6 = \frac{6}{2} [2a + 5d] = 3 [16 + 55] = 213$$

---◇---

مضارب طبیعی عدد ۴ را با ترتیب صعودی به گونه‌ای دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد اعداد هر دسته با شماره‌ی آن دسته

برابر باشد. مجموع اعداد دسته‌ی پانزدهم کدام است؟

$$\{4\}, \{8, 12\}, \{16, 20, 24\}, \dots$$

۷۷۸۰ ④

۷۶۸۰ ③

۶۶۸۰ ②

۶۷۸۰ ①



گزینه ۱ ✓

اعداد جملات دنباله‌ی حسابی با  $a = 4$  و  $d = 4$  هستند. تعداد جملات تا انتهای دسته‌ی چهاردهم:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 14 = \frac{14 \times 15}{2} = 105$$

پس اولین عدد در دسته‌ی پانزدهم قابل تعیین است:

$$a_{15} = 4 + 105 \times 4 = 424$$

اکنون کافی است مجموع پانزده جمله‌ی اول دنباله‌ی حسابی با شروع از ۴۲۴ را حساب کنیم:

$$\frac{15(2(424) + 14 \times 4)}{2} = 15 \times (424 + 28) = 15 \times 452 = 6780$$

---◇---

◇ در دنباله حسابی با  $n$  جمله، اگر دو جمله‌ی وسط ۹ و ۱۲ و مجموع کل جملات ۱۸۹ باشد، تعداد جملات کدام است؟

۱۸ ④

۱۶ ③

۱۲ ②

۸ ①

گزینه ۴ ✓

$d = 12 - 9 = 3$  است. چون صحت از دو جمله‌ی وسط شده،  $n$  زوج بوده و  $a_n = 9$  است. بنابراین:

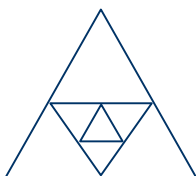
$$a + \left(\frac{n}{2} - 1\right) \times 3 = 9 \xrightarrow{\times 2} 2a + 3n = 24 \Rightarrow 2a = 24 - 3n$$

$$\frac{n}{2}(2a + (n-1) \times 3) = 189 \xrightarrow{2a=24-3n} \frac{n}{2}(24 - 3n + 3n - 3) = 189 \rightarrow \frac{n}{2} \times 21 = 189$$

$$\rightarrow \frac{n}{2} = 9 \Rightarrow n = 18$$

---◇---

◇ مطابق شکل روبه‌رو، وسط‌های اضلاع یک مثلث متساوی‌الاضلاع را به هم وصل کرده، سپس مثلث‌های کناری را حذف کرده و این کار را در مورد مثلث باقی‌مانده تکرار می‌کنیم. پس از حداقل چند مرتبه،  $0/999$  از مساحت مثلث اولیه کنار گذاشته می‌شود؟



۴ ④

۵ ③

۶ ②

۷ ①

گزینه ۳ ✓

اگر مساحت مثلث اولیه را ۱ واحد در نظر بگیرید، مساحت مثلث باقی‌مانده‌ی وسط در مراحل بعد چنین است:

$$\text{باقی‌مانده در مرحله‌ی دوم} = \frac{1}{16} \quad \text{باقی‌مانده در مرحله‌ی اول} = \frac{1}{4}$$

مساحت مانده بعد از  $n$  مرتبه تکرار  $\left(\frac{1}{4}\right)^n$  خواهد شد و خواسته‌ی تست این است که:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^n \leq 1 - 0/999 \rightarrow \frac{1}{4^n} \leq \frac{1}{1000} \rightarrow 4^n \geq 1000 \Rightarrow n \geq 5$$

---◇---

**توجه کنید:**

▪ اگر  $a_1, a_2, a_3, \dots$  دنباله‌ای حسابی باشد، آنگاه، هر دو مورد زیر، دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت  $-d$  هستند:

قرینه‌ی:  $\dots, -a_3, -a_2, -a_1$  یا ترتیب برعکس:  $a_1, a_2, a_3, \dots$



▪ اگر  $a_1, a_2, a_3, \dots$  دنباله‌ای هندسی باشد، آنگاه هر دو مورد زیر، دنباله‌ی هندسی با قدرنسبت  $\frac{1}{r}$  هستند:

معکوس:  $\dots, \frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_1}$  یا ترتیب برعکس:  $a_1, a_2, a_3, \dots$

❓ در یک دنباله‌ی هندسی با شرایط زیر، جمله‌ی سوم دنباله کدام است؟

$$a_1 + a_2 + \dots + a_5 = \frac{211}{27} \quad \text{و} \quad \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_5} = \frac{211}{48}$$

④  $\frac{3}{4}$

③  $\frac{2}{3}$

②  $\frac{3}{2}$

①  $\frac{4}{3}$

گزینه ۱

با توجه به مطلب قبل؛

$$a \times \frac{1-r^5}{1-r} = \frac{211}{27} \quad \text{و} \quad \frac{1}{a} \times \frac{1-\frac{1}{r^5}}{1-\frac{1}{r}} = \frac{211}{48} \rightarrow \frac{1}{a} \times \frac{r^5-1}{r^5(r-1)} = \frac{211}{48}$$

تقسیم طرفین دو تساوی و ساده کردن؛

$$\frac{a}{\frac{1}{a}} \times \frac{1}{r^4} = \frac{\frac{211}{27}}{\frac{211}{48}} \rightarrow a^2 r^4 = \frac{48}{27} = \frac{16}{9} \Rightarrow a_3 = ar^2 = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$$

--- ❓ ---

توجه کنید:

هنگامی که در دنباله تغییراتی ایجاد می‌شود، می‌توانید با آوردن مثالی عددی، ویژگی‌های دنباله‌ی جدید را تشخیص دهید.

❓ در دنباله‌ی حسابی  $1, 5, 9, \dots$  مجموع جملات  $a_9, a_{11}, a_{13}, \dots$  و  $a_{61}$  کدام است؟

④ ۳۶۹۹

③ ۳۷۵۳

② ۳۷۲۶

① ۳۶۷۲

گزینه ۴

جملات اول و آخر در مجموع مورد نظر؛

$$a_9 = 1 + 8(4) = 33 \quad \text{و} \quad a_{61} = 1 + 60(4) = 241$$

این جملات تشکیل دهنده‌ی دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت  $d = 4$  داده و تعدادشان  $27 = 26 + 1 = 27$  است.

مجموع آن‌ها؛

$$S_n = \frac{n(a+a_n)}{2} \Rightarrow \frac{27(33+241)}{2} = 27 \times 137 = 3699$$

--- ❓ ---

❓ تعداد جملات یک دنباله‌ی هندسی عددی زوج است. اگر مجموع تمام جملات آن سه برابر مجموع جملات با ردیف فرد

باشد، قدرنسبت آن کدام است؟ (کنکور ۹۴)

④  $\frac{1}{3}$

③ ۳

② ۲

①  $\frac{1}{2}$

گزینه ۲ 

روش عادی:

دنباله را به صورت  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2n}$  در نظر گرفته و باید داشته باشیم:

$$S_{2n} = 3(a_1 + a_2 + \dots + a_{2n-1})$$

تعداد جملات ردیف فرد برابر  $n$  و قدرنسبت  $r^2$  است و بنابراین:

$$a_1 \times \frac{1-r^{2n}}{1-r^2} = 3 \times a_1 \times \frac{1-(r^2)^{n-1}}{1-r^2} \rightarrow a_1 \times \frac{1-r^{2n}}{1-r^2} = 3 \times a_1 \times \frac{1-r^{2n}}{1-r^2} \rightarrow \frac{1}{1-r^2} = \frac{3}{(1-r)(1+r)}$$

$$\rightarrow \frac{3}{1+r} = 1 \rightarrow 1+r=3 \Rightarrow r=2$$

روش سریع:

چون تعداد جملات مشخص نیست، می‌توانید هر تعداد زوج جمله در نظر بگیرید. ما  $a_1, a_2$  را در نظر گرفته و می‌نویسیم:

$$a_1 + a_2 = 3a_1 \rightarrow a_1(1+r) = 3a_1 \rightarrow 1+r=3 \Rightarrow r=2$$

---

یک دنباله هندسی ده جمله دارد و جمله پنجم آن برابر ۱ است. اگر مجموع جملات با شماره‌ی فرد، دو برابر مجموع جملات با شماره‌ی زوج باشد، جمله‌ی چهارم کدام است؟

$$\frac{1}{4} \quad \text{4}$$

$$4 \quad \text{3}$$

$$2 \quad \text{2}$$

$$\frac{1}{2} \quad \text{1}$$

گزینه ۲ 

جملات شماره فرد یعنی  $a_1, a_3, a_5, a_7, a_9$  یک دنباله هندسی با جمله اول  $a$  و قدرنسبت  $r^2$  است. به طور مشابه، جملات زوج  $a_2, a_4, a_6, a_8, a_{10}$  یک دنباله هندسی با جمله اول  $a_2 = ar$  و قدرنسبت  $r^2$  است. بنابراین:

$$a \times \frac{1-(r^2)^5}{1-r^2} = 2ar \times \frac{1-(r^2)^5}{1-r^2}$$

با ساده کردن عبارت‌های یکسان در دو طرف داریم  $1 = 2r$  و لذا  $r = \frac{1}{2}$ . حال با توجه به فرض داده شده  $a_5 = 1$  خواهیم داشت:

$$ar^4 = 1 \xrightarrow{r=\frac{1}{2}} \frac{a}{16} = 1 \rightarrow a = 16$$

$$a_4 = ar^3 = 16 \times \frac{1}{8} = 2$$

---

بد نیست بدانیم!

در دنباله هندسی با قدرنسبت  $r$ :همواره  $S_n = b - br^n$  است. ( $b \neq 0$  هر عددی می‌تواند باشد).

اگر در یک دنباله هندسی  $S_n = 9 - \frac{(-1)^n}{2^{n-2}}$  باشد، حاصل  $a_2 + a_4 + a_6 + a_8$  کدام است؟

$$\frac{3280}{6561} \quad \text{4}$$

$$\frac{3280}{729} \quad \text{3}$$

$$\frac{6560}{729} \quad \text{2}$$

$$\frac{6560}{6561} \quad \text{1}$$

گزینه ۳

چون  $a_1 = S_1 = 9 - \frac{1}{3} = 12$  و  $a_1 + a_p = S_p = 9 - \frac{1}{3} = 8$  است، پس:  $a_p = 8 - 12 = -4$  و در نتیجه:

$$r = \frac{a_p}{a_1} = \frac{-4}{12} = -\frac{1}{3}$$

جمع خواسته شده مجموع چهار جمله دنباله هندسی با جمله اول  $-4$  و قدرنسبت  $r = -\frac{1}{3}$  است:

$$-4 \times \frac{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^4}{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)} = -4 \times \frac{1 - \frac{1}{81}}{\frac{8}{9}} = -4 \times \frac{\frac{80}{81}}{\frac{8}{9}} = -4 \times \frac{9^2 - 1}{8 \times 9^3} = -4 \times \frac{6561 - 1}{8 \times 9^3} = -\frac{6560}{2 \times 729} = -\frac{3280}{729}$$

توجه کنید:

در ابتدای پاسخ، می‌توانستیم بنویسیم:  $S_n = 9 - \frac{(-1)^n}{3^{n-2} \times 3^n} = 9 - 9 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^n$  و  $r = -\frac{1}{3}$  را یک‌باره مشخص کنیم.

---

## نکته ۶

گاهی مجموع عددهای دنباله از جمله اول شروع نمی‌شود؛ مانند نمونه‌ی زیر عمل کنید.  
مجموع ده جمله دوم یک دنباله:

$$a_{11} + a_{12} + \dots + a_{20} = (a_1 + a_p + \dots + a_{p_0}) - (a_1 + a_p + \dots + a_{1_0}) = S_{p_0} - S_{1_0}$$

در یک دنباله‌ی حسابی، مجموع جملات هفتم و بیست و سوم برابر ۲۰ است. مجموع جملات دهم تا بیستم کدام است؟

۱۴۰ ④

۱۳۰ ③

۱۲۰ ②

۱۱۰ ①

گزینه ۱

اطلاعات داده شده عبارت است از:

$$\underbrace{a + 6d}_{a_7} + \underbrace{a + 22d}_{a_{23}} = 20 \rightarrow 2a + 28d = 20 \Rightarrow a + 14d = 10$$

اکنون عبارت مورد نظر با توجه به روش بالا محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} a_{10} + a_{11} + \dots + a_{20} &= (a_1 + a_p + \dots + a_{p_0}) - (a_1 + a_p + \dots + a_{1_0}) = S_{p_0} - S_{1_0} = \frac{20}{2}(2a + 19d) - \frac{9}{2}(2a + 8d) \\ &= 20a + 190d - 9a - 36d = 11a + 154d = 11 \underbrace{(a + 14d)}_{=10} = 110 \end{aligned}$$

---



چند مجموع کاربردی که حسابی یا هندسی نیستند:

نکته ۷

- مجموع اولین  $n$  عدد مربع کامل:  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
- مجموع اولین  $n$  عدد مکعب کامل:  $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = (1+2+\dots+n)^2 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

❖ حاصل مجموع مقابل کدام است؟

$$3^2 + 6^2 + 9^2 + \dots + 33^2$$

۴۵۵۴ ④

۵۶۶۴ ③

۵۳۳۴ ②

۴۳۳۴ ①

گزینه ۴ ✓

به دلیل تشابه این عبارت با مورد دوم در نکته‌ی قبل، می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} 3^2 + 6^2 + 9^2 + \dots + 33^2 &= (3 \times 1)^2 + (3 \times 2)^2 + (3 \times 3)^2 + \dots + (3 \times 11)^2 = 9 \times 1^2 + 9 \times 2^2 + \dots + 9 \times 11^2 \\ &= 9(1^2 + 2^2 + \dots + 11^2) = 9 \times \frac{11 \times (11+1)(2 \times 11 + 1)}{6} = 9 \times 11 \times 2 \times 23 = 4554 \end{aligned}$$

--- ❖ ---

❖ اگر مجموع مکعب‌های اعداد طبیعی متوالی شروع از ۱، برابر با مربع مجموع آن اعداد باشد، حاصل عبارت

$$1^3 + 12^3 + 14^3 + \dots + 30^3$$

۱۱۴۴۰۰ ④

۱۱۴۳۰۰ ③

۱۱۴۲۰۰ ②

۱۱۴۱۰۰ ①

گزینه ۴ ✓

با توجه به روش پاسخ چند تست اخیر و عملکردی مشابه می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} 1^3 + 12^3 + 14^3 + \dots + 30^3 &= 2^3(5^3 + 6^3 + 7^3 + \dots + 15^3) \\ &= 2^3[(1^3 + 2^3 + \dots + 15^3) - (1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3)] \\ &= 8 \left[ \left(\frac{15 \times 16}{2}\right)^2 - \left(\frac{4 \times 5}{2}\right)^2 \right] = 8[14400 - 100] = 114400 \end{aligned}$$

--- ❖ ---

در نمونه‌ی بعد نیز، مجموع جملاتی از یک دنباله تعیین می‌شود که حسابی یا هندسی نیست.

$$a_n = \begin{cases} 2^k & n = 3k \\ -2k + 4 & n = 3k + 1 \\ \left[\frac{n}{k+2}\right] + a & n = 3k + 2 \end{cases}$$

❖ دنباله‌ی  $a_n$  به ازای اعداد حسابی  $n$  مفروض است. اگر مجموع ده جمله‌ی اول این

دنباله ۱۹ باشد، حاصل عبارت  $a_9 + a_8 + a_7 + \dots + a_1$  کدام است؟ (کنکور ۱۴۰۰)

۱ ④

۲ ③

۰ ②

-۲ ①

گزینه ۱ ✓



مجموع ده جمله‌ی اول:  $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_9$ . با قدری دقت فهمیده می‌شود که:

• جملات  $a_0, a_3, a_6$  و  $a_9$  از ضابطه‌ی اول تعیین می‌شوند. (با:  $k = 0, 1, 2, 3$ )

• جملات  $a_1, a_4, a_7$  و  $a_{10}$  از ضابطه‌ی دوم تعیین می‌شوند. (با:  $k = 0, 1, 2$ )

• جملات  $a_2, a_5, a_8$  و  $a_{11}$  از ضابطه‌ی سوم تعیین می‌شوند. (با:  $k = 0, 1, 2$ )

مقادیر  $k$  را به کار برده و جمع ده جمله را برابر ۱۹ قرار می‌دهیم:

$$1 + 4 + (1+a) + 2 + 2 + (1+a) + 4 + 0 + (2+a) + 8 = 19 \rightarrow 3a = 19 - 25 \Rightarrow a = -2$$

طبق ضابطه‌ی سوم:  $-2$  و کاربرد مقادیر  $9, \dots, 3, 2, 1, 0$  و  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$

$$a_2 + a_5 + a_8 + \dots + a_{11} = -1 - 1 + 0 + 0 + \dots + 0 = -2$$

---◇---

TEST  
تهرین تست

۱- در یک تصاعد عددی، مجموع دوازده جمله‌ی اول ۱۳۸ و جمله‌ی ششم برابر ۱۰ است. جمله‌ی اول این تصاعد کدام است؟

- ① ۳-      ② ۴-      ③ ۵-      ④ ۲-

۲- حاصل عبارت  $\frac{t^{11} + t^{10} + t^9 + \dots + t + 1}{t^9 + t^6 + t^3 + 1}$  به ازای  $t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$  کدام است؟ (کنکور ۹۳)

- ① ۳      ② ۴      ③ ۵      ④ ۲

۳- در دنباله‌ی حسابی  $\dots, 14, 10, 6, 2$  باید حداقل چند جمله‌ی اول را با هم جمع کنیم تا حاصل از مجموع پانزده جمله‌ی اول دنباله‌ی حسابی با جمله عمومی  $a_n = 4n - 6$  بیشتر شود؟

- ① ۱۴      ② ۱۳      ③ ۱۲      ④ ۱۱

۴- مجموع اعداد فرد دو رقمی برابر است با:

- ①  $55 \times 43$       ②  $55 \times 44$       ③  $55 \times 45$       ④  $55 \times 50$

۵- در یک دنباله‌ی هندسی با قدر نسبت  $r$  که تعداد جملات آن زوج است، حاصل تقسیم مجموع جملات ردیف زوج بر مجموع ردیف جملات فرد همواره کدام است؟ ( $r \neq 1$ )

- ①  $r^2$       ②  $r$       ③  $\frac{1}{r^2}$       ④  $\frac{1}{r}$

۶- مجموع  $n$  جمله‌ی اول یک تصاعد عددی  $S_n = \frac{n(9n-5)}{12}$  است. قدر نسبت این تصاعد کدام است؟

- ①  $\frac{5}{4}$       ②  $\frac{5}{3}$       ③  $\frac{4}{3}$       ④  $\frac{3}{2}$



۷- حداقل چند جمله از دنباله‌ی حسابی با جملات روبه‌رو را جمع کنیم تا حاصل عددی مثبت شود؟

- ۱ ۲۷      ۲ ۲۶      ۳ ۲۵      ۴ ۲۴

۸- در یک دنباله‌ی هندسی، جمله‌ی دوم سه واحد بیشتر از جمله‌ی اول و شش واحد کمتر از جمله‌ی سوم است. مجموع هشت جمله‌ی اول آن کدام است؟

- ۱ ۷۹۲      ۲ ۷۸۹      ۳ ۷۶۵      ۴ ۷۶۲

۹- در یک دنباله هندسی مجموع جملات اول و سوم  $\frac{1}{5}$  برابر مجموع جملات دوم و چهارم است. قدر نسبت دنباله است؟

- ۱  $\frac{1}{3}$       ۲  $\frac{1}{2}$       ۳  $\frac{2}{3}$       ۴  $\frac{3}{2}$

۱۰- در دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول  $a$  و قدر نسبت  $d$ ، حاصل  $\frac{S_{2n}}{S_n - S_n}$  همواره کدام است؟

- ۱  $\frac{3a}{d}$       ۲  $\frac{3d}{a}$       ۳ ۳      ۴  $\frac{1}{3}$

۱۱- در یک دنباله هندسی صعودی، نسبت مجموع هر سه جمله‌ی متوالی به اولین جمله در بین آن سه، دو برابر مجذور قدرنسبت است. قدرنسبت کدام است؟

- ۱  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$       ۲  $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$       ۳  $\sqrt{2}$       ۴ ۲

۱۲- قدر نسبت و جمله‌ی اول یک دنباله‌ی هندسی، با قدرنسبت و جمله‌ی اول یک دنباله‌ی حسابی که مجموع جملاتش  $S_n = 2n^2 + n$  است، برابر بوده است. مجموع پنج جمله‌ی اول این دنباله‌ی هندسی کدام است؟

- ۱ ۱۰۲۳      ۲ ۵۵      ۳ ۴۸۴      ۴ ۱۱۲۳

۱۳- در دو دنباله‌ی حسابی زیر، مجموع جملات مشترک کمتر از ۳۰۰ کدام است؟

۲, ۵, ۸, ... و ۳, ۷, ۱۱, ...

- ۱ ۳۳۷۵      ۲ ۳۵۷۳      ۳ ۳۸۷۵      ۴ ۳۵۷۸

۱۴- مجموع  $n$  جمله‌ی اول از یک دنباله‌ی حسابی به صورت  $S_n = \frac{n(n-15)}{6}$  است. در این دنباله مجموع جملات با شروع از جمله‌ی هفتم و ختم به جمله‌ی هجدهم کدام است؟

- ۱ ۹      ۲  $\frac{29}{3}$       ۳  $\frac{49}{3}$       ۴ ۱۸

۱۵- برای محافظت از تابش‌های مضر مواد رادیواکتیو، لایه‌هایی محافظتی ساخته شده است که شدت تابش‌ها با عبور از آنها نصف می‌شود. حداقل چند لایه باید استفاده شود تا شدت تابش حداقل ۹۹ درصد کاهش یابد؟

- ۱ ۸      ۲ ۷      ۳ ۶      ۴ ۵

۱۶- در یک دنباله‌ی حسابی با شرط  $S_{10} = S_6$ ، مجموع شانزده جمله‌ی اول کدام است؟

- ۱  $3S_{10}$       ۲  $5S_6$       ۳  $6S_5$       ۴ ۰



۱۷- حاصل  $(1+x+x^2+\dots+x^8)(1-x+x^2-\dots+x^8)$  به ازای  $x=\sqrt{2}$  کدام است؟

- ① ۵۰۷      ② ۵۱۱      ③ ۵۱۲      ④ ۵۱۶

۱۸- در یک تصاعد هندسی مجموع هشت جمله اول  $\frac{5}{4}$  مجموع چهار جمله اول است. جمله هفتم چند برابر جمله اول است؟

- ①  $\frac{1}{16}$       ②  $\frac{1}{8}$       ③  $\frac{5}{32}$       ④  $\frac{1}{4}$

۱۹- در یک تصاعد هندسی، مجموع سه جمله اول ۱۳۶ و مجموع شش جمله اول آن ۱۵۳ می‌باشد. جمله اول چند برابر جمله پنجم است؟

- ① ۸      ② ۹      ③ ۱۶      ④  $\frac{81}{16}$

۲۰- در یک تصاعد عددی، مجموع بیست جمله اول سه برابر مجموع دوازده جمله اول آن است. اگر جمله سوم برابر ۶ باشد، جمله دهم کدام است؟

- ① ۳۲      ② ۳۴      ③ ۳۶      ④ ۳۸

۲۱- مجموع  $n$  جمله اول یک دنباله هندسی از رابطه  $S_n = 16 - 2^{4-n}$  به دست می‌آید. جمله ششم این دنباله کدام است؟

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{1}{4}$       ③  $\frac{1}{8}$       ④  $\frac{62}{63}$

۲۲- در یک دنباله هندسی جمله هشتم  $\frac{3}{8}$  و قدرنسبت برابر ۲ است. مجموع جملات دهم تا نوزدهم این دنباله کدام است؟

- ①  $\frac{1533}{2}$       ②  $\frac{1533}{4}$       ③  $\frac{3069}{4}$       ④  $\frac{3069}{2}$

۲۳- اگر در یک دنباله هندسی هر جمله را دو برابر کنیم، مجموع هشت جمله اول دنباله جدید، ده برابر مجموع چهار جمله اول دنباله قبلی خواهد شد. قدرنسبت دنباله جدید کدام است؟

- ①  $\pm\sqrt{2}$       ② فقط  $\sqrt{2}$       ③ فقط  $2\sqrt{2}$       ④  $\pm 2\sqrt{3}$

۲۴- حاصل  $9+99+999+\dots+\underbrace{99\dots9}_9$  کدام است؟ (عدد آخر نوزده رقم ۹ دارد.)

- ①  $10^{20}$       ②  $\frac{1}{9}(10^{21}-181)$       ③  $\frac{1}{9}(10^{20}-181)$       ④  $10^{21}$

۲۵- مجموع جملات دوم تا سی و سوم دنباله  $a_n = \sqrt{n+3} - \sqrt{n+2}$  کدام است؟

- ① ۴      ②  $2 - \sqrt{2} - \sqrt{5}$       ③  $\sqrt{30} - \sqrt{33}$       ④ ۳



۲۶- معادله  $(1+x+x^2)(1+x+\dots+x^{10}) = (1+x+\dots+x^6)^2$  چند جواب مثبت دارد؟

- ۱ ۰      ۲ ۱      ۳ ۲      ۴ بی‌شمار

۲۷- در دنباله‌ی حسابی  $a_1, a_2, a_3, \dots$  اگر برای  $n \geq 2$  داشته باشیم:  $a_5 = \frac{3}{2}$  و  $a_{n+1} - a_{n-1} = \frac{3}{2}$ ، مجموع سیزده جمله‌ی اول آن کدام است؟

- ۱ ۱۷      ۲ ۳۶      ۳ ۳۹      ۴ ۴۲

۲۸- بین دو عدد ۲ و ۳ تعدادی واسطه حسابی چنان درج شده است که مجموع تمام واسطه‌ها برابر ۳۵ شده است. اگر عدد ۲ جمله‌ی اول این دنباله‌ی حسابی باشد، مقدار ششمین جمله‌ی آن کدام است؟

- ۱  $\frac{7}{3}$       ۲  $\frac{8}{3}$       ۳  $\frac{12}{5}$       ۴  $\frac{34}{15}$

۲۹- بین دو عدد ۱۰۱ و ۷۴ - تعداد ۲۴ عدد چنان درج شده که کل عددهای حاصل تشکیل دنباله‌ای حسابی داده‌اند. حاصل جمع عددهای درج شده کدام است؟

- ۱ ۳۳۴      ۲ ۳۵۱      ۳ ۳۴۱      ۴ ۳۲۴



### ویژه‌ی داوطلبان سرآمد

۱- یک دنباله‌ی هندسی یازده جمله دارد. اگر مجموع شش جمله‌ی اول ۶۳ و مجموع شش جمله آخر آن ۲۰۱۶ باشد، قدرنسبت این دنباله کدام است؟

- ۱ ۲      ۲ ۳      ۳  $\frac{3}{2}$       ۴ ۴

۲- سی جمله‌ی دوم دنباله‌ی حسابی  $a = 2$  و  $d = 3$  با بیست جمله‌ی سوم دنباله‌ی حسابی  $a' = 3$  و  $d' = 2$  تعدادی جمله‌ی مشترک دارد. مجموع آن‌ها کدام است؟

- ۱ ۳۱۵      ۲ ۴۳۵      ۳ ۴۸۵      ۴ ۵۳۵

۳- در دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول  $a$  و قدرنسبت  $d$ ، حاصل  $S_n - 2S_{n-1} + S_{n-2}$  همواره کدام است؟

- ۱  $a$       ۲  $a+d$       ۳  $a-d$       ۴  $d$

۴- دو عدد مثبت  $a$  و  $b$  را بین ۲- و ۱۸ طوری می‌نویسیم که سه عدد اول دنباله‌ی حسابی و سه عدد دوم دنباله‌ی هندسی بسازند. مقدار  $b-a$  کدام می‌تواند باشد؟

- ۱  $\frac{3}{2}$       ۲  $\frac{5}{2}$       ۳  $\frac{2}{5}$       ۴  $\frac{2}{3}$



۵- در دنباله‌ی  $162, c, b, a, 2$ ، سه عدد مجهول را یک بار طوری انتخاب می‌کنیم که دنباله‌ی هندسی صعودی ساخته شود و بار دیگر طوری که دنباله‌ی هندسی ناصعودی بسازند. حاصل  $S_6$  در حالت اول چند برابر  $S_6$  در حالت دوم است؟

$$\frac{161}{122} \quad 4$$

$$\frac{121}{122} \quad 3$$

$$\frac{121}{61} \quad 2$$

$$\frac{162}{61} \quad 1$$

۶- در دنباله‌ی حسابی  $14, 10, 6, 2, \dots$  باید حداقل چند جمله‌ی اول را با هم جمع کنیم تا حاصل از مجموع هفت جمله‌ی سوم دنباله‌ی حسابی با جمله عمومی  $a_n = 3n - 10$  بیشتر شود؟

$$11 \quad 4$$

$$12 \quad 3$$

$$13 \quad 2$$

$$14 \quad 1$$

۷- در یک دنباله حسابی با  $n$  جمله، اگر دو جمله‌ی وسط دنباله ۲۰ و ۲۸ و مجموع تمام جملات ۴۳۲ باشد،  $n$  کدام است؟

$$24 \quad 4$$

$$22 \quad 3$$

$$18 \quad 2$$

$$16 \quad 1$$

۸- در یک دنباله‌ی هندسی مجموع جملات چهارم تا نهم ۷۲ برابر مجموع جملات اول تا سوم است. اگر  $a_1 = 1$  باشد، مجموع ۱۲ جمله‌ی اول کدام می‌تواند باشد؟

$$1024 \quad 4$$

$$1023 \quad 3$$

$$4096 \quad 2$$

$$4095 \quad 1$$

## لیست کامل مجموعه‌های آموزشی

ریاضی تیزهوشان	متوسطه اول (عادی)	دوره ابتدایی (عادی)
ریاضی تیزهوشان ششم	جزوه ریاضی هفتم	جزوه ریاضی پنجم
ریاضی تیزهوشان هفتم	جزوه ریاضی هشتم	جزوه ریاضی ششم
ریاضی تیزهوشان هشتم	جزوه ریاضی نهم	
ریاضی تیزهوشان نهم		

استعداد تحلیلی (ششم به هفتم)	استعداد تحلیلی (نهم به دهم)
جزوه هوش کلامی (ادبی)	جزوه هوش غیرکلامی (تصویری)
جزوه هوش غیرکلامی (تصویری)	جزوه هوش ریاضی و محاسبات
جزوه هوش ریاضی - منطقی و سرعتی	جزوه هوش منطقی و استدلال (شامل تحلیل متن)

متوسطه دوم (تجربی: کنگوری)	متوسطه دوم (تجربی: تشریحی)
جزوه کنکور ریاضی دهم	جزوه تشریحی ریاضی دهم
جزوه کنکور ریاضی یازدهم	جزوه تشریحی ریاضی یازدهم
جزوه کنکور ریاضی دوازدهم	جزوه تشریحی ریاضی دوازدهم
<b>جزوه جامع کنکور تجربی</b>	

متوسطه دوم (ریاضی: کنگوری)	متوسطه دوم (ریاضی: تشریحی)
جزوه کنکور ریاضی دهم	جزوه تشریحی ریاضی دهم
جزوه کنکور مسابان (۱)	جزوه تشریحی هندسه (۱)
جزوه کنکور آمار و احتمال	جزوه تشریحی هندسه (۲)
جزوه کنکور هندسه (۲)	جزوه تشریحی مسابان (۱)
جزوه کنکور مسابان (۲)	جزوه تشریحی آمار و احتمال
جزوه کنکور ریاضیات گسسته	جزوه تشریحی ریاضیات گسسته
جزوه کنکور هندسه (۳)	جزوه تشریحی هندسه (۳)
<b>جزوه جامع کنکور ریاضی</b>	جزوه تشریحی مسابان (۲)

رشته انسانی
جزوه ریاضی و آمار پایه دهم (تشریحی + کنکور در یک مجموعه، البته تفکیک شده)
جزوه ریاضی و آمار پایه یازدهم (تشریحی + کنکور در یک مجموعه، البته تفکیک شده)
جزوه ریاضی و آمار پایه دوازدهم (تشریحی + کنکور در یک مجموعه، البته تفکیک شده)

## ما متمرکز بر ارتقای کیفیت آموزش هستیم.

سپاس از توجهتان



۰۹۳۵ ۶۰۰ ۸۴۵۴  
 ۰۹۲۰ ۶۰۰ ۸۴۵۴